



CSTAM 2012-B03-0026

低雷诺数下扇形凹穴型微通道速度场和涡量场的特性分析

夏国栋，翟玉玲，崔珍珍

北京工业大学传热强化与过程节能教育部重点实验室

第七届全国流体力学学术会议

2012年11月12—14日 广西·桂林

低雷诺数下扇形凹穴型微通道速度场和涡量场的特性分析

夏国栋, 翟玉玲, 崔珍珍

(北京工业大学传热强化与过程节能教育部重点实验室, 北京朝阳区 100124)

摘要 为了得到扇形凹穴型微通道内部速度场和涡量场的流动特性, 采用 FLUENT 软件对其进行数值模拟, 其雷诺数变化范围为 4.4-220.9。模拟结果表明, 由于该通道具有周期性变截面的特点, 其轴向中心速度分布呈现出周期性的变化规律; 在较大雷诺数下, 主流的减速增压足够大时通道才会出现二次流; 涡量场和速度场一样也具有贴壁性, 涡量大小呈双峰分布, 而且它随雷诺数的增大而增大。

关键词 微通道, 速度场, 涡量, 数值模拟

引言

由于微流体设备具有可观的动量、能量及质量传输机制, 最近几十年, 很多学者致力于研究微通道流动与传热的机理, 其通道特征尺寸在 1-1000 μm 之间。已有的文献关于等截面微通道内流体流动的研究很多, 比如矩形微通道及圆管微通道等。Ahmad 等人^[1]研究了不同直径矩形管道入口段的流动情况, 并提出在层流状态下相对高雷诺数时管道入口长度的新关联式。Elsnab 等人^[2]研究了水力直径为 500 μm , 雷诺数范围为 173-4830 直通道的流体流动特性, 结果表明层流的无量纲径向速度及摩擦系数的实验结果与理论值相符较好。

随着微加工技术的日益完善, 越来越多的学者开始研究复杂结构微通道内流体的流动情况, 比如 Brown 等人^[3]使用 Micro-PIV 及 CFD 共同分析了复杂肋排微通道内流体的流动。Jiann 等人^[4]实验研究了不同高宽比、不同曲率及不同雷诺数的弯曲直通道的流动情况, 发现高宽比及弯曲率对该通道的流动特性有很大的影响。Sui 等人^[5]用 FLUENT 模拟了周期性波浪形微通道的流动与传热特性, 指出这种周期性通道稳定流的判断可用对称的二次流或 Dean 旋涡来定义, Dean 旋涡沿着通道方向发展, 会增加流体的混合和热传递。夏国栋等人^[6]通过对梯形截面的微通道进行压降及温度的测量,

并在修正已有的经验公式的基础上得到了层流条件下此通道的对流换热关联式。Chai 等人^[7]采用去离子水为工质, 用 CFD 模拟了扇形凹穴型微通道单相液体的流动与传热特性, 其通道因为边界层不断地中断与发展, 而且传热面积明显大于相等水力直径下的矩形通道, 其传热效果显著。El-bakry^[8]用神经网络的方法模拟研究了毛细管层流向紊流转变过程的流场及不同管道高度不同雷诺数下的涡量场的变化。李永业等人^[9]研究了低压管道灌溉系统中起旋器内部的流场和涡量场的特性关系, 指出涡量场和流场是整个流场的重要组成部分。

因此, 本文采用 Chai 等人^[7]设计的扇形凹穴型微通道, 利用 FLUENT 模拟该通道在层流情况下其不同截面的速度分布、通道沿程水力边界层的变化及涡量场情况, 详细分析了该通道内部的流体流动特性。

1 数学模拟

1.1 建立模型及设置边界条件

模型的形状及尺寸参照文献[7], 常物性牛顿流体在微通道层流流动情况的数学模型由连续性方程和 Navier-Stoke 方程组成, 如下式(1)-(2)所示。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$(\bar{u} \cdot \nabla)\bar{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \eta\nabla^2\bar{u} \quad (2)$$

