文章编号:1001-5132（2010）02-0052-05

Black-Scholes 期权定价模型的拓展

郭 翱，徐丙振*，于利伟

（宁波大学 理学院，浙江 宁波 315211）

摘要：假定动态风险资产价格遵从扩散－跳跃复合泊松过程，无风险利率、股票收益率、市场波动率、股票红利等均为自适应过程，利用随机微分方程和鞅方法，得到了资产投资组合贴现过程鞅成立的条件．在相同测度下，考虑到交易费用和红利支付，对经典 Black-Scholes 方程进行了修正，得到了不同条件下的欧式看涨期权的定价方程，使得期权定价公式更加符合市场实际，拓展了鞅方法的使用范围和意义.

关键词：扩散－跳跃复合泊松过程；鞅方法；随机微分方程；期权定价；贴现过程

中图分类号：O211.6; F830.9 **文献标识码：**A

期权定价和投资组合问题一直是金融资产风险管理的核心问题．期权作为一种重要的金融衍生产品，它的定价很早就受到人们的极大关注，因为其定价过程与股票价格有着很大的联系. 1900 年 Louis Bachelier[1]首次提出股票价格变化过程可以用 Brown 运动来描述，这项开创性工作为金融资产定价带来了数学革命；1961 年 Case Sprend 用几何布朗运动构建股票价格模型，改进了纯粹由 Brown 运动描述股票市场的构建方式；杰出的经济学家 Paul Samuelson 对前人的工作进行了改进[2]，但是仍然没有得到风险中性的期权定价表达式；当代金融领域最著名的学者 Black Fisher、Myron Scholes 和 Merton R C 在 20 世纪 70 年代通力合作，推导出了直至今日最著名的 Black-Scholes 期权定价方程[3-4]．但是，Black-Scholes 期权定价方程中的参数(股票收益率、市场波动率等)多为常数，而且忽略了交易费用及标的资产的红利支付，这两点显然还不能与实际相吻合．随后，Merton 对 Black-Scholes 期权定价方程做出了很多补充和修正，1973 年 Merton 相继推导出了支付红利及无风险变动情况下的欧式期权定价公式．1976 年，Merton 建立了扩散－跳跃方式下的欧式期权定价公式[5]. 1985 年 Leland 导出了考虑交易费用情况下的期权定价公式[6]．但是，无论是 Merton 还是 Leland 都没有把所有真实市场交易情况写进同一个期权定价公式里，而且他们的定价方程中的参数多为常数，这对于期权定价来讲，具有相当大的局限性.

在 Black-Scholes 期权定价模型建立之后, 1979 年 Harrison 和 Kreps 等人提出并发展了等价鞅测度方法，得出了无套利和等价鞅测度等价的结论，并首次提出了自融资的概念; 1981 年 Harrison 和 Pliska 阐述了完备市场和等价鞅测度之间的唯一性关系[7]，但他们没有给出非完备市场条件下等价鞅的表述

收稿日期：2009-04-03. 宁波大学学报（理工版）网址: http://3xb.nbu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金（10774080）.
第一作者：郭 翱（1982－），男，山东泰安人，在读硕士研究生，主要研究方向: 金融物理与复杂系统. E-mail: oscarsky25@163.com
*通讯作者：徐丙振（1959－），男，山东武城人，博士/教授，主要研究方向: 金融物理与复杂系统. E-mail: xubingzhen@nbu.edu.cn

问题; Shreve 给出了扩散－跳跃条件下，鞅测度的一些方法和测度选择[8]; 但 Merton、Harrison、Kreps、Pliska 和 Shreve 等人模型中参数仍然较多的使用常数，而且没有针对具体的负债及资产(银行存款、政府债券、股票及金融衍生产品等)给出参数的适用条件. 在完备的无套利的世界里，资产组合可以复制、对冲，而对于现实世界的金融市场，它是有偏的、信息不对称的、存在套利和跳跃式波动的不断变化的随机过程. 所以，如何找到适当的方法对动态资产进行定价，一直是金融界十分棘手的问题. 因此在当今数理金融界，很多学者还在继续着对 Black-Scholes 定价方程的修正工作，不断寻找着符合不同实际、能够更好、更准确地描述真实金融市场交易的定价模型和方法.

