

《自然科学史研究》1995年第19卷第3期第222-233页

Studies in the History of Natural Sciences Vol.19, No.3(1995), p.222-233

《墨经》“次”条与不可分量

邹大海

(北京, 100010, 中国科学院自然科学史研究所)

摘要 文章分四种类型详细地分析了解释《墨经》中“次, 无间而不相撓也”、“次, 无厚而后可”条的诸家异说之得失; 在此基础上, 作者提出了新的解释, 认为此条是墨家不可分量可积观点的直接明证, 并进而讨论了不可分量可积思想对中国古代数学方法的影响, 以及它的历史意义。

关键词 墨经 不可分量 次 无厚 中国古代数学

中图法分类号 O112

文献标识码: A 文章编号

《墨经》“经上”、“经说上”第69条 [1] 讲“次”概念, 按孙诒让《墨子间诂》, 原文如下:

经上: 次, 无间而不撓也。

经说上: 次, 无厚而后 [2] 可。 [1]

经文“撓撓”, 张惠言谓后“撓”字为衍字[2], 孙诒让校作“相撓”[1], 诸家多从之, 二说从理解上不产生分歧; 但亦有维持原文者, 则与上二说在理解上有分歧。关于经说, 孙诒让云“‘后’, 毕本作‘後’。吴抄本作‘厚’, 非”; 吴毓江云“毕本误後, 旧本并作厚” [3]。是“后”字有三种异文: 后、後、厚, 而以前二者为

之“次”，乃真即荀子所谓墨子有见于齐也。夫齐者，上齐也；换言之，即上同于天也。天光所照，无远弗届，故曰“无间而不攸攸也。”“间”，隙也。“攸攸”者，犹尊尊亲亲一类用语，尊尊谓尊其尊，亲亲谓亲其亲，则攸攸亦为攸其攸之义也，何疑哉？是故“无间而不攸攸”者，谓无有一间而不攸其攸也，譬诸恒言水乳交融，佛说“四大海水，等同一味。”伟哉墨氏之哲思，高矣美矣！彼儒之狷狷抨击者，庸何伤乎？^[8]

顾注经说云：

“大取”篇曰：“藉臧也死，而天下害，吾持养臧也万倍，吾爱臧也不加厚。”是无厚也。试束百箬而齐其上端，假有一尊而特长者，乌得而齐之哉？此所以惠施祖述本经，而唱去尊之说也乎？^[8]

顾氏说“次”有“齐”之义，以声转和偏旁互换为证，虽有相当的道理，但所举之例证尚不够充分。如“大取”篇“察次山比因至优指复次”句现在还没有恰当的校勘和解释，至于引“天志下”篇“次己为政”为证据则有误，该句的上下文作“是故庶人竭力从事，不得次己而为正，有士正之。士不得次己而为正，……大夫不得次己而为正，……诸侯不得次己而为正，……三公不得次己而为正，……天子不得次己而为政，有天正之。”（[1]，130页）“天志上”篇亦有类似的文句。“正”马总《意林》引作“政”，此姑不论。从文义看，“次”是放任、放纵，“次己”是按自己的意愿（行事）之义，而《意林》引“次”并作“恣”亦可为证。再者，《墨经》此条的“次”是不是“齐”，则即使在承认“次”有“齐”义的情况下也须别的证据来确定，因为“次”毕竟不止“齐”一项涵义。从“次”条的前后条看，它不会如其所说是“上同于天”这种伦理上的含义^[5]。另外，顾氏释“攸”为结合（[8]，55~56页），释“无间而不攸攸”为“无有一间而不攸其攸”，亦即“所有的间都攸其攸”，则“攸”的对象是“间”，既然有间，就不可能上同于天了。从另一方面说，本条“次”也不可能是“齐”的意思，因为“经上”篇已有“平，同高也”一条。而即使“次”是“齐”的意思，与“平”相近，也不可能放在此处，而应与“平”条位置相近。因此，顾说有误。

吴毓江采孙校“攸攸”为“相攸”，但坚持“后”为“厚”之误。他说“相次无间而不相攸者，其唯宇宙乎！宙弥异时，宇弥异所，是无穷无极之连绵，无乎不在之充实，其相次允为无间。虽然万象森列，固依宇而住也，百变纷纭，固因宙而显也。事象盈虚，消息于宇宙之中，咸相入而无碍，是宇宙者盈而若冲，又与块然攸结之体异也。故曰：‘无间而不相攸也’。宇宙至小无内，故以无厚拟之，同时亦至大无外，故以厚拟之。厚与无厚，通而为

一，形成此不可思议之宇宙，显示其无间而不相撻之相次，故《说》曰“无厚而厚可”。”又引《管子》“心木上”、“白心”，《庄子》“天下”，《淮南子》“说山训”等篇中“其大无外”、“其小无内”一类文句来印证《墨经》此条是讲“厚与无厚，通而为一”。^[3]吴氏这是以道家思想来阐释。应该说这些文献确能说明先秦关心“有厚”、“无厚”这种问题，但这却不能说明《墨经》此条认为“厚”与“无厚”“通而为一”。前面我们已经说到墨家与道家亦此亦彼的思维倾向不同，他们深信逻辑学中的排中律。事实上，吴氏所引《庄子·天下》“至大无外，谓之大一；至小无内，谓之小一。无厚，不可积也，其大千里”正好说明惠施要区分有厚与无厚，特别是后一句，简直就认为有厚和无厚存在不可逾越的鸿沟。所以，吴氏之以“后”为“厚”字之讹，虽有版本方面的佐证，但并不充分。其解释忽视了先秦各家思维倾向之差异，是以未能中的。

