# Circle Packing相关研究取得进展

【大 中 小】【打印】【关闭】

2014-01-25 | 编辑：文\物理工程部

二十多年前，W. Thurston（菲尔兹奖得主），D. Sullivan（Wolf奖得主）等著名数学家引进了Circle Packing理论，它是复分析中复解析函数的一种离散表示，从而可以由计算机具体实现一个具体的解析函数，现在Circle Packing理论是复分析研究中一种非常重要的工具，在复解析动力系统、Kleinian群、双曲几何、计算机图形学等数学分支的研究中扮演着十分重要的角色。这些年来该理论的研究一直受到众多国际、国内数学家的关注。比如以色列数学家O.Schramm因为在Circle Packing理论等方面的杰出工作而受邀在06年马德里数学家大会上作了一小时报告。

具体介绍Circle Packing如下:

如果平面（或者球面）区域上一族欧氏圆它们的内部互不相交，而其中一些圆保持相切，我们就称之为一个Circle packing；相应地我们得到一个图，其每一个顶点代表一个圆，两个顶点之间相连当且仅当相应的圆相切，我们有如下经典的Koebe-Andreev-Thurston定理: 给定球面的一个有限三角剖分图G，则球面上存在一个Circle packing P, 它的结构图就是G；在相差一个Mobius变换的意义下P是唯一确定的。

作为Circle Packing的一种自然推广，当两个顶点相连时，如果我们容许相应的圆相交一个角度，则得到Circle Pattern。目前Circle Pattern在复解析函数理论、计算机图形学中起着越来越重要的作用。

另一方面，目前二维拟共形映射是Teichmuller 空间理论的基石，也是计算共形几何等研究中一个非常重要的工具。利用拟共形映射，我们可以用计算机实现空间的具体图象、计算空间图象之间的距离等。作为平面拟共形映射的自然推广，高维拟正则映射在双曲几何，Teichmuller空间等学科分支上有很重要的作用。不同于平面拟共形映射，高维拟共形映射具有一些特有的性质，值得大家研究。另一方面，作为欧氏空间高维拟共形映射的自然推广，一般度量空间上的拟对称映射引起了大家广泛的关注, 如芬兰著名数学家J. Väisälä (高维拟共形映射理论的奠基人)等。

在这两个方面，我们的工作概述如下：

1．我们建立了Circle Pattern，双曲多面体和Teichmuller空间之间的深刻联系，以此为出发点证明了平面给定图的一般Circle Packing或者双曲空间的多面体可以由它们的相应Teichmuller空间乘积来完全刻画,这个结果极大地推广了Thurston他们的经典结果。

2． 给出了复平面任意一个矩形 Packing局部有限的充分条件和必要条件, 并证明几何条件和组合条件等价, 从而给出了平面上长方形填充（Rectangle Packing）的一个完全分类。

3．我们给出了一族高维拟正则映射是否正规的一个判定条件。即它们正规当且仅当它们不取q个连续函数的值，其中q是Rickman常数。

4．我们证明了在一大类度量空间（拟凸空间）中拟双曲性在拟对称映射下保持不变，如果拟凸空间中的拟双曲性在某个映射下保持不变，则相关的映射一定是共形映射；作为应用，我们证明了一般拟凸空间上两个拟对称映射的复合映射是拟共形映射。