笔者首先建立 2 种资产模型，而后在等价鞅测度下，讨论投资组合鞅成立的条件及跳跃－扩散复合泊松过程下的 Black-Scholes 期权定价方程的拓展.

1　模型建立

令 $(\Omega,\mathbb{Q}_{(t)},P)$ 为一完备概率空间，无风险债券满足:

$$\mathrm{d}B_t = R_{(t)}B_t\mathrm{d}t, \tag{1}$$

其中，B_t 是无风险资产，$R_{(t)}$ 是短期无风险利率.

设风险资产动态价格随机微分方程为:

$$\mathrm{d}S_{(t)} = \mu_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}t + \sigma_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}W_{(t)} - q_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}t + S_{(t)}\mathrm{d}(Q_{(t)} - \beta\lambda t), \tag{2}$$

其中，$\mathrm{d}S_{(t)}$ 为风险资产的增量，这里我们可以把这种风险资产定义为股票; $\mu_{(t)}$ 是股票随时间变化的收益率; $\sigma_{(t)}$ 是股票随时间变化的波动率; $W_{(t)}$ 是标准布朗运动; $q_{(t)}$ 是股票随时间变化的红利过程; β、λ 分别为复合泊松跳跃的平均高度和平均强度; $Q_{(t)} - \beta\lambda t$ 是补偿泊松过程，它表示股票价格在股东持有过程中，股票价格发生的变化，这和一国国内和国际的政治、经济、金融环境有关. 以上各变量均自适应于滤波过程 $\mathbb{Q}_{(t)}$. 假设一投资者同时持有一定数目的风险和无风险资产，则其总资产可以表述为:

$$X_{(t)} = \delta_{(t)}\mathrm{d}S_{(t)} + \delta_{(t)}S_{(t)}q_{(t)}\mathrm{d}t + R_{(t)}(X_{(t)} - \delta_{(t)}S_{(t)})\mathrm{d}t - AS_{(t)}\delta_{(t)}\mathrm{d}t - A\delta_{(t)}\mathrm{d}S_{(t)}, \tag{3}$$

其中，$\delta_{(t)}$ 是投资者拥有风险证券的份额; $R_{(t)}$ 为本国随时间变化的短期利率; A 为证券交易过程中所交税费(开户银行管理费用、经纪人佣金收入、信息服务费等)的比例，一般为正的常数.

将(2)式代入(3)式，可得:

$$\mathrm{d}X_{(t)} = R_{(t)}X_{(t)}\mathrm{d}t + ((1-A)\mu_{(t)} - R_{(t)} - A)\cdot \delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}t + (1-A)\delta_{(t)}\sigma_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}W_{(t)} + (1-A)\delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}(Q_{(t)} - \beta\lambda t). \tag{4}$$

定义 **1**　不考虑通货膨胀时，在测度变换 $\theta_{(t)} = ((1-A)\mu_{(t)} - R_{(t)} - A)/(1-A)\sigma_{(t)}$ 下，若使风险资产和总资产贴现值同时为鞅，则它们需同时满足:

$$\begin{cases} \lambda\beta = \tilde{\lambda}\tilde{\beta}, \\ (1+R_{(t)})A = q_{(t)}(1-A), \\ \theta_{(t)}\mathrm{d}t + \mathrm{d}W_{(t)} = \mathrm{d}\tilde{W}_{(t)}, \end{cases} \tag{5}$$

其中，$\mathrm{d}\tilde{W}$ 为概率 $\tilde{P}$ 下等价鞅测度的某一布朗运动，$\tilde{\beta}$、$\tilde{\lambda}$ 分别为等价鞅测度下复合泊松过程的跳跃平均高度和平均频率.

