

《中国文物报》2001年3月14日第7版。此为2000年10月在河北涑水举行的“纪念祖冲之逝世1500周年学术讨论会”上的发言。

## 初观《算数书》

邹大海

(北京 100010, 中国科学院自然科学史研究所)

最近《文物》发表1983、1984年之交在湖北江陵张家山247号墓出土的《算数书》的释文,使我们有机会领略到编成早于《九章算术》一百多年以上的算书原貌,真是学术界的一大幸事。本文是初观《算数书》的一些感想,供大家批评、指教。

《算数书》包含的内容十分丰富,有《九章》方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足等类问题,涉及今天的整数和分数四则运算、各种比例、面积、体积、负数、双设法的内容。

《算数书》的时代,彭浩先生认为其大部分算题形成至迟不会晚过秦代,有的在战国时代。这一看法应该是正确的。《算数书》中有一处在一题末写“王已讎”,一处在一题末写“杨已讎”,应分别是姓王的人、姓杨的人已校对的意思。另有多处写“王”或“杨”字,这几处或去掉此二字不影响文意,或必须去掉才能读通,也应表示“王已讎”或“杨已讎”的意思。这种情况说明《算数书》应是从别处抄的,不会是去世前墓主的作品,因为如果是墓主自己所著,只要他看一看就行了,不必请人校对。所以《算数书》的年代应早于下葬的公元前186年若干年。

### 一、《算数书》是撮编之作

《算数书》有68个标题(另有一个《释文》没有用黑体字作为标题,算上此标题共69个),其中只有少量按数学方法的属性取名,其他的有的从问题文字取三两个字命名,有的则以问题中的某个名词取名。此书没有一个分类体系,同类问题也没有一个归类,体现出一种问题、方法的杂乱堆砌状态。如方田题不是《九章》方田章的问题,而是用双设法化为盈不足术的应用。“乘分之术”在“相乘”的标题下,其下又有“分乘”一标题所列“分乘分术”的具体内容与之相同,与《九章·方田》第21问后的“乘分术”相比少“实如法而一”。《算数书》“约分”条有约分术,但书中有些答案不约分,如女织条、米粟并条。《算数书》有的答案计算错误,如税田条,贾盐条。《算数书》用到某类方法,但很多不是那类的本术;同时《算数书》又不是用几个例子归纳出一个公共的方法,这种情况应看成是本术的应用。《算数书》程禾条引到秦律,有斲米,而算题则不用斲米,而用糲米,其率等于斲米之率,这说明算题和秦律不是一个来源。《算数书》近70条,取名方法各异,但大多数不是按方法取名。因此,《算数书》不是一本精心策划的数学专著,其性质属于一部撮编之书,即使其本身有一主要来源,其主要母本也是撮编之书。它的各部分其他更有系统的书之方法的衍生和应用。二、《九章算术》没有直接受到《算数书》影响

《算数书》与《九章算术》的关系,是受大家关注的问题。由于它比《九章》早150年或更多,所以,人们很容易想当然认为它是《九章》的一个来源。如彭浩先生就说《算数书》“对另一部数学巨著《九章算术》的产生有着直接的影响”(彭浩:“中国最早的数学著作《算数书》”,载《文物》2000年第9期)。但实际情况不是这么简单。

《九章》是一部首尾一贯,精心编纂的书。该书除圆周率用3,宛田面积、球体积公式等极少量不准确或误差外,很少有错误。《算数书》和《九章》有少量相同的内容(个别字词稍异),如前者的“分乘分”术(另一处作“乘分之术”)比后者的“乘分术”只少“实如法而一”;前者的“合分术”大体把后者的“合分术”包含在内,但多一些针对某些具体情

