

例 1 : 判断下列级数的敛散性 :

$$(1) 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \frac{1}{2n-1}$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(x+1)(x+2)\cdots(x+n)}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} n! \left(\frac{x}{n}\right)^n$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot (nx)^n$$

例 2 : 设 $a_n > 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = +\infty$, 则存在 $\{b_n\}$ 使得 $\{b_n\}$ 单调递减趋向于 0, 且

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = +\infty。$$

例 3 : 设 $a_n > 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则存在 $\{b_n\}$ 使得 $b_n \rightarrow +\infty$, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 收敛。