证明　利用 Itõ 定理，有:

$$\mathrm{d}(\mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}X_{(t)}) = -R_{(t)}\mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}X_{(t)}\mathrm{d}t + \mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\mathrm{d}X_{(t)}. \tag{6}$$

考虑即时条件下的资产形式:

$$\mathrm{d}X_{(t)} = R_{(t)}X_{(t)}\mathrm{d}t + \sigma_{(t)}\delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W} + \delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}(Q_{(t)} - \tilde{\beta}\tilde{\lambda}t). \tag{7}$$

将(7)式代入(6)式得:

$$\mathrm{d}(\mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}X_{(t)}) = -R_{(t)}\mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}X_{(t)}\mathrm{d}t + R_{(t)}\mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\cdot X_{(t)}\mathrm{d}t + \mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\sigma_{(t)}\delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W} + \mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\delta_{(t)}S_{(t)}\cdot \mathrm{d}(Q_{(t)} - \tilde{\beta}\tilde{\lambda}t) = \mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\sigma_{(t)}\delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W} + \mathrm{e}^{-\int R_{(t)}\mathrm{d}t}\delta_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}(Q_{(t)} - \tilde{\beta}\tilde{\lambda}t).$$

可见，此时总资产贴现为鞅. 将(4)式、(7)式联

立相等，得到(5)式第 1, 3 项.

现在，我们考查在概率 $\tilde{P}$ 的等价鞅测度下风险资产随机微分方程：

$$\mathrm{d}S_{(t)} = S_{(t)}((R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta})\mathrm{d}t + \sigma_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W} + S_{(t)}\mathrm{d}Q_{(t)}, \tag{8}$$

而若使风险资产贴现为鞅，则有：

$$\mathrm{d}S_{(t)} = R_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}t + \sigma_{(t)}S_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W}_{(t)} + S_{(t)}\mathrm{d}(Q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta}t), \tag{9}$$

所以有 $(R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} = R_{(t)}$，这样(5) 式条件全部得证.

定义 **2** 在总资产贴现为鞅的测度 $\tilde{P}$ 下，考虑交易费用、各种税费、股票红利在自适应条件下，复合泊松跳跃－扩散模型欧式看涨期权定价方程为：

$$V_{(\tau)} = \sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}\mathrm{e}^{-\int_0^\tau R_{(t)}\mathrm{d}t}(S_0\mathrm{e}^{f_{(\tau)}^2/2}\mathrm{e}^{\int_0^\tau R_{(t)}\mathrm{d}t}N(d_2) - KN(d_1)),$$

其中：$Y_{(i)}$ 为 i 时刻的跳跃幅度，且 $Y_{(i)} \geqslant -1$；总资产贴现值为鞅条件下泊松跳跃发生概率为：

$$\tilde{P}\{N_{(\tau)} - N_{(0)}\} = \tilde{p} = (\tilde{\lambda}\tau)^k \mathrm{e}^{-\tilde{\lambda}\tau}/k!,$$

$$k = 0, 1, 2, 3\cdots,$$

$$B_{(t)} = (R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta} - \sigma_{(t)}^2/2,$$

$$d_1 = (\mathrm{n}\, S_0 \prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1)/K + \int_0^\tau B_{(t)}\mathrm{d}t)/f_{(\tau)},$$

$$d_2 = d_1 + f_{(\tau)}.$$

证明 在总资产贴现为鞅的测度 $\tilde{P}$ 下，解随机微分方程(8)式得：

$$S_{(t)} = \exp(\int_0^\tau \sigma_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W}_{(t)} + \int_0^\tau((R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta} - 1/2\sigma_{(t)}^2)\mathrm{d}t)S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1). \tag{10}$$