其中, \bar{u} 表示 x, y, z 轴的速度分量, m/s; η 表示流体的运动粘度, m^2/s 。

该通道入口设置为速度入口边界条件, 出口设置为压力出口边界条件, 其值为零, 壁面设置为无滑移边界条件。由于通道结构的复杂性, 采用 Hex/Wedge 网格进行 Cooper 划分。在模拟中, 工质为去离子水, 可采用基于压力的离散方法。为使方程更好地收敛, 采用 SIMPLEC 算法耦合压力-速度, 动量方程采用二阶迎风格式算法。其结果的收敛的标准为:

$$\sum \sum |u_i(x, y, z) - u_{i,0}(x, y, z)| \leq 10^{-6} \quad (3)$$

1.2 网格独立性检验

网格的独立性问题是在 FLUENT 模拟计算中非常重要的问题, 因为它会直接影响计算结果的误差, 甚至会影响计算结果是否定性合理。当网格数量增加到一定值后, 再增加网格的数量, 计算结果的变化不大, 即可认为方程得到独立解, 这样既得到合理的计算解, 又可以减少计算时间。

对于扇形凹穴型微通道, 当取进口速度 $u=0.5\text{m/s}$, 网格数分别为 14.04 万、33.75 万、40.68 万、65.07 万、86.66 万与网格数为 115.94 万的计算单元测得的微通道进出口压降的最大误差分别为 6.4%、3.27%、1.86%、1.25%、0.71%。通过比较上述结果, 该通道可取网格数为 86.66 万个。

1.3 数值计算有效性检验

为了检验该数值模拟结果的有效性, 我们把其模拟结果与文献[10]所提供的等截面矩形微通道的压降的计算结果进行比较。文献[10]的压降计算公式为:

$$\Delta P = \frac{2(f \text{Re})\mu u_m l}{D_h^2} + \frac{\kappa(\infty)\rho u_m^2}{2} \quad (4)$$

其中, 当流动为层流时, $Po=f \text{Re}$, Po 为 poiseuille 数; $\kappa(\infty)$ 为流动充分发展时, 矩形微通道的 Hagenbach 因子。

$$\text{Re} = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \quad (5)$$

$$f \text{Re} = 24(1 - 1.3553\alpha_c + 1.9467\alpha_c^2 - 1.7012\alpha_c^3 + 0.9564\alpha_c^4 - 0.2537\alpha_c^5) \quad (6)$$

$$\kappa(\infty) = 0.6796 + 1.2197\alpha_c + 3.3089\alpha_c^2 - 9.5921\alpha_c^3 + 8.9089\alpha_c^4 - 2.9959\alpha_c^5 \quad (7)$$

其中, u_m 为流体的平均流速, 当通道为扇形凹穴型微通道时, 取等直径矩形段的流体平均流速, m/s; D_h 为通道的当量直径, 取等直径矩形段的尺寸, mm; 经计算, 本通道的当量直径为 0.133mm。 ρ 为流体的密度, kg/m^3 ; μ 为流体的动力粘度, $\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$; f 为范宁摩擦系数。式(5)、(6)的 α_c 为通道横截面的高宽比, 但规定必须小于 1, 若高宽比大于 1, 可取其倒数宽高比。在本文中, 取宽高比。

与扇形凹穴型微通道具有相等当量直径的等截面矩形微通道的模拟结果与上式(4)作对比, 其结果如图 1 所示。通过比较, 二者结果的吻合性很好, 在 $\text{Re}<270$ 时, 其结果最大误差不超过 3.06%, 从而证明了等截面矩形微通道数值计算的有效性。因为扇形凹穴型微通道也采用了同样的数值方法, 从而也验证了该模拟的有效性。