1.2 以几何学来解释的几种有代表性的观点

由于“次”表示的是形物间的位置关系，所以，很多学者以几何学来解释。在这类解释中，虽然有不少学者以纯几何学的观点来解释，但很多学者还只是从把问题抽象成几何概念的角度来考虑。

张惠言读经文为“次，无间而不撻也”，读经说为“次，无厚而后可”。他的解释很简略，其解经文云“无间乃得不相撻而相次”，释经说曰“无厚乃无间”^[2]。前一句把“无间”和“不相撻”看成指被排列或放置（“次”）的对象间的关系，后一句解释“无间”，认为两个（或多个）对象的放置要“无间”，必须“无厚”。“无间”是没有间隙，也可以说是“间隙”的值是无，那么“无厚”是指放置的对象之间的部分为零。此说后来成为很多学者以“无厚”指“次”的对象之间的部分（空隙）的观点之张本，其说之谬详后。

1.2.1 迭合说 认为“次”含有两个图形相迭合这样一种几何操作。

钱宝琮认为“次”是“两形处处相合”^[10]。又说“‘次’字似乎有两相等形迭合的意义。因为点与点，线与线，面与面可以迭合，所以说，‘无厚而后可’。”^[11]梅荣照批评这是“撇开经文不理”。^[12]不过，曾昭安亦主此说，他说“当两个物体，若处处叠合，中间并无空隙可言，当然无须顾虑到它们的厚度”^[6]，则此说并非如梅所说未触及经文，钱、曾是把经文作“次，无有间不相撻”来解的，换句话说就是“次，所有间都相撻”了。但是，“次”作“完全可以叠合”解，首先在训诂就有问题。钱、曾未给出一点训诂上的证据。其次，《墨经》对“间”和“有间”有界定（与“间”的普通意义“间隙”、“间隔”相关），这与迭合说不能衔接。若作“处处相合”

解，则不应用“间”字而应用“处”或“所”字。

罗见今释第67条的“攸”为“互相吻合为一”，译此条为“同类图形叠合相比时所谓‘次’者，本身没有区域不被占满，两者却不能重合为一。叠合比大小，须在平面上才能进行。”认为此条“讨论平面面积大小问题，提出用叠合法作为判别法，注意使所比图形没有任何部分处在另一图形边界之外，如果不能重合为一，就可以确认面积居次者。”^[13]照此说来，经文的“不相攸”是两个平面图形叠合时不能重合为一。可是，第67条对二物叠合时能否互相重合不是用是否相攸来界定的，而是用相攸时是否相尽来界定的，这一点从罗氏对该条的读法和他说的“‘攸’，动词，原意为逼近、接触，这里解作相交、重合、复合”也可以看出。所以，即使按罗氏的理解，两个平面图形叠合时，不论是否大小一样，是否完全重合，二者都可以说是相攸，这就与经文相矛盾。另外，按罗氏的观点，“次”的核心是比大小，这在训诂上的也有一定困难。因为“次”虽有次等之义，但要转换为比大小，没有其他的证据还不足以立一说。而本条经文“无间而不相攸”描述的显然不是比大小。所以，罗说不足取。

1.2.2相切说

孙诒让注“言两物相次，则中无间隙，然不相连合。”^[11]但未作更具体的说明。王冬珍肯定孙说，又谓“次与切音同义通。……是次即几何学所谓切也，攸即几何学所谓交也。”“厚即几何学所谓体也。两体两切时，或两点相切，或两线相切，或两平面相切，而无两体相切者。盖两体相依，只有其体之某点、某面、某线相切，必不能全体相切也。故相切只能就点线面而言之。”^[14]此说与高亨的说法^[15]颇雷同，当是袭用高说。几何学的相切，本不指两图形全体重合，二氏所谓“必不能全体相切”可谓多事。几何学的相切，本指两图形在其边界处有共同的切线或切面，线与线、线与面、线与体、面与体、体与体均可相切，倒是未闻点与点可以相切的。至于两形是否相切，那是由图形的具体情况而定的。王氏的“切”似乎有点相合的意思，但全等的立体也是可以相合的。故其说甚谬。

陈孟麟也认为“次”是几何学中的相切，他释经文为“相切，是中间既没有空隙，又不相交”，释经说为“体不能相切。相切不包括体，点、线、面均能相切。”^[16]洪震寰也说：“物质中‘端’的排列还有一种方式，即既不相交合，又不相离隔，也就是处于相切状态。这叫做‘次’，取其相互次第之意。”“既不相交合，自然不应有重合体积，故《说》云：‘无厚而后可。’”^[17]梅荣照认为陈说“很有见地”。但又嫌“他把‘不相攸’解为‘不相交’，‘无厚’解为‘不包括体’，以致造成很多混乱”。梅氏先考察了“攸，相得也”一条后对此条解释说