欧式看涨期权定价方程为：

$V_{(\tau)} = \tilde{E}(\mathrm{e}^{-\int_0^\tau R_{(t)}\mathrm{d}t}(S_{(t)} - K^+/\mathbb{Q}_{(t)}))$，动态资产的价格过程是自适应于滤波 $\mathbb{Q}_{(t)}$ 的随机过程，利用式(5)代入 $S_{(t)}$ 表达式得到：

$$V_{(\tau)} = \tilde{E}(S_0\mathrm{e}^{-\int_0^\tau R_{(t)}\mathrm{d}t}(\int_0^\tau \mathrm{d}\tilde{W}_{(t)} + \int_0^\tau((R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta})\mathrm{d}t)\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1) - K^+/\mathbb{Q}_{(t)}). \tag{11}$$

现在我们来讨论自适应波动率过程 $\sigma_{(t)}$：考虑现实金融市场中，$\sigma_{(t)} > 0$，又 $\int_0^\tau \sigma_{(t)}^2\mathrm{d}t < +\infty$，即波动率变化是有范围的；由于证券市场的均衡供需关系总是围绕着均衡点上下波动，所以，我们可以做函数 $\sigma_{(t)} = (\int_0^\tau \sigma_{(t)}^2\mathrm{d}t/\tau)^{1/2}$，来近似替换 $\sigma_{(t)}$，则有：

$$(\int_0^\tau \sigma_{(t)}^2\mathrm{d}t)^{1/2} = \sigma\tau^{1/2} = f_{(\tau)},$$

$$\int_0^\tau \sigma_{(t)}^2\mathrm{d}t = f_{(\tau)}^2, \tag{12}$$

其中，σ 为 τ 时期内，市场波动率的平均值. 函数变换后的金融市场意义为：在期权购买之日到交易日执行期间所有波动率的统计估值. 要使欧式期权得到执行，需要以下条件：$S_{(t)} \geqslant K^+$，所以有：

$$\int_0^\tau \sigma_{(t)}\mathrm{d}\tilde{W}_{(t)} + \int_0^\tau((R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta} - \sigma_{(t)}^2/2)\mathrm{d}t \geqslant \ln(K/(S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1))),$$

令

$$B_{(t)} = (R_{(t)} + A)/(1-A) - q_{(t)} - \tilde{\lambda}\tilde{\beta} - \sigma_{(t)}^2/2,$$

又

$\sigma_{(t)} = f_{(\tau)}/(\tau)^{1/2}$ 是 τ 的函数，则有：

$$\tilde{W}_{(t)} \geqslant (\ln(K/(S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1))) - \int_0^\tau B_{(t)}\mathrm{d}t)/(f_{(\tau)}/(\tau)^{1/2}).$$

所以有：

$$-\tilde{W}_{(t)}/(\tau)^{1/2} \leqslant d_1 = \ln(S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)} + 1))/K + \int_0^\tau B_{(t)}\mathrm{d}t)/f_{(\tau)}. \tag{13}$$

令 $-\tilde{W}_{(t)}/(\tau)^{1/2} = y$，$d_2 = d_1 + f_{(\tau)} = Z$，那么期权价格可以进一步写为：

$$V_{(\tau)} = 1/(2\pi)^{1/2}\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)}\tilde{p}S_0\mathrm{e}^{-\int_0^\tau R_{(t)}\mathrm{d}t}\int_{-\infty}^{d_1}(\exp(-f_{(\tau)}y + \int_0^\tau B_{(t)}\mathrm{d}t))\mathrm{e}^{-y^2/2}\mathrm{d}y - 1/(2\pi)^{1/2}\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)}\tilde{p}K\cdot$$

$$\int_{-\infty}^{d_1} \mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} R_{(t)}\mathrm{d}t} \mathrm{e}^{-1/2y^2}\mathrm{d}y = V_{1(\tau)} - V_{2(\tau)},$$

