

勤  
数  
系  
求  
天  
真  
地

中国科学院数学与系统科学研究院

Academy of Mathematics and Systems Science  
Chinese Academy of Sciences[首页](#) [单位概况](#) [组织机构](#) [研究队伍](#) [科研成果](#) [教育培养](#) [党群文化](#) [人与事](#) [期刊学会](#) [图书馆](#) [信息公开](#)[新闻动态](#)现在位置: [首页](#) > [新闻动态](#) > [科研进展](#)[科研进展](#)[综合新闻](#)[传媒扫描](#)**(常向科、李世豪、胡星标) 尖峰孤子、Toda格和相关谱问题**

2018-10-22

Camassa-Holm (CH) 方程自二十世纪九十年代被Camassa和Holm研究浅水波模型时发现以来, 由于具有一些重要特性引起了许多数学家和物理学家的关注和兴趣, 其中一个最显著的特点是存在一类尖峰孤子解, 即一种有尖点但和光滑孤子一样具有碰撞后不改变其形状和速度等性质的特解, 因此促使许多学者研究尖峰孤子及其性质。尖峰孤子不仅具有丰富的数学结构, 对其的研究也有助于理解波破裂现象。

尖峰孤子是近二十年来可积系统领域重大发现之一, 寻找具有尖峰孤子解的新方程以及尖峰孤子的精确构造是基本且重要的问题。目前反谱方法是求解尖峰孤子最有效的方法, 相关研究涉及经典分析如正交多项式、Padé逼近、连分式等。另一方面, 迹象表明, 尖峰孤子系统与Toda型格方程有一定的联系, 进一步的关联有待深入探索。

常向科、李世豪(2018届博士毕业生)、胡星标近期与合作者就尖峰孤子、Toda格和相关谱问题方面取得了一系列成果:

(1) 应用反谱方法研究了具有三阶非线性结构的修正CH方程、两分量的修正CH方程的尖峰孤子解。其中对于近期受到国际多个研究小组关注的修正CH方程, 他们澄清了修正CH方程Lax对从PDE(光滑)情形到尖峰孤子ODE(非光滑)情形的正则化过程, 得到了对于修正CH方程的保Lax可积性的尖峰孤子系统, 提出了守恒的尖峰孤子(conservative peakons)的概念; 并用反谱方法给出了全局纯多尖峰孤子解的精确构造, 相关反问题涉及多点Padé逼近问题, 不同于在已知尖峰孤子系统求解中涉及的单点Padé逼近。关于修正CH方程的工作[2018 Communications in Mathematical Physics]被审稿人给予高度肯定评价, 如“First class work!” “genuinely new ideas” “advanced technical level”等; 被加拿大数学物理学家Anco和Kruas[2018 DCDS]给予公开肯定评价: “This important point has been addressed recently in work [...]”, “interesting work in Ref. [...] on regularization conditions needed for reduction of a Lax pair to non-smooth solutions”。关于两分量修正CH方程的工作[2016 Advances in Mathematics]被审稿人评价为: “a very good and elegant piece of work”。

(2) 他们证明了两分量修正CH方程尖峰孤子系统与Kac-van Moerbeke方程存在非平凡的联系, 其谱问题与对称的正交多项式有关; 通过引入Pfaffian, 他们建立了Novikov方程和B-Toda格的联系, 并提出了部分斜正交多项式的概念; 对于Degasperis-Procesi方程, 他们构造了相关的C-Toda格并建立了其谱问题与Cauchy双正交多项式的联系。这些结果延伸了Beals等人[2001CPAM]关于CH方程尖峰孤子、Toda格和正交多项式的工作。另外需要指出的是, Pfaffian是首次被引入到尖峰孤子问题中; 通过研究部分斜正交多项式的等谱问题, 他们得到了若干新的可积系统, 其中一个离散可积系统可用来计算一个广义逆向量Padé逼近, 对此可积系统知名学者Hietarinta、Joshi(澳大利亚前数学会理事长、科学院院士)和Nijhoff曾在其专著[2016, Discrete Systems and Integrability, Cambridge University Press]中提到离散可积系统与广义逆向量Padé逼近的联系有待大量挖掘(This field remains largely to be explored), 他们对此提供了第一个例子。

相关论文:

**[1]** X.K. Chang and J. Szmigielski. Lax integrability and the peakon problem for the modified Camassa-Holm equation. Commun. Math. Phys., 358(1): 295-341, 2018

**[2]** X.K. Chang, X.B. Hu, S.H. Li and J.X. Zhao. An application of Pfaffians in multipeakons of the Novikov equation and the finite Toda lattice of BKP type. Adv. Math., 338:1077-1118, 2018

**[3]** X.K. Chang, X.B. Hu and J. Szmigielski. Multipeakons of a two-component modified Camassa-Holm equation and the relation with the finite Kac-van Moerbeke lattice. Adv. Math., 299:1-35, 2016

**[4]** X.K. Chang, Y. He, X.B. Hu, and S.H. Li. Partial-skew-orthogonal polynomials and related integrable lattices with Pfaffian tau-functions. Commun. Math. Phys. <https://doi.org/10.1007/s00220-018-3273-y>

【5】 X.K. Chang, X.B. Hu, and S.H. Li. Degasperis-Procesi peakon dynamical system and finite Toda lattice of CKP type. *Nonlinearity*, 31:4746 - 4775, 2018

[【打印本页】](#) [【关闭本页】](#)

[电子政务平台](#) | [科技网邮箱](#) | [ARP系统](#) | [会议服务平台](#) | [联系我们](#) | [友情链接](#)



版权所有 © 中国科学院数学与系统科学研究院 备案号: 京ICP备05002806-1号 京公网安备110402500020号  
电话: 86-10-82541777 传真: 86-10-82541972 Email: [contact@amss.ac.cn](mailto:contact@amss.ac.cn)  
地址: 北京市海淀区中关村东路55号 邮政编码: 100190

