

文章编号: 0253 - 9993 (2005) 02 - 0164 - 05

瑞利波泄漏模式与“之”字形正演模拟

杨天春¹, 吴燕清², 易伟建¹

(1. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 中国矿业大学 (北京) 资源与安全工程学院, 北京 100083)

摘 要: 对瑞利波勘探中泄漏模式波的求取问题进行模拟研究. 通过添加附加层的方法, 使实频散方程求解瑞利波相速度的范围包含所有的层速度区域, 从而可用导波来模拟计算泄漏模式波. 从模拟结果来看, 附加层法不仅能模拟出原模型的实数导波, 还能计算出其泄露模式波的变化; 同时, 通过计算 v_r - 频散曲线, 说明泄漏模式波的存在也是产生“之”字形现象的原因之一.

关键词: 瑞利波; 导波模式; 泄漏模式; 附加层法; 地基

中图分类号: P631.414 **文献标识码:** A

Forward modeling of leaky mode waves and zigzag dispersion curves in Rayleigh waves exploration

YANG Tian-chun¹, WU Yan-qing², YI Wei-jian¹

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. School of Resource and Safety Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

Abstract: How to solve the leaky modes of Rayleigh waves was studied. Appending an appropriate layer under the model, so the solving velocity range included all layers' Rayleigh wave velocities, and we could calculate the Rayleigh guided waves by Menke and Bixing-Zhang in transfer matrix approach. Calculated Rayleigh leaky mode waves of three models. According to the modeling results, appending layer method can calculate not only the guided waves, but also leaky mode waves. At the same time, it shows that the existing of leaky mode waves can give birth to zigzag dispersion curves.

Key words: Rayleigh waves; guided wave mode; leaky mode; appending layer method; foundation

瑞利波法能较为快速、经济地对场地进行分层, 并给出每层的剪切波速度, 因而近年来得到了很快的应用与发展^[1]. 在实际应用中, 人们利用“之”字形频散曲线来确定软弱夹层、裂隙或空洞等的存在, 并取得了很好的效果^[2,3]. 为何会出现这种“之”字形? 我国学者近年来对此进行了深入的探讨. 黄嘉正等人从多层液体介质模型出发, 对“之”字形频散曲线的形成机理作了定性分析^[4]. 张碧星、鲁来玉等人则指出“之”字形是低速夹层或地层裂缝中出现多模现象的结果; 他们首先假定速度大的导波模式先到达检波器, 但由此得到的频散曲线在短波 (高频) 段出现了许多个明显的“之”字形回折, 这是一种不合理的现象^[5]. 后来, 他们又从能量的角度对“之”字形作了很好的解释, 克服了过去从相速度的角度解释“之”字形频散曲线的困难^[6]; 但遗憾的是, 他们认为当地层中有低速夹层存在时, 高阶模式的相速度频散曲线是相交的^[6-8], 这种认识有误. 为此, 杨天春、何继善等从瑞利导波相速度、各阶模式位

收稿日期: 2004 - 10 - 11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50378034); 中国博士后科学基金资助项目

作者简介: 杨天春 (1968 -), 男, 湖南津市人, 工程师, 博士后. Tel: 0731 - 8821930, E-mail: ytc6803@yahoo.com.cn

移曲线的特征出发，进一步对“之”字形现象的形成机理进行了合理的解释^[9~11]。

总之，以往对“之”字形现象的研究主要是从瑞利导波的角度来进行，只考虑瑞利波频散方程的实数解，忽略了复数解（即泄漏模式波）的存在。笔者曾指出泄漏模式波的存在也会产生“之”字形^[11]，但过去未对此进行深入研究；同时笔者也发现，瑞利导波的相速度频散曲线有时会出现截断或截止现象，似乎在某些频率范围内没有瑞利波信号存在，这显然不符合瑞利波勘探的实际情况，此时必须考虑瑞利波泄漏模式的存在。本文主要探讨如何计算瑞利波的泄漏模式及其“之”字形曲线。