“‘相撻’就是相合。两图形相接触，接触处既是‘无间’，又‘不相撻’，就是相切。‘无间’就是点，‘不相撻’就是不相合”，“‘无厚而后可’是对切点的进一步说明，‘无厚’就是‘无所大’，切点既然是点，它当然是‘无所大’的”。他接着针对陈说的不满意处补充道：“相切不仅限于线与线、线与面或面与面，它可以是线与体、面与体与体与体。相切处不仅是点，也可以是线。”^[12]其实，以几何学的相切释“次”早在30年代就有人主之，如鲁大东云：“次谓序次排列也。……其相排列也，既非互相距离，二形中虚之有间也；亦非互相函容，二形并合之相撻也；必二圆排列之形，适相‘正切’，而後始可谓之“次”也。”^[18]相切说是有很大问题的。两形相切处的点或线段或面积，均为两相切图形所公有，则此二图形相撻矣。因为《墨经》的“端”虽然“无厚”，但并非什么都没有。而按墨家自己的观点，点与点的相撻也是“俱尽”（第67条），这与经文所说的“不相撻”显然是矛盾的。不过，洪氏以为“次”的对象是“端”，是较可取的（但“次”的对象不限于“端”），但释“次”为相切仍误。因为相切就有共同部分，那怕是几何的点，虽然无厚，也必须说两相切者相撻。

1.2.3其他几何图形排列说

范耕研读经为“次，无间而不相撻”，经说为“次，无间而后可”。他说“次者，两形相比次也。与相撻不同，撻是相交。如两线相次，即几何中线之引长仍在线中。相撻，则成角。两角相次，即几何中共顶角则成和角。两面相次，仍在一平面中。相撻，则不在一平面中，而成面角。当其相次，皆不能有弟三者间其中。有间则相离，而不能相次矣。”^[19]按此说，则两相次的几何图形必有相连的部分，如引长的线，在开始引长的地方，两共顶角之角，也至少有顶点（还有一边）为二者所共有，按第67条“端与端俱，尽”的说法，则二者必相撻。故此说不通。

姜宝昌认为“次”是形体相续而不相叠置，他以图示（图1）解释：“乙形次

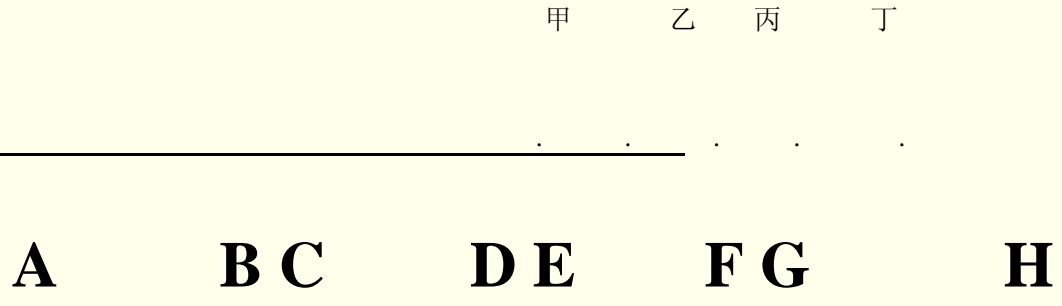


图1 姜宝昌释“次”条示意图

接于甲形，丙形次接于乙形，丁形次接于丙形。如上图线段 AB 终点 B 与线段 CD 始点 C ，线段 CD 终点 D 与线段 EF 始点 E ，线段 EF 终点 F 与线段 FG 始点 G ，相接相续而不相重合，非如此不能成其为‘次’。不相重合，又何厚之有！”^[20]姜氏还引欧几里得《几何原本》“一有界直线，求从彼界直行引长之，如甲乙线，从乙引至丙，或引至丁，俱一直行”，认为这与墨家此条是“同一个问题的两种不同表达方式”^[21]。按姜氏的说法，相邻二形间（甚至前形之终点与后形之始点）可以相续而不相重合，这实际与孙诒让注一脉相承。此说有一定道理，但对这是怎样的一样关系，姜氏却没有说明。按姜氏的图示，则 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 实际分别重合而为3个点，则两相邻形实际又有重合之点了。如果这几组点不是分别各为一个点，那么 BC 、 DE 、 FG 到底是不是一线段呢？如是，则各线段中间另有其他点，既有其他点，则“相续”的说法就有问题。若否， BC 、 DE 、 FG 又是什么呢？再者，姜氏以为“无厚”说的是两形之相接处亦不确，因为两形不相重合，要说相重合处“无厚”必须先假设两形是相重合的，然后再假设两形的重合很特殊，其重合处为“无厚”才可以。而这与经文的行文难以文气贯通。另外，姜氏所引《几何原本》文字乃用利玛窦、徐光启所译者，不见于希思英译标准本。而且“同一问题的两种不同表达方式”的说法也太模糊。事实上，二者是有本质区别，按姜氏的解释，《墨经》认为两段线相接处是两点，而《原本》的相接处只是一点。故姜说也有问题。

