



- ▶ 科研成果
- ▶ 研究专题
- ▶ 获奖

稀疏微分结式理论取得重要进展

[【大中小】](#) [【打印】](#) [【关闭】](#)

数学研究中很多问题都可以归结为方程组求解问题。而结式是研究方程组求解的有力工具。它给出超定方程组有公共解的充分必要条件，是代数几何与符号计算的基本概念和消去理论的主要计算工具之一，同时也在多项式方程系统求解的复杂度研究中被广泛应用。因为结式可以一步消去多个变元，它可以定义在系数是参数的方程系统上，而且应用结式可以高效地求解一类零维多项式方程系统，所以结式在很多情况下都是方程求解首选方法。代数稀疏结式由著名数学家 Gel'fand 等于上世纪90年代提出，它构成了稀疏消去理论的基石。稀疏结式的次数依赖于多项式的牛顿多面体和他们的混合体积，而不再是多项式的总次数，从而对稀疏方程求解取得实质性改进。

对于微分情形，作为微分结式的自然推广，同时也是求解微分方程组的需要，同样应该考虑微分多项式的稀疏结构，因此，一个自然的问题是如何定义微分稀疏结式并研究其基本性质。

先进制造部科研人员建立了微分稀疏结式的理论，同时给出了计算微分稀疏结式的高效算法。他们给出了微分稀疏结式存在的充分必要条件，证明了微分稀疏结式具有类似于微分结式的性质，比如分次齐次性，Poisson类型的分解公式等。特别地，他们进一步研究了Laurent微分多项式系统的稀疏结式，给出了Laurent微分多项式系统结式存在的充要条件，并给出了一个仅依赖于多项式支集的矩阵判别方法。通过研究稀疏微分结式的基本性质，得到了结式表达式中多项式的阶数与次数界。特别地，他们给出了稀疏微分结式关于阶数的Jacobi界，并给出了微分结式的BKK界。基于这些界，他们给出了计算稀疏微分结式的关于输入规模的单指数复杂度算法。

关于微分结式的论文《Sparse Differential Resultant》获国际计算机协会(ACM)符号与代数计算专业委员会(SIGSAM)颁发的ISSAC 2011唯一杰出论文奖。授奖词完整总结了论文的主要贡献：“微分多项式系统结式是微分代数和结式理论中一个重要、困难与全新(original)的问题。作者首次严格定义了微分结式和稀疏微分结式，证明了稀疏微分结式的一些重要的性质，并设计了一个基于矩阵运算计算稀疏微分结式的单指数算法。该高效算法将会对应用数学和计算科学领域中若干问题起到影响。预计这篇文章将会阐明并开启(Shed light on)微分代数、结式理论、复杂性理论、线性代数和组合学中新问题的研究。”相关工作发表在符号计算最重要的国际会议 ISSAC 和国际著名期刊Foundations of Computational Mathematics 上。