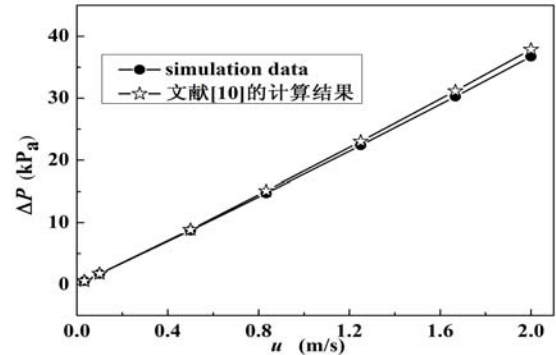


图 1 数值模拟的压降结果与文献[10]的计算压降的对比

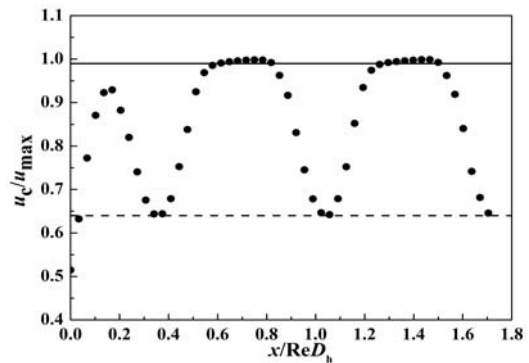
2 数学模拟

2.1 沿轴中心线的速度分布

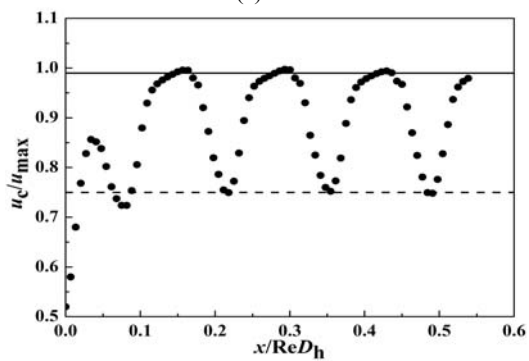
图 2 是沿着通道轴向距离的中心线速度分布, 横坐标 $x/\text{Re}D_h$ 是通道长度与雷诺数及当量直径的比值, 表示无量纲长度。纵坐标 u_c/u_{max} 是局部中心线速度与最大中心线速度的比值, 表示无量纲速度。扇形凹穴型微通道是由等直径矩形段和凹穴段共同组成的相互交替的周期性变截面通道。因此, 该通道的最大速度出现在等直径矩形段, 而最小速度出现在凹穴段。

从图 2 可以看到通道中心线速度是由波峰和波谷相互交替组成的周期性速度分布, 但在入口段由于入口效应, 速度波峰较小。当流动稳定时, 波峰和波谷就处于有规律的交替状

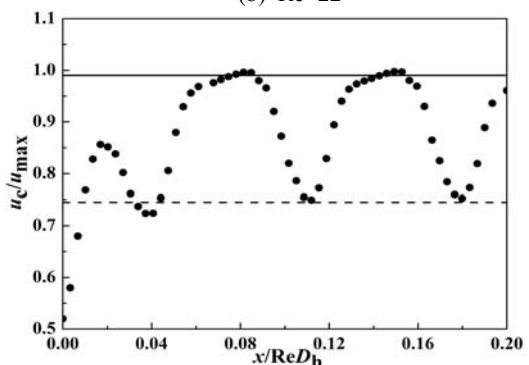
态。图 2 中实线表示各等直径矩形段速度达到稳定时的最大无量纲速度值，虚线表示各凹穴段达到稳定时的最小无量纲速度值，因此我们可以根据波峰波谷的速度趋于某一值来判断流动是否处于稳定状态。



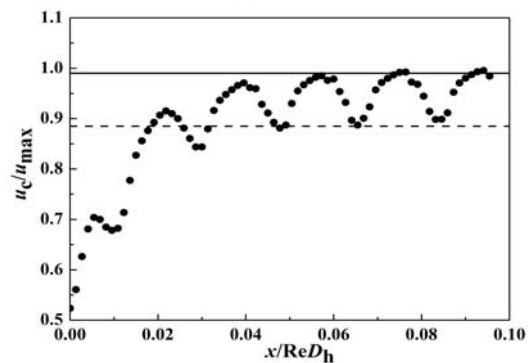
(a) Re=4.4



(b) Re=22



(c) Re=66.3



(d) Re=165

图 2 不同雷诺数下管轴中心线速度分布

从图 2 中还可看到，雷诺数对凹穴段的速度影响最大，随着雷诺数的增大，凹穴段的速度也增大，也越接近等直径矩形段的无量纲速度。当 $Re=4.4$ 和 $Re=165$ 时，凹穴段的无量纲速度分别为 0.64 和 0.885，提高了 38.3%。这是因为在大雷诺数下，流体具有足够大的动能克服近壁面流体的粘滞力，使壁面附近的流体质点能保持相对大的动能快速地流过凹穴段。因此凹穴段的速度不断增大，但不会高于等直径矩形段的速度。