方孝博认为“次”的排列对象是几何形体，且几何形体一个接一个的排列，相邻两个排列的形体之间“既不相交接，更不相重叠”，这就是经文的“不相撓”。两个不相撓的排列对象如 A 、 B 之间不能有“间”，否则一定是另一个某种形体 D 被夹在这两个形体之间，“那么就是 D 次于 A 而 B 次于 D ，不再是 B 次于 A 了”^[22]。方氏此说可以顺畅地解释经文，但对经说他自认为难解。方又说“此处言‘无厚’，应该是‘无所大’的意思。墨经作者的意思可能是：两形相次，必须这两个形体都呈现在我的眼前，明显看出它们位置的相次。如果其中某一形体极为广大（厚），看不出边际，那就不可能看见另一形体如何和它相次了，所以说‘无厚而后可’”^[22]。这是他的第一种猜测。由于“有厚”也只是有所大，而和看不出边际的极为广大甚至无穷大是不同的概念，所以《墨经》用“无厚”来描述有限大或可见大小的几何图形是不可能的，况且，“无厚”还只是量度为零的意思，并不能指大于零的有限量。方氏“又疑‘无厚’是强调《经》文‘不相撓’的意义之词。一方面须‘无间’，另一方面又须‘不相撓’。如果‘相撓’，那就必须有部分相互重叠起来，变成‘有厚’，就不是相‘次’了。”^[22]这是方氏的另一种猜测。这里“无厚”、“有厚”、“无间”、“相撓”、“不相撓”的主词都没有说清楚。从方氏对经文的解释来看，“无间”、“相撓”、“不相撓”的主词是被排列的几何图形，“无厚”、“有厚”的主词是相邻两个几何图形的公共

部分（如果有的话）。从排列的两个相邻图形“无间而不相撻”看，如果预设其有公共部分的话，此公共部分固然可以说是“无厚”，但是，由于两者不相撻，本无所谓公共部分，所以经说“无厚而后可”的“无厚”之主词不可能是指它。因此，不仅梅荣照不以为然，方氏自己也不满意。

1.2.4 一点说

伍非百云“凡两物之接合者，不及则有间，过则相撻。无过无不及，是谓之次。”这与孙诒让之说一脉相承。又云“无厚，端也。又谓之‘小一’……凡集合者，非间即撻，非撻即化。未有不撻、不化，而无间者也。有之，必一端而后可。一端者，只有一点，更无第二点，故不相撻。次无间而不相撻，遍求天下之形，惟端为能。”^[23]其实，“无间”、“相撻”两词本身就说明“次”的主词必有至少两个对象，所以此说不通。

1.3 从一般意义言排列者

谭戒甫谓“孙说是。惟言两物相次似不然；盖不限于两物也。……则此无间即就无中而言。以其无中，则虽本有其间，亦必谓之无间矣。然间而无中，其势丛积，必致易于合著；合著则厚矣。若有其厚，相撻可知。间而相撻，已成一体；‘次’之为名，必不能立。盖既谓之次，便当无间而不相撻。”^[24]他认为次指多物相排列，这本无可。而孙氏之“两物相次”，无非就相邻两物的关系而言，实际并非只限于两物，本无可厚非。但谭氏所谓“间而无中”，“合著则厚矣。若有其厚，相撻可知”云云，则含混不清。细审之，当是指多物相排列的结果，是“无厚”的（并非被排列之物是无厚的）。然而，既然是多物相排列，而对被排列物的性质又没有什么限制，一物即有厚矣，而况多物？故谭说难立。

杨宽认为此条是“论物质有序列的组织构成方式，特点是‘无间而不相撻’”；“这样的组织方式必须使各种物质平行的排列，不连结积厚起来，所以又说：‘次，无厚而后可’”^[25]。后来他又进一步认为这是讲“物质粒子有序列的排列组合方式”；“物质粒子必须在同一平面上平铺地排列着，不相互积叠而积厚起来，才能排列成有序的组织，所以说：‘无厚而后可’”^[26]。他认为“无厚”指的是被排列之物“不相互积叠而积厚起来”，这与谭氏同误。因为排列的结果有厚也并不影响排列之有序，而排列的结果无厚则被排列之物亦须无厚，但杨氏无此预设。再者，被排列之对象也不必在同一个平面才能排列成有序的组织，规则立体之内的元素也同样可以有序地排