1 理论公式

考虑由 N 层均匀各向同性的弹性固体介质组成的层状半空间，引入柱坐标系 (r, z) ，假定 z 轴垂直向下， $z=0$ 为地表自由界面，第 i 层介质位于平面 $z=z_{i-1}$ 和 $z=z_i$ 之间。在只考虑 P-SV 波的情况下，根据 Abo-zena, Menke 和 Bixing Zhang 等曾采用的传递矩阵理论，沿层状介质传播的导波可由频散方程

$$E_6^{(1)} = 0, \tag{1}$$

得出， $E_6^{(1)}$ 为由传递矩阵推出的第 1 层介质列矩阵 E 的第 6 个元素。如果振源位于第 1 层介质中 $r=0, z=z_0$ 处激发，则导波在自由表面的垂直位移由其对应极点的留数给出，即

$$u_z^G(r, z) = i \cdot {}_2H_n^{(1)}(kr) k^2 \cos(n) \left/ \frac{\partial E_6^{(1)}}{\partial k} \right., \tag{2}$$

式中， ${}_2H_n^{(1)}$ 为与振源及层状介质的弹性波场有关的一个表达式； $H_n^{(1)}(kr)$ 为第 1 类汉克尔函数； k 为导波的水平波数； n 由振源类型决定，采用对称点源时 $n=0$ 。

在数值模拟中，由式 (1)，(2) 可分别得到瑞利导波的频散曲线和地表垂直位移曲线。由于篇幅限制，上面只给出必要的数学公式，其推导过程见文献 [7, 11]。

2 研究思路

在层状介质中，除导波外，还存在另一类模式波，即泄漏模式，它在传播过程中能量不断损耗，其衰减系数较大，传播距离很小。不同的介质参数，式 (1) 的频散方程可以有不同的波速解，有实数解和复数解，从数学上来讲，泄漏模式波即对应着频散方程的复数解，其实部表示传播速度，虚部表示衰减大小。对于长距离的传播，泄漏模式的影响很小，一般将其忽略。由频散方程 (1) 无法求取瑞利波的泄漏模式，过去一般采用有限单元法、柔性系数法等方法来求解^[12,13]，但有限单元法对于存在“之”字形回折的频散曲线很难适应，另外，这些方法都是在复数域求解，计算效率非常低。

就 N 层层状介质而言，当各层的瑞利波速度分别为 $v_{r1}, v_{r2}, \dots, v_{rN}$ 时，野外勘探中瑞利波相速度曲线的理论变化范围在 $[\min(v_{r1}, v_{r2}, \dots, v_{rN}), \max(v_{r1}, v_{r2}, \dots, v_{rN})]$ 内。若用频散方程 (1) 求解瑞利导波的相速度频散曲线，则求根的范围被限定为 $(0, v_{sv})$ ，其中 v_{sv} 为最底层介质的横波速度，即只求出实数解，未考虑泄漏模式波是否存在；若上部 $N-1$ 层介质中第 i 层的瑞利波 $v_{ri} > v_{sv}$ 时，则频散方程就可能存在复数解，原来的求解方法存在求解不全的问题，使得瑞利导波相速度频散曲线出现截止或截断现象。

如何使求根的速度范围包括所有的介质层，即如何求取瑞利波的泄漏模式，从而获得完整的频散曲线呢？假定在第 N 层介质的下面还存在有第 $N+1$ 层，其密度、速度参数与前 N 层介质中横波速度最大的那层完全相同，则原 N 层层状半空间模型就变成了 $N+1$ 层层状半空间 (图 1)。若将第 N 层介质的厚度 h_N 取得足够大，同时忽略频率 $f \rightarrow 0$ Hz 附近低频区域的影响，则在实际勘探中由 $N+1$ 层模型得到的频散曲线与原模型的频散曲线 (在某一频率以上) 应该完全相同。

在采用二分法计算层状介质中瑞利导波的 $v_r - f$ 理论频散曲线时，由于频散曲线一般存在多个模式，在野外勘探中检波器接收到的究竟是

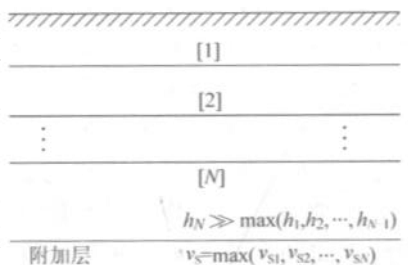


图 1 附加层法的层状半空间模型
Fig. 1 Layered half space model

哪一个导波模式，这是很难判定的。假定在第 1 层介质中存在一对称点源，由此可计算各导波模式在地表的垂直位移大小，根据以往的研究成果来看，可以假定在各频率上检波器接收到的是位移最大的那一个导波模式^[9~11]。实际上，国外学者在采用柔性系数法进行计算时也遵从这一假设。由此，由多模式频散曲线就可得到与野外勘探相对应的 v_r - 曲线。