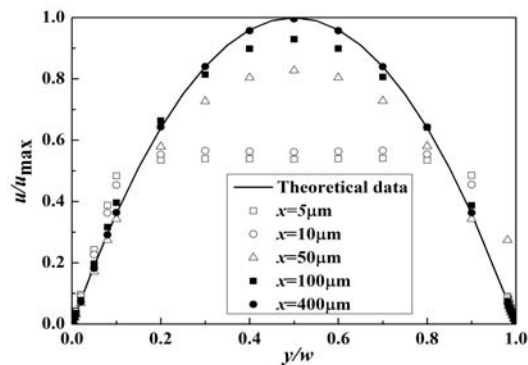
2.2 径向速度剖面

当流体进入管道后，与管内壁接触的流体流动受到阻滞，流速降低，而与壁面接触的流体由于粘性，速度马上变成零。流体在轴向压力梯度作用下运动，由于摩擦作用，切应力相互作用于各层之间。因此流体质点在压力梯度的作用下加速，而在摩擦切应力作用下减速。因此可得到沿管道径向方向的速度关系：

$$u(y) = \frac{\Delta p}{4\mu x} (r^2 - y^2) \quad (8)$$

其中， ΔP 为沿管轴 x 方向的压降，Pa； r 为圆管的直径，mm。式(8)是学者 Hagen 和 poiseuille 共同得到的，因此也称为管道层流的 Hagen-poiseuille 公式，圆管内速度沿径向方向呈抛物线分布。

图 3 为扇形凹穴型微通道在不同雷诺数下沿通道轴向不同截面的管道径向速度图，表示流体径向发展的流动趋势。横坐标 y/w 表示沿微通道某一截面径向的无量纲长度， u_{\max} 表示沿轴向流体流动完全发展的最大层流理论速度， u/u_{\max} 表示沿微通道径向的无量纲速度。其中，图中实线是 Poiseuille 流动的抛物线速度分布。



(a) Re=4.4

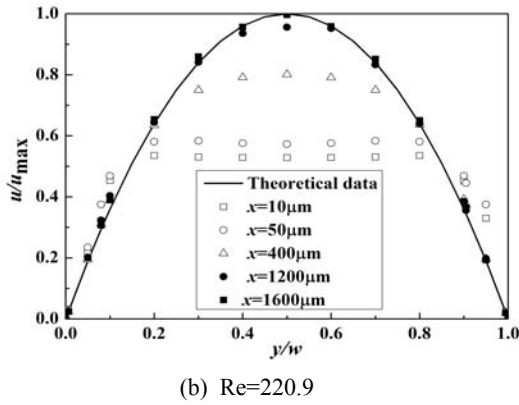


图 3 不同雷诺数下沿管轴方向的速度剖面图

扇形凹穴型微通道入口截面附近得到的速度剖面图由两部分组成：中心部分的常速度线和两个管壁面上的边界层剖面。管道入口端的速度剖面比较平坦是因为管前端的边界层厚度比较薄。沿着管道的轴向方向，由于通道的流量是一定的，随着边界层的增厚，因此通道的径向速度剖面图形状不断改变，直到流动达到稳定，此时这两个边界层逐渐合并。从图 3(a) 可以看到，在 $Re=4.4$ 情况下，当 $x>400\mu m$ 时，速度变化曲线与理论剖面图相符，说明流动已经达到稳定了，但近壁面的速度与理论值相差较大。对比图 2 可知，雷诺数越大，沿管道轴向达到流动稳定所需的路程也越长。

2.3 边界层内的流动特性

分析该通道的流动情况可知，当流体从等直径矩形段流过凹穴段时，由于流动面积增大，流速减小，压强增加，因此流体在逆压力梯度区内运动，此时的流体质点动能很小，在增压区内流动距离不能太远，因此它们被从边界层内分离出去，进入主流，而这些质点一般都沿着与外流相反的方向流动，因此容易在凹穴段里形成旋涡。

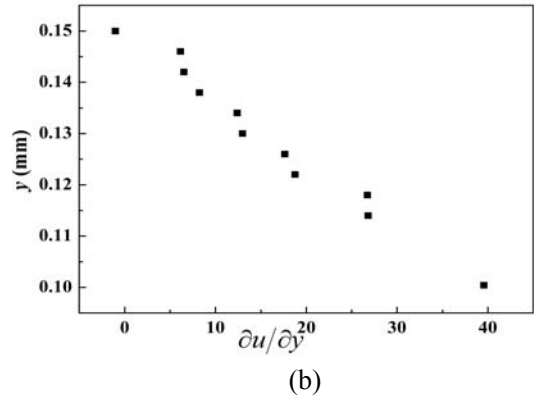
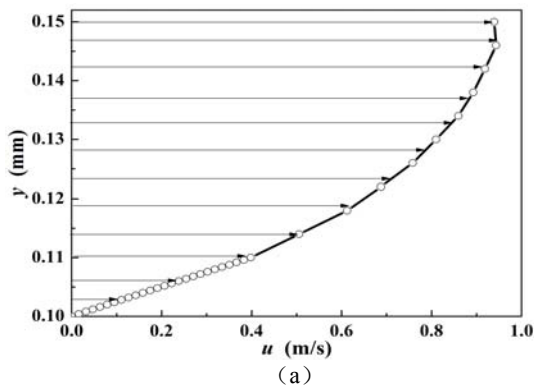


