



## 科学研究

研究方向

学术活动

科研项目

科研成果

科研动态

课题组网站

## 科研动态

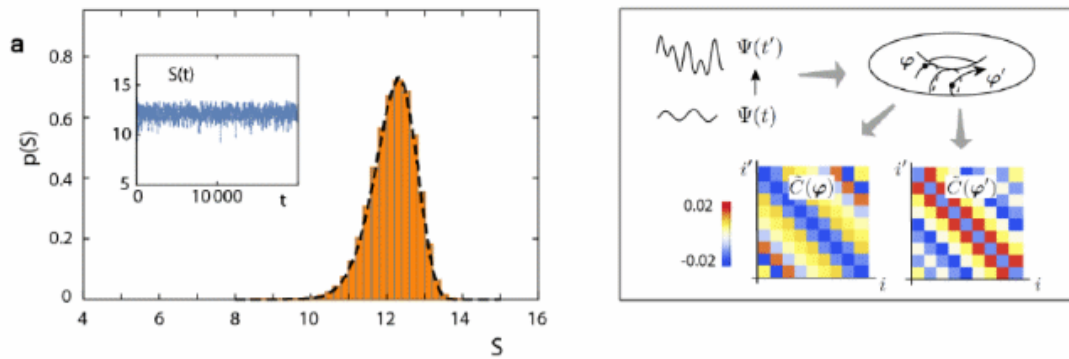
常用  
链接聆听纠缠的声音  
——浙大-理论物理所团队在统计物理理论基础研究获重要进展

发布时间: 2024-02-29 | 【字体:大 中 小】

曼妙的旋律固然使人心安神宁，但刺耳的噪声偶而亦令人感悟到自然之深邃。譬如，从回响在浩渺宇宙的电磁波的噪声中，人们可以捕到大爆炸的余烬——微波背景辐射；从流过量子霍尔导体的电流的噪声中，人们可以瞥见费米子携带着分数电荷分身散影；而非平衡统计物理的支柱之一——涨落耗散定理——则建立了复杂微观运动引发的噪声和宏观输运现象普遍而简洁的联系。

随着人们对统计物理理论理解的深入和凝聚态物理、量子信息等领域的发展，量子纠缠已成为多体物理的核心概念之一。然而，由于纠缠熵、Rényi熵、子系统复杂性等纠缠度量具有信息论性质，与传统物理量如电荷、电流等截然不同，纠缠动力学的理论研究有相当大的挑战性，严格结果极为稀少。即便是对Rice-Mele模型这样简单的无相互作用多体系统，对一般的初始波函数，人们尚无法从数学上预言其纠缠熵的长时间演化图像。因此近二十年来，对纠缠演化的理解很大程度上依赖于Cardy、Calabrese等的一个结果，即对Rice-Mele等无相互作用多体模型，若初始态为高斯态且系统无限大，则纠缠熵在经历早期线性增长后达到饱和，呈现出一个平台。据此物理图像，纠缠熵进入平台期后不展示涨落。但是，该图像仅在上述极为苛刻的条件下被证明，在对许多模型的真实或数值实验中，人们都观察到了与此图像的显著偏离，尤其是非平衡涨落的普遍存在。这些观察是否预示着全新量子涨落效应的出现？对此课题的探索已然超出了现有的纠缠和统计物理理论。实际上，Deutsch等当代统计物理杰出学者已开始探讨纠缠的非平衡涨落与统计物理理论基础的联系，但都是基于数值实验。

最近，中国科学院理论物理研究所田鑫舜研究员和浙江大学林励庆副教授及其博士生娄存忠合作，对一大类自由和相互作用可积格点模型发展了一个非平衡纠缠涨落的严格数学理论。依此理论，他们“听”到了量子纠缠在时间演化过程中发出的奇特噪声（附图左）。相关成果近日刊载于《自然·通讯》。



附图：纠缠在时间演化过程中涌现出普适介观涨落现象（出自论文）。

研究团队在46页补充材料中阐述了该理论的构建。它由两个核心步骤组成。

第一步：他们揭示了隐藏在Rice-Mele模型、海森堡XXZ自旋链等可积量子系统中的一个非常高——但有限！——维度的随机结构（附图右）。具体而言，伴随着波函数演化，约化密度矩阵  $\rho_A(t)$  诱导出高维环面  $\mathbb{T}^N$  上的一个经典遍历运动  $\varphi = \omega t \in \mathbb{T}^N$ ，其中  $\omega$  为非公度速度矢量，维度  $N$  依赖于系统尺寸  $L$ ：对自由体系  $N$  随  $L$  线性增长，而对相互作用体系  $N$  随  $L$  指数增长。该运动为  $\mathbb{T}^N$  装备了唯一遍历测度  $\mathbb{P}$ ：

$$\forall A^2 \subset \mathbb{T}^N : \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\omega t \in A} \frac{dt}{T} = \int_{\varphi \in A} \frac{d\varphi}{(2\pi)^N} =: \mathbb{P}(A) \quad (1)$$

