系统科学与数学　1981 1 (1): 009-033　ISSN: 1000-0577 CN: 11-2019/O1

论文

Bα空间与 Laplace 算子的某些估计

丁夏畦, 罗佩珠

收稿日期　修回日期　网络版发布日期　接受日期

摘要　本文共分两部分.第一部分将提供一类新的函数空间,即 Ba 空间,并较详细地研究它们的性质.
这类空间包括经典的某些 Orlicz 空间,Orlicz—Sobolev 空间,等等,它们具有某些与 Orlicz 空间类似地性质.
但它们包含的内容广泛得多.由于这类空间的研究与应用主要是建立在经典的 Lebesgue 类 L_p 上,
所以方法比较自然,结果更加精确.设 B={B_1…,B_m,…)为一串线性赋范函数空间,a={a_1,…,a_m,…}
为一串非负实数,φ(z)=Σα_nz~n 为整函数,对于 f∈∩B_m 构成幂级数I(f,α)=Σα_m‖ f‖ _B_m~mα~m.(I.1)如 I(f,α)
具非负收敛半径,我们则称 f∈BL(ϕ)或记为 B_α,或记为(B_m,α_m,),记 I(f,1)=I(f).空间 BL(ϕ)
的范数定义为‖ f‖ _Bα=(?){1/α}(I.2)简记为‖ f‖ .容易证明‖ f‖ 满足范数三条件,如 I(f,α)为α的整函数,则称 f∈BE
(ϕ)或记为 aB,或记为(a_m,B_m),其范数的定义与(I,2)同.aB 构成 Ba 之一子空间.如果取 B_m=L_m,则 Ba≡Orlicz
空间 Lϕ,如果取 B_m=W_m~l,则 Ba≡Orlicz— Sobolev 空间 W~lLϕ.我们过去实际上是把一些特殊的 Ba
空间应用到差分法的误差估计,强非线性变分问题等等.在本文中,我们探讨这种空间的某些基本性质,诸如完备性,
可分性,列紧性,线性泛函,弱收敛,等等.第二部分,实际上是把这种空间用来作线性方程的先验估计.当然,
首先要作的是Laplace 算子在某些典型区域上的先验估计.正如通常一样,首先作全空间的体场位,
半空间的狄氏问题的解的估计.为此我们先要对这些区域的解在 Besov 空间作出估计,这种估计虽然过去有过,
但为了要对 Ba 空间作估计,我们需要明确的常数估计.为了完备起见,我们用我们的方法得到了这些估计,
较过去更确切地估算了常数.我们着重研究了四分之一空间(相当于平面的第一象限)定解问题的解的先验估计.
这种区域的特点是它的边界不光滑,有棱角.近年来,由于有限元方法的广泛应用与流行,
对于有角点的区域的细致研究,引起了广泛的兴趣.所以本文就这种情况的一个特款进行了研究,
这对有限元法的广泛探讨也许会有启发.我们发现具有棱角边界的先验估计中,出现一种离散现象,
即对于某些特定的分数阶可微函数空间时,估计不成立了.欲使估计成立,必须对已知数据加上一些附加条件.
这些性质在讨论抛物型方程的混合问题时,已为B.A.所发现.但他并未对 Laplace 算子的有角区域得出这样的论断.而
Laplace 算子这种现象的出现,其意义将是重要的.它将影响到有限元方法的收敛与误差估计.
这种影响我们以后将进一步阐明.

关键词
分类号

Bα SPACES AND SOME ESTIMATES OF LAPLACE OPERATOR

DING XIAXI Luo PEIZHU

Abstract

Key words

DOI:

通讯作者