

**成果名称：共形几何代数和零括号代数**

完成人：李洪波

**【简介】** 共形几何代数 (CGA) 和零括号代数 (NBA) 是基于高级几何不变量的代数表示和计算系统，是Clifford代数的一个新的分支，主要内容包括表示和计算两部分：

(1) CGA为初等几何提供了统一和简洁的齐性代数框架。所谓初等几何，即不具有微积分运算的几何，包括欧氏几何、双曲（非欧）几何、球面几何、球几何、线几何、投影几何、仿射几何等。由于CGA与坐标的选取无关，处理几何问题的过程和结果具有内蕴性的，因而可以直接进行几何解释。由于CGA对初等几何的表示是统一的，因而一个代数公式可以在各种几何中解释成不同的几何定理。

(2) CGA和NBA是一对耦合的高级协变量和不变量系统。NBA具有高效的展开、消元、化简和分解算法，从而可以用来进行极其复杂的符号几何计算。NBA可以将实际的几何不变量表示成基本不变量的有理单项式形式，因而是初等几何的最实用的不变量系统，在几何数据处理和几何建模方面表现出巨大的优势。

1. Hongbo Li, David Hestenes, Alyn Rockwood (2001). Generalized homogeneous coordinates for computational geometry. In: *Geometric Computing with Clifford Algebra*, G. Sommer (ed.), Springer Heidelberg, pp. 27-60.
2. Hongbo Li (2001). Hyperbolic conformal geometry with Clifford algebra. *International Journal of Theoretical Physics* 40(1): 79-91.
3. Hongbo Li (2002). Automated geometry theorem proving in the homogeneous model with Clifford bracket algebra. In: *Applications of Geometric Algebra in Computer Science and Engineering*, L. Dorst et al. (eds.), Birkhauser, Boston, pp. 69-78.
4. Hongbo Li, Yihong Wu (2003). Automated Theorem Proving in Projective Geometry with Cayley and Bracket Algebras I. Incidence Geometry. *J. of Symbolic Computation* 36(5): 717-762.
5. Hongbo Li (2004). Symbolic Computation in the Homogeneous Geometric Model with Clifford Algebra. In: *Proc. ISSAC 2004*, J. Gutierrez (ed.), ACM Press, pp. 221-228.

**成果名称：代数的表示型**

完成人：韩阳

**【简介】** 在“Ringel猜测”方面：应用Galois覆盖理论，给出controlled wild的一个方便实用的覆盖标准，极大地支持了“Ringel猜测”；引入controlling index的概念，这一概念的引入连同前述的覆盖标准使困扰表示论诸多专家十几年之久的“Crawley-Boevey猜测”有了较大的突破，即有这样的结论 (Nagase)：若对某代数类wild 表明具有有限controlling index 的controlled wild, 则“Crawley-Boevey猜测”成立。从而极大地支持了“Crawley-Boevey猜测”。

在“Simson问题”方面：系统地研究了根方零代数的野性，给出“Simson问题”的否定回答。

在“Tame-Open 猜测”方面：首次提出wild代数的秩的概念，据此非常巧妙地将“Tame-Open 猜测”这一几何问题代数化，问题转化为研究wild代数的秩的一致上界的存在性；给出确定wild代数的秩的一致上界的非常有效的Galois覆盖标准，利用此标准给出wild局部代数、wild两点代数、wild根方零代数等所有众所周知的wild代数类的秩的一致上界，从而极大地支持了“Tame-Open 猜测”。

在两点代数的分类方面：应用覆盖和退化理论，彻底解决了始于二十多年前的两点代数的分类问题。

1. Y. Han, *Is tame open?*, Journal of Algebra, 2004, In press.
2. Y. Han, *Wild two-point algebras*, Journal of Algebra, 247 (2002), 57-77.
3. Y. Han, *Controlled wild algebras*, Proceedings of London Mathematical Society, 83 (2001), 279-298.
4. Y. Han, *Wild radical square zero algebras*, Science in China, Series A, 45(2002), 29- 33.
5. T. Bruestle, Y. Han, *Two-point algebras without loops*, Communication in Algebra, 29(2001), 4683-4692.

**成果名称：向量优化与均衡理论的研究**

完成人：陈光亚、汪寿阳

**【简介】** (1) 为向量优化问题的研究提供了新的非线性分析方法，开创了新的研究方向。

我们在国际上首先提出了变动偏序结构下的向量变分不等式模型，并证明其解的存在性，研究了解的稳定性及解集拓拓扑性质。利用向量变分不等式界定变动序结构下多目标优化问题新的Pareto解的概念，从而建立一套研究变动序结构下多目标优化问题研究的非线性方法，克服了Charnes和Yu在研究这类问题上遇到的根本性困难，使多年停止不前的变动序结构下的多目标优化问题的研究重新有了活力。向量变分不等式问题的研究已超出了多目标优化的领域，它在网络均衡、经济均衡、多值博弈以及其它非线性分析领域找到了更多的应用，在国际上形成了一个新的研究方向。

(2) 发展一些数学工具为研究集值优化问题和多值博弈问题提供了基础。

我们在国际上第一个得到了集合值函数的极大极小定理，解决了Ferro提出的一个公开问题。我们对向量值函数建立了统一的广义变分原理，将国际上存在的三种不同形式的广义变分原理作为特殊形式；我们在国际上第一次提出了集合值函数的广义变分原理及建立了Cristi-Kirk不动点定理、Flower Petal定理、Drop定理的向量和集值形式并证明了它们分别与我们提出的广义变分原理的等价性；我们在国际上第一个给出了集值映射的择一性定理，并应用它去研究最优性条件，对偶理论等问题，得到了一批深刻的结果。这些工作为集值优化问题的研究提供了有力的工具。

(3) 我们在国际上首先建立了向量网络均衡问题的数学模型，提出了向量均衡原则，从而推广和改进了国际上应用了几十年的Wardrop均衡原则；得到了向量均衡解的存在性定理；建立了向量网络均衡问题与向量变分不等式的等价性。这些工作得到国际同行的高度关注及许多引用。

代表性相关论文目录（不超过五篇）

1. Chen GY, Yang XQ, Characterizations of variable domination structures via nonlinear scalarization, JOURNAL OF OPTIMIZATION THEORY AND APPLICATIONS, 112 (1): 97-110, JAN, 2002.
2. Yu M, Wang SY, Fu WT, et al., On the existence and connectedness of solution sets of vector variational inequalities, MATHEMATICAL METHODS OF OPERATIONS RESEARCH, 54 (2): 201-215, 2001. (Wang为通讯作者)
3. Chen GY, Huang XX; Hou, SH, General Ekeland's variational principle for setvalued mappings, JOURNAL OF OPTIMIZATION THEORY AND APPLICATIONS, 106 (1): 151-164, JUL, 2000.
4. Chen GY, Goh CJ, Yang XQ, The gap function of a convex multicriteria optimization problem, EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH, 111 (1): 142-151, NOV, 16, 1998.
5. Li ZF, Wang SY, Connectedness of super efficient sets in vector optimization of set-valued maps, MATHEMATICAL METHODS OF OPERATIONS RESEARCH, 48 (2): 207-217, 1998. (Wang为通讯作者)