其中,

$$V_{1(\tau)}=1/(2\pi)^{1/2}\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}S_0\mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} R_{(t)}\mathrm{d}t}\int_{-\infty}^{d_1}(\exp(-f_{(\tau)}y+$$

$$\int_0^{\tau} B_{(t)}\mathrm{d}t))\mathrm{e}^{-y^2/2}\mathrm{d}y = \sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}S_0\mathrm{e}^{1/2 f_{(\tau)}^2} \cdot$$

$$\mathrm{e}^{\int_0^{\tau}(B_{(t)}-R_{(t)})\mathrm{d}t}\int_{-\infty}^{d_1+f_{(\tau)}} \mathrm{e}^{-Z^2/2}\mathrm{d}Z =$$

$$\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}S_0\mathrm{e}^{f_{(\tau)}^2/2}e^{\int_0^{\tau}(B_{(t)}-R_{(t)})\mathrm{d}t}N(d_{(2)}), \tag{14}$$

$$V_{2(\tau)} = \mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} R_{(t)}\mathrm{d}t}\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}KN(d_1). \tag{15}$$

故有:

$$V_{(\tau)} = V_{1(\tau)} - V_{2(\tau)} =$$

$$\sum_{i=N(0)}^{N(\tau)} \tilde{p}\mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} R_{(t)}\mathrm{d}t}(S_0\mathrm{e}^{f_{(\tau)}^2/2} \cdot$$

$$\mathrm{e}^{\int_0^{\tau} B_{(t)}\mathrm{d}t}N(d_2) - KN(d_1)). \tag{16}$$

根据以上得出的期权定价公式, 我们在此做简单讨论如下:

(1) 不考虑红利过程、交易费用, 考虑到股票价格的跳跃过程, 而短期无风险债券利率, 股票红利过程和市场波动率等参数均看作常数时, (16)式化简为:

$$V_{(\tau)}=\sum_{k=0}^{\infty}(\tilde{\lambda}\tau)^k\mathrm{e}^{-\tilde{\lambda}\tau}(S_0\mathrm{e}^{-\tilde{\lambda}\tilde{\beta}\tau}N(d_2)-\mathrm{e}^{-R\tau}KN(d_1))/k!, \tag{17}$$

$$d_1 = (\ln(S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)}+1)/K)+$$

$$(R-\tilde{\lambda}\tilde{\beta}-\sigma^2/2)\tau)/(\sigma\tau^{1/2}),$$

$$d_2 = (\ln(S_0\prod_{i=N_{(0)}}^{N_{(\tau)}}(Y_{(i)}+1)/K)+$$

$$(R-\tilde{\lambda}\tilde{\beta}+\sigma^2/2)\tau)/(\sigma\tau^{1/2}).$$

这与 Merton 用偏微分方程方法所求结果形式一致.

(2) 虑交易费用, 不考虑股票价格的跳跃过程, 同时将短期无风险债券利率, 股票红利过程和市场波动率等参数均看作常数时, (16)式化简为:

$$V_{(\tau)} = S_0\mathrm{e}^{A\tau(1+R)/(1-A)}N(d_2)-\mathrm{e}^{-R\tau}KN(d_1), \tag{18}$$

$$d_1 = (\ln(S_0/K)+(R+A)\tau/(1-A)-$$

$$q\tau-\sigma^2\tau/2)/(\sigma\tau^{1/2}),$$

$$d_2 = d_1+\sigma\tau^{1/2} = (\ln(S_0/K)+(R+A)\tau/$$

$$(1-A)-q\tau+\sigma^2\tau/2)/(\sigma\tau^{1/2}).$$

(3) 虑股票价格的跳跃过程, 考虑到股票的红利过程, 股票收益率、市场波动率、短期无风险利率均为自适应过程, 则欧式看涨期权表达式化简为:

$$V_{(\tau)} = S_0\mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} q_{(t)}\mathrm{d}t}N(d_2)-K\mathrm{e}^{-\int_0^{\tau} R_{(t)}\mathrm{d}t}N(d_1), \tag{19}$$

$$d_2 = d_1 + f_{(\tau)} = d_1+\sigma\tau^{1/2},$$

$$d_1 = (\ln(S_0/K)+$$

$$\int_0^{\tau}(R_{(t)}-q_{(t)}-\sigma_{(t)}^2/2)\mathrm{d}t)/(\int_0^{\tau}\sigma_{(t)}^2\mathrm{d}t)^{1/2}.$$