列。所以，此说不可取。

1.4 微分说

李耿读经文为“次，无间而不相撻也”，经说为“次，无厚而厚可”。谓经说“是把一个物体切片，切片的厚度 ΔS 达到趋近于零而不等于零，即达到 dS ，则称作‘次’，‘次’即微分 dS 。”谓经文“说‘次’是两个互相靠近的面，二面之中不仅不夹有他物，而且彼此互相分离，不存在你中掺入我，我中掺入你的情况。”李氏以为“《墨经》中的极限，无穷大、无穷小理论，已建立了现代数学分析的基础”^[27]故有此论。微分概念的萌芽，虽然可以追溯到先秦时代的中国和古希腊，但那时远未建立一套运算法则，李氏的说法未免牵强附会。以本条而论，“无厚”是指一物的量度为零^[7]，“次”虽确要求相邻两物之间没有间隙，又无相重叠的部分，但“次”却不是被排列的各物中任意一物，也不是相邻两物之间的部分。因此，也不会是微分。再者，作为现代分析学中的微分概念，它是一个在一定大小范围（根据具体情况而定）内的增量，它可以小到小于 10^{-100} 也可能大到超过100，而不是趋近于零而不等于零的一个难以捉摸的东西。当然，在微积分草创时期，对无穷小量有各种不同的理解，其中包括类似趋于零而不等于零一类的观念。但是“无厚”却没有趋于零这一内涵。

还有一些说法，与上述诸说之一或几种相似，如杨向奎^[29]、史墨卿^[30]与高亨说，张素亮^[31]与梅荣照说相似。另有一些说法如汪奠基^[32]、胡朴安^[33]、张其铨^[34]，或模糊不清，或自乱逻辑，或不着边际，这里就不一一评述了。

2 “次”条新释与不可分量

2.1 “次”条新释

上面已经提到，先贤诸说中也有一些合理的因素。张纯一认为“次”的对象“虽不相撻，又无不相撻”，这虽然逻辑混乱，其“积点成线、积线成面、积面成体”的意义也在于“次序井然之理”，但“积点……成体”的说法也近于歪打正着。洪震寰以“端”为“次”的对象，也是合理的。张惠言、孙诒让以迄姜宝昌等以没有间隙释“无间”也很正确。但是由于他们对古人关于“无间”和“不相撻”的关系不能很好理解，加以《墨经》原文简略，各词句间关系不易理顺，故其解释难免方枘圆凿。笔者以不可分量为切入点，汲取前贤诸说的合理因素，结合当时语言和墨家思维倾向，认为：本条经文当读为“次，无间而不相撻也”，经说当读为“次，无厚而后（或後）可”。两句的主语都是“次”，谓语则是省略了主语（“端”或线或面）的主谓结构，“无间而不相撻”和“无厚而后可”

是主谓结构中的谓语。这种省略在先秦和《墨经》中是正常的。如经下第60“非半弗 则不动，说在端” 条也省略了 的对象（一长条形物体）。这条说的是一种特殊的排列，叫做“次”，经说说明排列的对象是无厚的点（《墨经》称为“端”）、宽度无厚的线或体积无厚的面 [8]。经文说明排列的方式是相邻两个对象之间没有间隙（“无间”），又无相重叠（“不相撓”）的部分；经说则强调被排列的对象是无厚的，即按某方式（如长度、面积、体积，或同时包括其中几种）考察时的量度为零。这样，经文和经说都能解释得文从字顺了。这里，被排列的对象之“无间而不相撓”，不包括相切关系，相切是属于两个对象有公共部分的情况，虽然其时公共部分为点、线、面这类从某种角度看是量度为零的东西，但这时仍属于两个被排列对象相撓的情况 [9]。“次”条明确表示不可分量可积的思想。

2.2 “次”条与不可分量

我们知道，墨家有时间和空间上的不可分量概念，它是一个存在物，其特征有二，一是不可分割，二是按某种方式其量度为零。过去我曾根据经上第43“始，当时也”条、第61“端，体之无厚而最前者也”条、经下第50“止，以久”条、第60“非半弗 则不动，说在端”条等分析墨家有不可分量可积的思想^[28]。但苦于没有直接证据，因为并不能由时间中各处有时刻、线段中各处有点完全推定时间由时刻、线段由点接续而成；也就是说，有一定量度的连续量中各处有不可分量，并不意味着该量一定由不可分量积成。尽管我们以前认为墨家有不可分量可积思想的理由不限于有一定量度的连续量中各处都有不可分量，但上述对“次”的考证，的确更加证实了这一观点。事实上，我们还有其他的佐证。《墨经》在讨论一白色坚硬石头的坚和白的关系时认为坚白相盈，其经下第4条云“不可偏去而二，说在见与不见俱，一与二，广与脩”，“不，见不见不离，一二相盈，广脩、坚白”（参考高亨的校勘^[15]）。这里以“广脩”的“相盈”来说明“坚白”的“相盈”，说明墨家认为一块面积既可以看成由一系列平行的横向线段（“广”）组成，也可以看成一系列平行的纵向线段（“脩”）组成，“坚白”的相互渗透和“广脩”的相互渗透是一样的情形。公孙龙在鼓吹坚白相离时以“石之白，石之坚，见与不见，二与三，若广脩而相盈也”^[35]为其批评对象，这种观点当出于墨家。“广脩相盈”正是不可分量可积的思想的体现。

量度为零（“无厚”）的东西没有间隙又不相重叠（“无间而不相撓”）地排列（“次”），这样一种明确的不可分量可积的观点当是由经验中这样抽象得出：设想有一长串紧密相连的同样大小和形状的形体（如小球或小立方体），想象它们的大小不断缩小，而其数目相应增加，当它们小到“无厚”时，它们就“无间而不相撓”了。梁启