由于附加层（即第 $N + 1$ 层）的横波速度 $v_s = v_{s1}, v_{s2}, \dots, v_{sN}$ ，即 $v_s > v_{r1}, v_{r2}, \dots, v_{rN}$ ，则求图 1 中 $N + 1$ 层模型的频散曲线时无复数解存在，就可用式（1）进行求解，从而使原模型泄漏模式的相速度解也包含在求解范围内，这实际上是用实数解模拟计算出复数解。在此暂且称以上求解思路为附加层法。

3 模拟计算

瑞利导波相速度频散曲线出现截止或截断的模型很多，但总体上可分为 3 种情况：单导波模式，在高频区域出现截止现象；单导波模式，存在截断现象；多导波模式，存在截断现象。下面以 2 层或 3 层固体层状介质为例，对以上 3 种情况进行模拟计算。

表 1 为假定的 3 组地基模型参数，其中模型 1 为 2 层模型，其余皆为 3 层模型。表中的 v_r 为由其所在层介质组成半空间时的瑞利波速度。

表 1 地基模型参数
Table 1 Parameters of foundation models

参数组号	纵波速度 $v_p / m \cdot s^{-1}$	横波速度 $v_s / m \cdot s^{-1}$	瑞利波速度 $v_r / m \cdot s^{-1}$	密度 $/kg \cdot m^{-3}$	厚度 /m	备注
1	2 900	1 400	1 308.48	2 000	3	上硬下软
	2 400	900	850.05	1 800		$v_{s1} > v_{r1} > v_{s2} > v_2$
2	1 050	500	467.84	1 800	6	含软夹层
	830	250	237.29	1 800	1	$v_{s1} > v_{s3}$
3	1 300	350	332.56	1 800		$v_{r1} > v_{s3} > v_{r2}$
	740	370	345.04	1 800	3	含硬夹层
	1 050	500	467.84	1 800	3	$v_{s1} > v_{s3} > v_{r1}$
	860	350	329.85	1 800		

图 2 为模型 1 的瑞利波频散曲线，由图 2 (a) 可知模型 1 的瑞利导波只有单个模式存在，在频率 $f = 0$ Hz 时相速度 v_r 趋近于下层介质的瑞利波速度 (850.05 m/s)，频散曲线随频率的增高出现截止现象，截止处的频率约为 48 Hz，速度 $v_{s2} = 900$ m/s 图 2 (a) 中的黑圆点为附加层法 ($h_2 = 90$ m 时) 求得的结果，对比结果可知，其结果与原导波曲线之间的误差主要位于低频区域，但在 17~48 Hz 范围内，附加层法求解结果与原导波曲线几乎完全重合，且随着频率的增高吻合程度越好。在 17 Hz 处，由二分法求得的瑞利导波的相速度为 871.562 1 m/s，附加层法求得的相速度为 872.215 7 m/s，二者之间的速度差为 0.653 6 m/s；在 47 Hz 处，二分法求得的瑞利导波

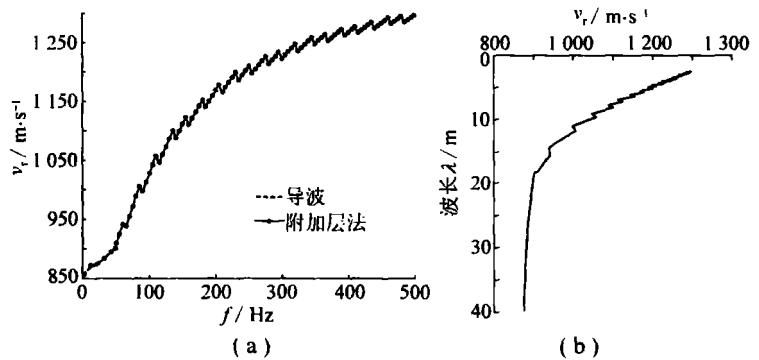


图 2 模型 1 的瑞利波频散曲线

Fig. 2 Rayleigh wave dispersion curves of model 1

在 47 Hz 处，二分法求得的瑞利导波的相速度为 871.562 1 m/s，附加层法求得的相速度为 872.215 7 m/s，二者之间的速度差为 0.653 6 m/s；在 47 Hz 处，二分法求得的瑞利导波