据此结果，纠缠的各种信息论度量  $O(t)$  在长时间演化后不出现期待的平台，而是呈现持续的非平衡涨落（附图左）。这些“刺耳的声音”实质上是以  $\omega$  为频率基的准周期振荡。更有趣的是，由于(1)式，它们和介观电子器件（如量子点）中从无序到无序样品（“sample-to-sample”）的量子电导涨落异曲同工，只不过现在的无序样品是从纠缠动力学中涌现而来，因而是虚拟的。每个虚拟样品等效于一个随机约化密度矩阵  $\tilde{\rho}_A(\varphi)$ ，该随机矩阵系综的统计由测度  $\mathbb{P}$  以极为复杂的方式唯一确定。相应地， $\varphi$  表征样品的无序构型。对每个虚拟样品，其相应于  $O(t)$  的纠缠度量  $O(\varphi)$  和  $O(t)$  存在一个简单联系： $O(t) = O(\varphi)|_{\varphi=\omega t}$ 。

第二步：研究团队利用测度  $\mathbb{P}$  的重要数学性质——乘积结构，把现代概率论的一个核心原理即非渐近独立性用于介观涨落  $O(\varphi)$  的研究。特别地，对于对数矩生成函数： $G(u) := \ln \langle e^{u(O - \langle O \rangle)} \rangle$ ，其中  $u \in \mathbb{R}$ ， $\langle \cdot \rangle$  为相对于概率测度  $\mathbb{P}$  的平均，有形变对数索伯列夫不等式：

$$\frac{dG}{du} \leq \frac{1}{u^2} \frac{\sum_{m=0}^{N-1} \langle e^{u(O - \langle O \rangle)} \phi(-u(O - O_m^\pm)) \rangle}{\langle e^{u(O - \langle O \rangle)} \rangle} \quad (2)$$

其中  $\phi(x) := e^x - x - 1$ ， $O_m^+ := \inf_{\varphi_m} O(\varphi)$ ， $O_m^- := \sup_{\varphi_m} O(\varphi)$ 。研究团队克服了以往数学家们对(2)式处理过于粗糙的弱点，得到了(2)式右端的一个精细上界，进而证明了大偏差  $\epsilon$  下的统计分布：

$$\mathbb{P}(|O - \langle O \rangle| \geq \epsilon) = \begin{cases} e^{-\frac{\epsilon^2}{2b^+}}, & \text{当 } O - \langle O \rangle > 0; \\ e^{-\frac{\epsilon^2}{2(b^- + c\epsilon)}}, & \text{当 } O - \langle O \rangle < 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中常数  $b_{\pm}$  ,  $c > 0$  。该分布具非对称性, 即向上涨落,  $O - \langle O \rangle > 0$  呈现亚高斯分布, 而向下涨落,  $O - \langle O \rangle < 0$  则呈现亚伽马分布。这种奇特的分布性质深刻反映出纠缠的非平衡涨落超越了传统非平衡统计物理理论。

的确, 从不等式(2)出发, 可进一步证明对于纠缠熵和任意阶Rényi熵, 在做适当标度变换后, 其非平衡涨落方差均满足如下标度律:

$$\text{Var}(O) = \begin{cases} 1/L + L_A^3/L^2, & \text{对自由模型;} \\ L_A^\beta e^{-L}, & \text{对相互作用模型,} \end{cases} \quad (4)$$

其中  $L_A$  为子系统尺寸, 指数  $\beta \in [2, 4]$  并依赖于系统参数和初始波函数。这个标度律与中心极限定理的预言迥然不同。其物理起源是量子物质波的干涉。这样, 普适介观涨落这个凝聚态物理的重要概念就出人意料地被拓展到了貌似无关的纠缠动力学。

常用  
链接

上述理论预言均为数值实验所证实。

## nature communications

[Explore content](#) [About the journal](#) [Publish with us](#)

[nature](#) > [nature communications](#) > [articles](#) > [article](#)

Article | [Open access](#) | [Published: 27 February 2024](#)

### Mesoscopic fluctuations in entanglement dynamics

[Lih-King Lim](#), [Cunzhong Lou](#) & [Chushun Tian](#) [✉](#)

[Nature Communications](#) **15**, Article number: 1775 (2024) | [Cite this article](#)

[Metrics](#)

本文通讯作者为中国科学院理论物理研究所田矗舜, 第一、第二作者分别为浙江大学林励庆和娄存忠。此工作得到了国家杰出青年科学基金、中国科学院理论物理前沿重点实验室和国家自然科学基金理论物理专款“彭桓武理论物理创新研究中心”及面上项目的支持。

正文链接:

<https://www.nature.com/articles/s41467-024-46078-1>

上一篇: [结合张量网络与消息传递算法的统计力学计算新方法](#)

下一篇: [笼目和蜂窝堆叠体系中拓扑物态的化学规则](#)



[微信公众号](#) | [违法违纪举报](#) | [所长信箱](#) | [联系我们](#)

版权所有 © 中国科学院理论物理研究所 京ICP备05002865号 京公网安备1101080094号

地址: 北京市海淀区中关村东路55号 邮政编码: 100190