超^[36]、方孝博^[22]等学者由于没有认识到“次”的对象是无厚的东西，故称“难解”。“无厚”不仅存在并且还可积，这从今天的数学看来有很大的问题，而在先秦也被刻意严密的名家看出其不能自洽的地方，但当时道家的思想已经流行，无具体事物规定性的道不仅存在而且可以化生万物（干脆一点也可以说“无中生有”）的思想，足以给墨家的这种思维倾向提供一种背景。墨家的这种观点，是人类思维发展到一定阶段的产物。古希腊早期的毕达哥拉斯学派曾提出的“几何图形的产生,是由点——单位的彼此简单的相加而成线→平面的三角形→立体的角锥图形”^[37]，与此类似。

“无厚（者）”不是什么都没有，而是一个存在物；但它的量度又确实为零 [10]。认识这一点非常重要。正是因为前者，所以，《墨经》说“端”与“端”可相撻，既然如此，“无间而不相撻”的“次”就不会是几何学中的相切。正是因为后者，所以惠施提出“无厚不可积也，其大千里”的命题，指出不可分量不可积，以反对墨家不可分量可积的观点^[28, 38]；而公孙龙也不以为然。

2.3 墨家不可分量可积思想对中国古代数学方法的影响和意义

战国时代墨家的不可分量思想在数学方法上的渗透，除上述广脩相盈的基础“面由线积成”外，我们还知之不多。魏晋时代，儒家的一统地位受到动摇，易、老、庄“三玄”成为一时风尚，而墨学也得到一定程度的复兴，出现了鲁胜的《墨辩注》，刘徽注《九章》也称引《墨子》。这为我们提供了很好的借鉴。前者仅存其《叙》，后者使我们看到墨家不可分量思想在数学方法上的渗透。郭书春先生指出在先秦诸家中刘徽受墨家的影响最深([39], 330~332页)。在不可分量是否可积的问题上，刘徽于墨、名二家之间基本上采用墨家的可积的观点^[40]。他在注羡除术时说“推此上连无成不方，故方锥与阳马同实。”这里，“成”训层，认为方锥（正棱锥）和阳马（一棱垂直于底面矩形的四棱锥）如果底和高相等，由于其时等高处的截面积相等，方锥和阳马的体积也相等。后来祖冲之、祖暅之父子在求牟合方盖的体积提出今天所称的祖暅公理时，也是以截面积的关系考虑立体的体积关系。其基础都是把立体看成由一系列截面积合成。在注圆田术时，刘徽割圆“以至于不可割”，认为最后得到一个和圆重合的正无穷多边形，通过三角形面积公式然后求和得到圆面积公式（[39], 256~267页），这实际是不可分量可积思想的体现，不过这时已不再局限于不可分量的量度为零这一限定条件 [11]。刘徽认为线可积为面，面可积为体，他甚至用到构成面积的线（直的乃至曲的）的平均量，如圭田术注中的“中平之数”、环田术注中的“中平之周”，以及

他注城、垣、沟、塹、渠的体积公式时说的“中平之广”等^[39, 40]。中国古代广泛存在着“积微成著”的思想，不独墨家为然，儒、道、法家都有 [\[12\]](#)。当“微”小到不可分时，就自然过渡到不可分量可积的思想。刘徽将不可分量可积思想用于数学公式的推导，与这种“积微成著”思想本不矛盾。这既说明了墨家不可分量可积思想对后世数学的影响，也说明先秦时代墨家发展出这一思想是很自然的。当然，从“积微成著”到不可分量可积，这里被积之物的性质发生了质的变化，特别是墨家的不可分量明确以量度为零为特征，其意义更为醒目。而从数学上看，也颇具应用价值。从刘徽主要受墨家影响发展出无限分割方法的实际情况，我们可以想见先秦时代这类思想也可能对数学产生影响而出现过的类似的方法，甚至墨家的逻辑范式与数学相结合。如果是这样，那么先秦“九数”所达到的高度，超乎一般经验之上 [\[13\]](#)，也就不足为奇了。

应该承认，不可分量可积的思想虽然在处理理想的数学问题时也很有用，但仍不过是一种从经验基础上抽象出来的观点。而从理想的和逻辑的角度看，这种观点的漏洞是明显的，惠施的反对意见更具有难以驳倒的逻辑依据。但是，这种反对意见在秦汉以后没有受到应有的重视。刘徽采用墨家不可分量可积的思想，但没有强调不可分量的量度是否为零，不知这是不是与惠施的观点有关。与刘徽大致同时的司马彪在注惠施“无厚不可积也，其大千里”的命题时，虽触及形物的边界面量度为零的观念，但在关键处模糊其辞，最终竟变成了无厚可积的观点了 [\[14\]](#)。总的说来，秦汉以降，无厚不可积观念在中国古代不占多少份量。这一问题在古希腊也已出现，但情形与此不同。如公元前5世纪安提丰（Antiphon）有过与刘徽割圆术类似的观点，但不为大家所接受^[40,42]。亚里士多德(Aristotle)时代数学上的不可分量概念虽享有广泛的影响，而逍遥学派（包括亚里士多德本人）就反对不可分量^[43]。公元前3世纪的大数学家阿基米德(Archimedes)在他的《方法论》^[44]中用力学方法来发现定理时，实际使用了不可分量可积的观念，但他坚持认为这不是真正的证明，而必须使用几何的方法（多为归谬法，回避线段或截面是否有一定的宽度或厚度的问题）才算是证明，这可以说是一种在两难中煞费苦心的折中办法。