的相速度为 899.236 1 m/s, 附加层法求得的相速度为 899.583 7 m/s, 二者之间的速度差为 0.347 6 m/s. 所以, 用附加层法来模拟计算原模型高频段的频散曲线是可行的. 同时, 利用附加层法还求出了模型 1 完整的瑞利波频散曲线 (包括导波和泄漏模式波), 由模拟结果可知, 由导波到泄漏模式波, 其相速度是连续性过渡的; 当频率 f 时, 泄漏模式波的相速度趋近于第 1 层介质的瑞利波速度 $v_{r1} = 1\ 308.48\ \text{m/s}$ 由于泄漏模式波存在多个模式, 且最大位移对应的相速度曲线是由多模式组成, 所以模型 1 的 v_r - 频散曲线出现了“之”字形现象 (图 2 (b)).

对于上硬下软的 3 层固体层状介质而言, 其瑞利导波的频散曲线也只存在单个导波模式, 且导波曲线在高频段出现截止现象, 其特征与模型 1 完全相同. 同理, 采用附加层法求得的 v_r - 频散曲线存在“之”字形现象. 由于篇幅所限, 在此就不举例说明.

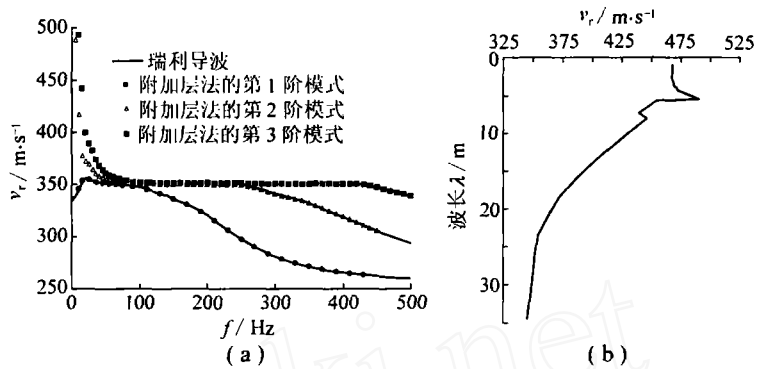


图 3 模型 2 的瑞利波频散曲线

Fig. 3 Rayleigh wave dispersion curves of model 2

图 3 为模型 2 的瑞利导波频散曲线, 可见其导波存在多个模式, 且基阶导波模式出现截断现象, 即第 1 阶导波模式频散曲线被截为分离的两部分, 在频率 $f = 14 \sim 17\ \text{Hz}$ 无导波存在.

图 3 (a) 为附加层法 ($h_3 = 40\ \text{m}$) 获得的前 3 阶导波模式与原模型 2 的导波曲线进行比较, 由图 3 可知, 附加层法获得的频散曲线在速度小于 v_{s3} (350 m/s) 内与原模型 2 的导波频散曲线完全重合, 而且附加层法还反映了各模式在 350 m/s 以上泄漏模式的变化情况. 根据以往的研究成果^[11]可知, 由于模型 2 是一个含软夹层的模型, 其 v_r - 频散曲线肯定存在“之”字形. 但由于原模型 2 的导波曲线不完整, 如果只根据导波模式来正演 v_r - 曲线得不到正确结果; 只有同时将泄漏模式波考虑在内的情况下, 才能获得正确的 v_r - 曲线 (图 3 (b)), 此时, 随着频率的增大, 波长变短, 瑞利波的相速度 v_{r1} 逐渐趋近于 467.84 m/s

对于 3 层层状固体介质而言, 当有硬夹层存在时, 由于 $v_{s2} > v_{s1}, v_{s3}$, 使得 v_{r2} 很可能大于 v_{s3} , 同时 v_{r1} 也有可能大于 v_{s3} , 因此出现截止或截断情况的模型较多. 前面所说的 3 种情况都可能出现, 由于第 1、第 3 导波曲线特征前面已讨论过, 下面只讨论第 2 种情况——单导波模式, 存在截断现象.