况的说明。《算数书》的绝大部分算题不见于《九章》，有见于《九章》者，差异也很大。如少广条中的“少广”一部分，虽相当于《九章》少广章第1-9题，但表达上差异很大：前者是一个整体，不象后者那样有题设、答案和术文的分别，而是直接描述计算的过程。《算数书》的旋粟和困盖都是圆锥问题，《九章》商功章有委粟和圆锥二问，但两种文献的数值都不一样，而且旋粟是已知体积，委粟则是求体积；又二书的圆亭也数值不一样。《算数书》有灵活应用盈不足术解题的例子，却不载盈不足本术。《算数书》的郛都按音读应与《九章》的壅堵是同类的几何体，但实际却相当于《九章》的刍甍，而两者的数字却又不一样。二书都有刍童，但题设的数字不同，算法的步骤也有异。《算数书》中有少数题目如果抽象为符号与《九章》的某题目从题设到解法都一样，但题目明显不同，《算数书》多数题目的方法虽然都可以在《九章》的方法上变通或直接利用《九章》的方法解决，但题目却不见于《九章》，这说明编《九章》的人没有见过《算数书》。特别是《九章》粟米章的开头的“粟米之法”，一直指导着全书，就连粳米和粳米两个比率弄颠倒了，也是全书首尾一贯。而《算数书》既引秦律，有粳米之率，却在算题中不用，反倒用到前面没有提到的粳米，且粳米之率与秦律粳米相同，却与《九章》不同。如果张苍、耿寿昌见到《算数书》，以他们编《九章》的精心，则一定会根据《算数书》所引秦律修订数据。所以《算数书》对《九章》没有直接的影响，《九章》另有其来源。

### 三 《算数书》是已有方法的应用

《算数书》近七十条，用到的方法不越于《九章》的范围，但涉及社会经济方面的很多方面，其题名不以方法而主要以涉及的内容为名，因此《算数书》是一本以固有方法解决实际问题的作品。所以，合理的解释应为《算数书》是把一些经典的方法用到实际工作中而形成的。对照《算数书》与《九章》相近的内容，可以看出，《算数书》有的地方是在阐发和应用《九章》的方法。如关于乘分术、盈不足术即是如此，特别是其中盈不足问题，很难设想不知道《九章》术文时古人能解答，其为提示如何用既有的盈不足方法解答问题的用意十分明显。所以，我们说《九章》的有些内容更具有原生态性质。《算数书》没有今有术，但用到今有术解决比例问题；它没有衰分术，但用衰分术解决问题；等等。这些都说明《算数书》是用既有方法解决应用问题的。至于《算数书》中与《九章》相异的部分，也都可以视为直接或变通地用《九章》的方法来解决。刘徽注《九章》时说：周公制礼时有九数，“九数之流则《九章》是矣”，秦火使《九章》受到破坏，张苍、耿寿昌收集《九章》遗文，采用当时的语言改写并进行删补而形成《九章算术》。把上面的分析和刘徽的记载结合起来考虑，可见《九章》确有其在先秦的古老渊源。因此，可以想见《算数书》的作者们是在学习了《九章》的先秦祖本或其衍生本后才写成《算数书》的各部分的。四、《算数书》的意义

上面的讨论说明了《算数书》与《九章》有共同的渊源，《九章》有着非常远久的渊源，其中有的部分比《算数书》更显“原生态”性质，因此不仅可以肯定《九章》的数学方法大多产生于先秦，其文本在先秦也应有原型。所以，利用这份处于战国和西汉之交的材料，结合社会背景和其他材料，建立战国至秦汉数学发展演化的历史是完全可能的。《算数书》引到秦律，说明法家和当时的政治法律与数学的确有关系，但这种关系主要不是发生在汉代，而是在战国或最多延及秦代。传世数学文献以成书于汉代的《九章》和《周髀》最早，以前人们在用它们追溯先秦的数学内容时，往往过于保守，《算数书》能促进我们对以往研究思路的反思，它说明在用仅存的少量材料整理科学发展的脉络时，要根据大范围的历史背景，给多种可能性留有适当的空间，不宜过多使用基于不完全归纳的默证。