图 4 $x=2.1mm$ 等直径矩形段内边界层的速度分布

图 4，图 5 分别是等直径矩形段和凹穴段边界层内的速度分布。从图 4 可以看到，在顺压区速度为一条向上凹的曲线，无拐点出现。图 5 速度曲线的趋势刚开始是向下凹，到达某点（P 点）后向上凹，在曲线上出现了拐点（分离点），该点切线的斜率为零。由此可见分离只可能发生在位势流动减速的情况里。

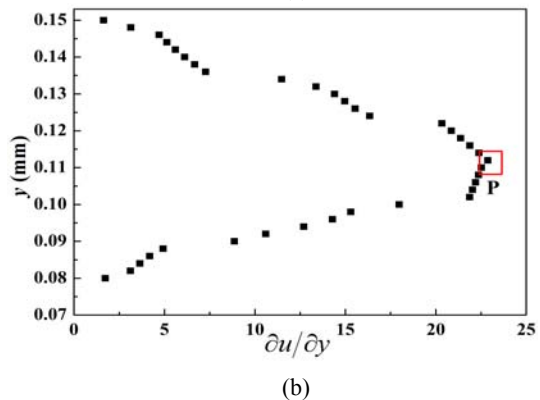
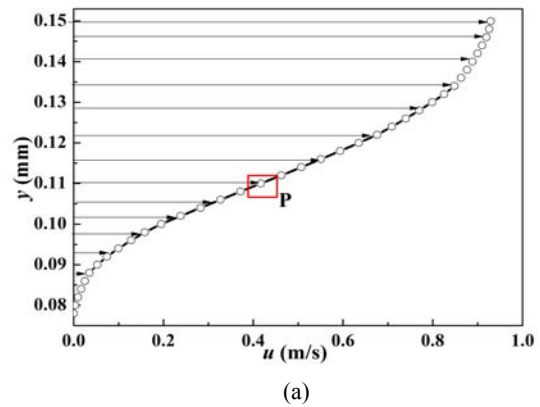


图 5 $x=2.13mm$ 凹穴段内边界层的速度分布

从图 6 也可以看到，不管雷诺数多大，等直径矩形段内的流体流动都不会出现涡旋现象，即在顺压区内不会出现旋涡。当雷诺数很小时（ $Re=4.4$ ），在凹穴段也没有出现旋涡，如图 5(a) 所示。而当 $Re=66.3$ 时，在通道凹穴

两侧出现了对称的旋涡，形成了典型的二次回流。随着雷诺数的增大，旋涡也会变大。Schönfeld^[11]和 Jiang^[12]等人认为通道内的二次回流能增加流体的混合和对流传热。截取其中两个流动单元体如图 5 所示。

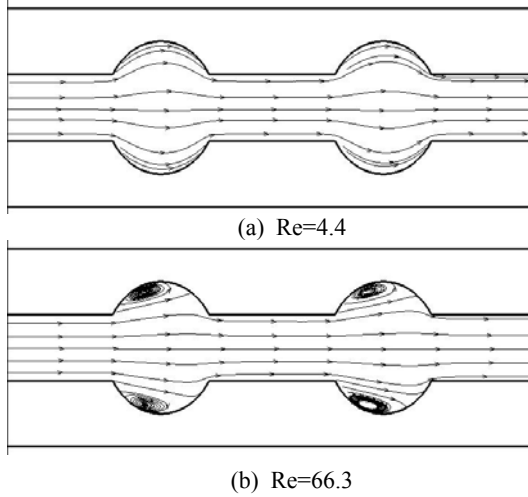


图 6 流动单元体内的流线分布

从图 6 可以看到，当流体进入凹穴段时，该段属于减速增压区，即 $\frac{\partial u}{\partial x} < 0$ ， $\frac{dp}{dx} > 0$ 。流体在壁面上的流速为零，由层流边界层微分方程得壁面上的速度分布曲线如式(9)：