关于点与线的关系这类连续与间断的问题，直到现代数学才基本解决。但中国先秦墨家具有不可分量可积的观点，即间断可以构成连续的观点，却是千真万确的，它构成了墨家世界观的一环(关于这点,我们将另文阐述)，并对后世数学家刘徽、祖冲之、祖暅之等产生影响。当然，墨家的这一重要观点也为名家留下可供批驳的把柄。在西方数学史上，由于不可分量可积的观点存在逻辑上的困难，它主要在寻找命题结论时用到，一直未被作为一种严格推理的依据。现代数学虽用到点、线、面等不可分量概念，但把实数与直线一一对应起来构成数轴。这样，任意两个不

同的数之间总有另外的数，两个不同的点要“无间而不相撻”就行不通。现代数学利用集合论和极限建立严格数学公式和命题，从而避开了“不可分量可积”这一观念。无论如何，不可分量可积的思想仍为我们提供一种考虑问题的直观思路。

本文的修改稿曾得到郭书春先生的指教，特别是充实了对不可分量思想影响刘徽数学思想的论述。在此谨致谢忱。

参考文献

- 1孙诒让.墨子间诂.诸子集成.上海：上海书店，1991.
- 2张惠言.墨子经说解.丛书集成续编.第76册.上海：上海书店.909.
- 3吴毓江.墨子校注.重庆：西南师范大学出版社，1992.420~421.
- 4张纯一.墨子集解.成都：成都古籍出版社，1988.299.
- 5詹剑峰.墨家的形式逻辑.武汉：湖北人民出版社，1979.31~32.
- 6欧几里得.几何原本.利玛竇、徐光启译.见：郭书春主编.中国科学技术典籍通汇·数学卷(五).郑州：河南教育出版社，1993.1160.
- 7 Heath, Thomas L.. *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Cambridge University Press, Dover Publication, Inc., New York, 1956.
- 8顾惕生.墨子辩经讲疏.上海：上海书店，1996.57~58.
- 9杨俊光.墨子新论.南京：江苏教育出版社，1995.69~87.
- 10钱宝琮.中国算学史.上卷.北平：国立中央研究院历史语言研究所，1932.9~10.
- 11钱宝琮.中国数学史.北京：科学出版社，1981.18.
- 12梅荣照.《墨经》的逻辑学与数学.见：薄树人.中国传统科技文化探胜——纪念科技史学家严敦杰先生.北京：科学出版社，1992.112~113.
- 13李迪.中国数学史大系.第一卷.北京：北京师范大学出版社,1998.232~233.
- 14王冬珍.墨学新探.台北：世界书局，1981.457.
- 15高亨.墨经校诂.北京：科学出版社，1956.72~73.
- 16陈孟麟.墨辩逻辑学.济南：齐鲁书社，1983.177~178.
- 17洪震寰.《墨经》“端”之研究.自然科学史研究，1989，8（4）：315~321.
- 18鲁大东.墨辩新注.卷上.上海：中华书局有限公司，1935.25.
- 19范耕研.墨辩疏证.上海：商务印书馆，1935.78.
- 20姜宝昌.墨经训释.济南：齐鲁书社,1993.114~115.

