

# Riesz函数演算的Lipschitz性质

曹怀信, 陈峥立

西安陕西师范大学数学与信息科学学院

收稿日期 2005-3-18 修回日期 网络版发布日期 2007-3-19 接受日期 2006-03-01

摘要 设 $A$ 是具有单位的复Banach代数,  $\Omega$ 为复平面 $\mathbb{C}$ 上的一个区域,  $\gamma$ 是复平面上的任一可求长的封闭曲线且其内部区域 $\text{ins}(\gamma) \subset \Omega$ , 证明了存在 $A$ 的子集 $\{\mathbf{A}\}_{\Delta^\gamma}$ , 使得对于 $\Omega$ 上的任一解析函数 $f$ , Riesz函数演算 $\{ \mathbf{f} \} : x \mapsto \mathbf{f}(x)$ 是从 $\{\mathbf{A}\}_{\Delta^\gamma}$ 到 $A$ 中的 Lipschitz映射即 $\mathbf{f} \in L^1(\{\mathbf{A}\}_{\Delta^\gamma}, A)$ 且其Lipschitz常数 $L_1(\mathbf{f}) \leq \frac{M_f(\gamma)}{\Gamma\{2\pi\Delta^2\}}$ . 作为这一结果的应用, 研究了算子值的根式函数 $T \mapsto T^{\frac{1}{m}}$ 及绝对值函数 $T \mapsto |T|$ 的Lipschitz性质. 最后, 证明了: 若 $f$ 为一个复值整函数, 则对任一非空有界集  $E \subset \{\mathbf{A}\}$ , 有 $\mathbf{f} \in L^1(E, \{\mathbf{A}\})$ .

关键词 [Riesz函数演算](#) [Lipschitz性质](#) [根式函数](#)

分类号 [47H30](#)

## Lipschitz Properties of Riesz Functional Calculus

Huai Xin CAO, Zheng Li CHEN

College of Mathematics and Information Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, P. R. China

**Abstract** Let  $A$  be a unital complex Banach algebra,  $\Omega \subset \mathbb{C}$  be a region and  $\gamma \subset \mathbb{C}$  be a rectifiable closed curve such that  $\text{ins}(\gamma) \subset \Omega$ . It is proved that the Riesz functional calculus  $\{ \mathbf{f} \} : x \mapsto \mathbf{f}(x)$  is a Lipschitz operator from some  $\{\mathbf{A}\}_{\Delta^\gamma}$  into  $A$ , i.e.,  $\mathbf{f} \in L^1(\{\mathbf{A}\}_{\Delta^\gamma}, A)$  and has the Lipschitz constant  $L_1(\mathbf{f}) \leq \frac{M_f(\gamma)}{\Gamma\{2\pi\Delta^2\}}$ . As an application, Lipschitz properties of the operator valued root-function  $T \mapsto T^{\frac{1}{m}}$  and the absolute value function  $T \mapsto |T|$  are discussed. Lastly, it is proved that  $\mathbf{f} \in L^1(E, \{\mathbf{A}\})$  holds for every nonempty bounded subset  $E$  of  $\{\mathbf{A}\}$ .

**Key words** [Riesz functional calculus](#) [Lipschitz property](#) [root-function](#)

DOI:

通讯作者 曹怀信 [caohx@snnu.edu.cn](mailto:caohx@snnu.edu.cn)

### 扩展功能

#### 本文信息

- ▶ [Supporting info](#)
- ▶ [PDF\(398KB\)](#)
- ▶ [\[HTML全文\]\(0KB\)](#)
- ▶ [参考文献](#)

#### 服务与反馈

- ▶ [把本文推荐给朋友](#)
- ▶ [加入我的书架](#)
- ▶ [加入引用管理器](#)
- ▶ [复制索引](#)
- ▶ [Email Alert](#)
- ▶ [文章反馈](#)
- ▶ [浏览反馈信息](#)

#### 相关信息

- ▶ 本刊中 包含“[Riesz函数演算](#)”的 [相关文章](#)
- ▶ 本文作者相关文章

- [曹怀信](#)
- [陈峥立](#)