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0} = \frac{dp}{dx} \quad (9)$$

在减速增压区，有 $\partial^2 u / \partial y^2 > 0$ ，速度梯度随 y 的增大而增大，若主流的减速增压不足够大边界层分离是不能分离的，更不会形成旋涡，因此在低雷诺数下的流动没有出现旋涡。在高雷诺数时，主流的减速增压足够大，则出现边界层分离，该边界层分为上下部分，在逆压力梯度下使下面的流体形成回流，而且主流不断地带动上面的流体向前流动，因此在凹穴段形成旋涡。在近壁面区域，速度沿 y 轴变化的二次导数的剖面图的曲率只依赖压力梯度，在减速增压区内，压力梯度为负值。但是，在任何情况下，当离开壁面较大的距离时总有 $\partial^2 u / \partial y^2 < 0$ ，压力梯度为正值，因此必定存在 $\partial^2 u / \partial y^2 = 0$ 的点，此点就是边界层的分离点，也称为拐点，如图 5 中 P 点所示。

2.4 凹穴段的涡量分析

当粘性流体流过静止的壁面时，总是会产生旋涡的。经上述分析可知，该通道流场中也存在涡旋运动。对于三维定常流场来说，流体

的涡量场 Ω 是坐标 x, y, z 的连续函数，涡量的定义为：

$$\Omega = 2\omega = \nabla \times u = \text{rot}u \quad (10)$$

由 Stokes 定理：

$$\oint_L u \cdot dl = \iint_A \Omega \cdot dA \quad (11)$$

可知涡量场和速度场的相互联系，其值由速度 u 的旋度 $\text{rot}u$ 构成的涡量场。因而可以利用速度场和涡量场的转换关系，求出涡量。涡量场和速度场都是整个流场的重要组成部分，因此从该角度出发阐述扇形凹穴型微通道内部的流动的基本规律，可以更深刻地认识该通道的物理本质。涡量的表达式如下：

$$\begin{aligned} \Omega_x &= \frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \Omega_y &= \frac{\partial u_z}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \Omega_z &= \frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (12)$$

流体在整个凹穴段的流动属于有旋运动，为了研究凹穴段局部的旋涡大小，可取其中一个单元体的涡量变化来表示，管道两边半圆弧到等直径矩形段的距离为 $0.05\text{mm} < y < 0.1\text{mm}$ 和 $2.25\text{mm} < y < 2.2\text{m}$ ，因为管道对称分布，可取下半部分来分析。从图 7 中可以看到，当 $0.05\text{mm} < y < 0.1\text{mm}$ 时，近壁处的涡量变化较大，涡量场与速度场一样具有贴壁的特性。

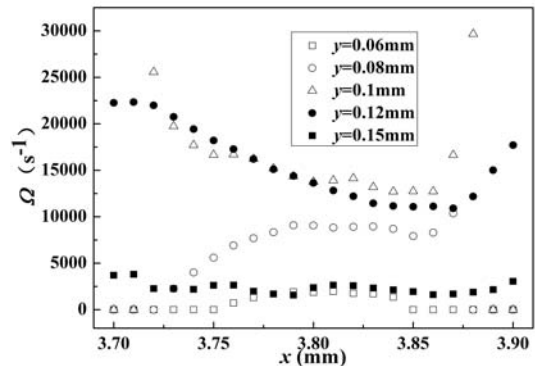


图 7 Re=66.3 时凹穴段的涡量

从图 8 可以看到涡量的分布是以管轴为中心，沿管道径向呈双峰分布，与图 6(b)相对应，管壁两侧有两个对称的旋涡。除了近壁面的流体外，管轴中心处的涡量最小，沿两侧呈抛物线的对称分布，大约在 $y=0.1\text{mm}$ 和 $y=0.2\text{mm}$ 处涡量最大。而且，涡量大小随着 Re