- 21姜宝昌.墨学与现代科技.北京:中国书店,1997.32~33.
- 22方孝博.墨经中的数学和物理学.北京:中国社会科学出版社,1983.21~22.
- 23伍非百.中国古名家言.北京:中国社会科学出版社,1983.60.
- 24谭戒甫.墨辩发微.北京:中华书局,1987.152.
- 25杨宽.后期墨家的世界观及其与名家的争论.见:文史.第一辑.北京:中华书局,1962.236~238.
- 26杨宽.《墨经》选注——关于自然观部分.自然辩证法杂志,1975,(3):180~208.
- 27李耽.先秦形名之家考察.长沙:湖南大学出版社,1998.83~155.
- 28邹大海.《墨经》中的无限思想.见:刘钝,韩琦等.科史薪传——庆祝杜石然先生从事科学史研究40周年学术论文集.沈阳:辽宁教育出版社,1997.18~27.
- 29杨向奎.《墨经》有关数学物理条文校注.见:绎史斋学术文集.上海:上海人民出版社,1983.473~474.
- 30史墨卿.墨学探微.台北:台湾学生书局.1978.70.
- 31张素亮.《墨经》数学今释.自然科学史研究,1994,13(1):7.
- 32汪奠基.中国逻辑思想史料分析.第一辑.北京:中华书局,1961.321.
- 33胡朴安.墨子经说浅释.卷上,见:朴学斋丛书.第二集第二十册.53~54.
- 34张其铨.墨经通解.卷二.桂林张氏独志堂,1931.7.
- 35庞朴.公孙龙子研究.北京:中华书局,1985.40.
- 36梁启超.墨经校释.昆明:中华书局,1941.36.
- 37范明生.毕达哥拉斯和毕达哥拉斯学派.见:西方著名哲学家评传.第一卷.济南:山东人民出版社,1984.88.
- 38邹大海.名家的无限思想.见:王渝生.第七届国际中国科学史会议文集.郑州:大象出版社,1999.30~35.
- 39郭书春.古代世界数学泰斗刘徽.济南:山东科学技术出版社,1992.
- 40邹大海.刘徽的无限思想及其解释.自然科学史研究,1995,14(1):12~21.
- 41郭书春.张苍与《九章算术》.见:刘钝,韩琦等.科史薪传——庆祝杜石然先生从事科学史研究40周年学术论文集.沈阳:辽宁教育出版社,1997.112~121.
- 42王青建.安提丰.世界著名科学家传记·数学家(II).北京:科学出版社,1992.43~44.
- 43 Boyer, Carl B., *The History of the Calculus and its Conceptual Development (The Concepts of the Calculus)*, Dover Publications, Inc., New York, 1949.38~39.
- 44 Heath, Thomas L., *The Works of Archimedes*. New York: Dover Publications, Inc. appendix 5~51.

Zou Dahai

(The Institute of History of Natural Science of Academia Sinica, Beijing, 100010)

Abstract There are many different explanations of the “Ci(次)” article of *Mohist Canons* (墨经). This paper sorts those explanations into four kinds to analyze and examine, then gives its own explanation, and points out that this is the direct evidence that Mohist School thinks that the indivisibles are summable. Furthermore, the author discusses how the Mohist's idea that the indivisibles are summable influenced the ancient Chinese Mathematical Methods, what is the idea's significance.

Key words *Mohist Canons* (墨经), indivisible, Ci(次), Wuhou(无厚), ancient Chinese mathematics

收稿日期: 1999-09-20; 修订日期: 2000-01-04。

作者简介: 邹大海, 1965年生, 湖南省新化县人。中国科学院自然科学史研究所助理研究员。

[1] 本文所用《墨经》各条的序号依谭戒甫《墨辩发微》。

[2] 原繁体字系统的“后”、“後”两字在今简化字系统中归并到“后”字一形之中。为说明问题, 本文在引用前人文字或分析前人观点时仍作必要的区分。

[3] 此二条, 可参看詹剑峰的解释(见[5])。詹氏于文字校订虽未必尽是, 然于其主旨之把握则大体不差。

[4] 徐光启、利玛窦译《几何原本》(见[6])说: “凡论几何, 先从一点始。自点引之为线, 线展为面, 面积为体”。张氏或受此类文献影响。不过, “面积为体”一类的说法, 却非欧几里得《几何原本》所原有。现公认的希思(T. L. Heath)英译评注本(见[7])——以著名版本校勘学家海伯格(J. L. Heiberg)与门格(H. Menge)的权威希腊文拉丁文对照注释本*Euclidis opera omnia*为底本, 即无此段文字。

[5] 《墨子》有“尚同”上、中、下共三篇, 墨家以“尚同”为其一大政治主张, 但“尚同”的主旨是建立一个从下对上的绝对服从的有各种不同等级的理想社会。在这个社会里, 虽然主张“尚贤”, 但选贤的目的是为各较高等级输送人材, 以便更好地维持等级制度。所以即使从伦理上讲, 此条也不可能是全民上齐于天。“尚同”的解释, 参见[9]。

[6] 曾昭安. 中外数学史讲义. 第一编下册. 武汉大学讲义, 1956. 397.

[7] 关于“无厚”在先秦的发展, 可参看[28]。

[8] 也可能只指点而不包括线和面, 如包括线和面, 则按经下第7条“异类不吡, 说在量”, 墨家当认识到被排列的线或面应具有同样的形状。

[9] 《墨经》的“撝”是指叠置两个形体, 使其部分重合, 以比较所余部分的操作。我们将另有考证。

[10] 这种量度是根据不同角度而定的, 如说线“无厚”是指其宽度或面积而言, 说面“无厚”是指其厚度或体积而言, 如从线的长度和面的宽度及面积

看，则二者皆“有厚”矣。

[11] 刘徽用割圆术对圆面积公式的论证，以西方数学传统看是存在理论漏洞的，但在中国古代却不见有人怀疑。对中国古代信任这种论证的解释，参考[40]。

[12] 邹大海.刘徽及前刘徽时期的无限思想研究.中国科学院自然科学史研究所硕士论文，1994.2~3.

[13] 关于“九数”的大致范围及其所达到的高度，参见[41]。

[14] 司马彪在贵“无”的思想气氛下以无厚可积注惠施命题，参考[40]。对司马彪注，我们将另作专门分析。

Copyright © 2001 中国科学院自然科学史研究所 All Rights Reserved

E-mail: webmaster@ihns.ac.cn