(4) 考虑股票价格的跳跃过程, 不考虑股票的红利过程, 在股票收益率、市场波动率、短期无风险利率均为常数条件下有:

$$V_{(\tau)} = S_0N(d_2)-\mathrm{e}^{-R\tau}KN(d_1), \tag{20}$$

$$d_1 = (\ln(S_0/K)+R\tau-\sigma^2\tau/2)/(\sigma\tau^{1/2}),$$

$$d_2 = d_1+\sigma\tau^{1/2} = (\ln(S_0/K)+R\tau+$$

$$\sigma^2\tau/2)/(\sigma\tau^{1/2}).$$

在这种情况下, 期权定价模型化简为最普通, 最常见, 也是我们最熟悉的经典的定价方程, 即 Black-Scholes 欧式看涨期权定价公式.

以上是我们对欧式看涨期权定价方程的完善和发展, (17)~(20)式结果再一次说明了我们得到的定价方程(16)式的普适性和正确性, 在各种特殊的条件下, (16)式均可以化简为具有不同实际意义的期权定价表达形式.

2　结论

主要讨论了在扩散－跳跃复合泊松过程及自适应条件下, 对投资组合进行鞅建模, 拓展了经典 Black-Scholes 定价方程, 对动态资产进行鞅定价, 得出了鞅成立的条件, 拓展了鞅的使用范围. 这里

我们只是讨论了一种过程和一种技术；除此之外，在更广阔的分形金融市场上，我们可以使用鞅与随机控制相结合的办法来建模和解决更多符合实际的金融市场风险管理与控制问题.

参考文献:

[1] Bchelier Louis. Theorie de la speculation[J]. Annales Del' Ecole Normale Superieure, 1900, 17:21-86.

[2] Samuelson Paul. Rational theory of warrant pricing[J]. Industrial Management Review, 1965, 6:13-31.

[3] Black F, Scholes M. Pricing of options and corprate liabilities[J]. Journal Politics Economy, 1973, 81:637-659.

[4] Merton R C. The relationship between put and call option price: Comment[J]. Journal of Finance, 1973, 28:183-184.

[5] Merton R C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous[J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3:125-144.

[6] Leland H E. Option pricing and replication with transaction costs[J]. Journal of Finance, 1985, 40:1283-1301.

[7] Harrison M, Pliska S. Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading[J]. Stochastic Processes and their Applications, 1981, 11:215-260.

[8] Steven E S. Stochastic calculus for finance Ⅱ: Continuous-time Models[M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 2000.

Expansion of Black-Scholes Option Pricing Model

GUO Ao, XU Bing-zhen*, YU Li-wei

(Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: Based upon the hypothesis that the price of dynamic and risky assets complies with the processes of compound jump-diffusion, and riskless interest rate, stock yield rate, market volatility and dividends can be described with a self-adaptive process, the result of discounted portfolio is obtained, which is a martingale with the same measure of the martingale. Also obtained is a new corrected function of Black-Scholes European call option, which is well adapted to the real security market using stochastic differential equations and the measure of equivalent martingale under the condition of the existence of dealing fees and dividends. Moreover, the approach of martingale is extended, resulting with more meaningful and general applications.

Key words: compound jump-diffusion process; martingale approach; stochastic differential equation; option pricing; discounted process

CLC number: O211.6; F830.9 **Document code:** A

（责任编辑 史小丽）