数的增加而增大，因为雷诺数的增加使边界层厚度降低，因此凹穴段的涡量增加。

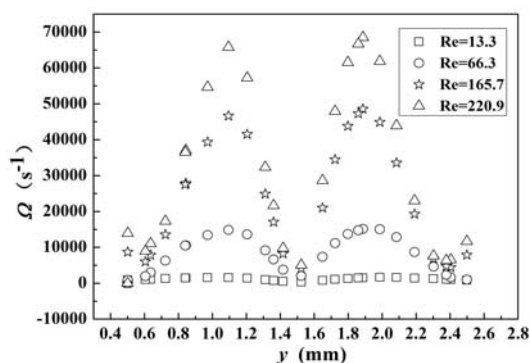


图 8 不同雷诺数下沿 y 轴的涡量

3 结论

本文研究了当量直径为 $133.3\mu\text{m}$ 的扇形凹穴型微通道内部速度场和涡量场的变化情况，雷诺数变化范围为 4.4-220.9，得到如下结论：

(1) 雷诺数对通道中心线速度影响较大，特别是对凹穴段的影响，可用中心线的速度特点来判断流动是否达到稳定。随着雷诺数的增大，凹穴段的速度也越接近等截面矩形段的无量纲速度。并分析了凹穴段出现旋涡是由于主流的减速增压足够大，出现边界层分离，形成二次回流。

(2) 扇形凹穴型微通道径向速度分布也符合层流流动完全发展的理论。雷诺数越大，沿管道轴向达到流动充分发展所需的路程也越长。

(3) 对凹穴段的涡量场进行分析。涡量场与速度场一样具有贴壁性，其大小呈双峰分布，在管轴中心处的涡量最小，并且随雷诺数的增加而增大。

参考文献

1 Ahmad T, Hassan I. Experimental Analysis of Microchannel Entrance Length Characteristics Using Microparticle Image Velocimetry.

Journal of Fluids Engineering. Journal of Fluids Engineering, 2010, 132(4):031102-1-13.

2 Elsnab J R, Maynes D, Klewicki J C, et al. Mean Flow Structure in High Aspect Ratio Microchannel Flow. Experimental Thermal and Fluid Science, 2010, 34(8):1077-1088.

3 Bown M R, MacInnes J M, Allen R W K. Micro-PIV Simulation and Measurement in Complex Microchannel Geometries. Measurement Science and Technology, 2005, 16(3):619-626.

4 Chu J C, Teng J T, Xu T, et al. Characterization of Frictional Pressure Drop of Liquid Flow Through Curved Rectangular Microchannels. Experimental Thermal and Fluid Science, 2012(38):171-183.

5 Sui Y, Teo C J, Lee, P S. Direct numerical Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in Periodic Wavy Channels with Rectangular Cross-sections. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2012, 55(1):73-88.

6 夏国栋, 柴磊, 齐景智. 梯形硅基微通道热沉流体流动与传热特性研究. 北京工业大学学报, 2011, 37(7):1080-1084.

7 Chai L, Xia G D, Zhou M Z. Numerical Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in a Microchannel Heat Sink with Offset Fan-shaped Reentrant Cavities in Sidewall. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2011, 38(5):577-584.

8 El-bakry M. Radial basis function neural network model for mean velocity and vorticity of capillary flow. International Journal for numerical methods in fluids, 2011, 67:1283-1290.

9 李永业, 孙西欢, 王锐. 起旋器内部的流速场和涡量场特性. 排灌机械工程学报, 2011, 29(2):3-7.

10 Steinke M E, Kandlikar S G. Single-phase liquid friction factors in microchannels. 2006, 45(11):1073-1083.

11 Schönfeld F, Hardt S. Simulation of Helical Flows in Microchannels. AIChE Journal, 2004, 50(4):771-778.

12 Jiang F, Drese K S, Hardt S. Helical flows and chaotic mixing in curved microchannels. AIChE Journal, 2004, 50(9):2297-2305.

CHARACTERISTICS OF VELOCITY AND VORTICITY FIELD IN A MICROCHANNEL WITH FAN-SHAPED REENTRANT CAVITIES UNDER LOW REYNOLDS NUMBER

XIA Guodong ZHAI Yuling CUI Zhenzhen

(The Key Laboratory of Enhanced Heat Transfer and Energy Conservation, Ministry of Education, Beijing University of Technology ,
Beijing 100124, China)

Abstract To obtain the fluid flow characteristics of velocity and vorticity field in the microchannel with fan-shaped reentrant cavities, the numerical investigations were conducted during the Reynolds number ranged from 4.4 to 220.9. The numerical simulation results indicate that velocity distribution of the axial center was presented the characteristics of periodic variation. The mainstream were appeared secondary flow under large Reynolds number, for its deceleration and pressurize were large enough. The characteristics of adherent and bimodal distribution were showed in the vorticity field, and the magnitude of vorticity increases with increasing Reynolds number.

Key words microchannel; velocity field; vorticity; numerical simulation