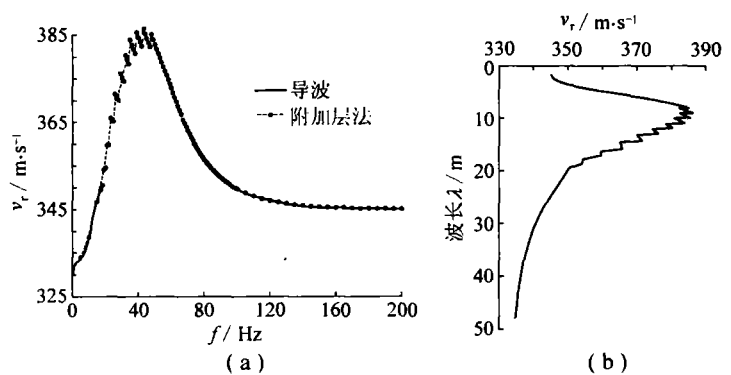


图 4 模型 3 的瑞利波频散曲线

Fig. 4 Rayleigh wave dispersion curves of model 3

图 4 为模型 3 的瑞利波频散曲线. 其中图 4 (a) 中的实线为导波频散曲线 ($v_r < 350\ \text{m/s}$), 只存在单导波模式, 其曲线形态与模型 2 的基阶导波模式相似 (图 3 (a)).

当频率 $f = 0\ \text{Hz}$ 时, 瑞利波速度 v_r 趋近于最底层介质的瑞利波速度 $v_{r3} = 329.85\ \text{m/s}$ 当 f 时, 瑞利波速度 v_r 趋近于表层介质的瑞利波速度 $v_{r1} = 345.04\ \text{m/s}$ 相速度频散曲线出现了截断现象, 在 17 ~ 100 Hz 之间无导波信号存在. 从附加层法 ($h_3 = 90\ \text{m}$) 的模拟结果看, 它不仅很好地模拟了模型 3 分离两段导波曲线的结果, 而且还将 17

~100 Hz范围内的瑞利波(泄漏模式)信号反映出来。为了清楚地反映 17~100 Hz范围内泄漏模式波的变化情况,将 17~100 Hz范围内计算的频率步长加密为 1 Hz,由此可见,泄漏模式波的最大位移对应相速度曲线是由多模式组成,从而使其 v_r - 出现“之”字形(图 4(b))。

4 结 语

Abo-zena, Menke和 Bixing Zhang等学者采用的传递矩阵理论在足够高的频率下也可以保证计算的精度,可避免高频区域有效数字的精度丢失问题;对波速为实数的导波来说,其频散方程是一个实方程,这为二分法计算导波的频散曲线提供了方便。本文充分利用上述两个特点,通过添加附加层的方法,将复数域内求解泄漏模式波的问题转换到实数域进行,从而可继续应用频散方程(1)求解,根据本文的模拟计算结果来看,附加层法求解泄漏模式波是可行的,它大大加快了计算的速度,开辟了计算泄漏模式波的一种新方法;同时,其计算结果弥补了导波曲线的不足,使频散曲线更加完整化,通过对泄漏模式波的模拟计算可知,由导波模式到泄漏模式是连续性过渡的,但当泄漏模式波存在时, v_r - 频散曲线也会出现“之”字形,这是野外勘探中出现“之”字形的另一原因。

参考文献:

- [1] 赵建三,李 亭. 瑞雷波法应用于高速公路路基工程质量无损检测试验研究 [J]. 湖南大学学报, 2003, 30 (1): 107~112
- [2] 朱裕林. 瑞利波勘探在工程勘察中的应用 [J]. 工程勘察, 1991 (1): 67~69
- [3] 王运生. 瞬态面波法探测堤坝软弱层技术的研究与应用 [J]. 人民黄河, 1996 (12): 19~21
- [4] 黄嘉正,周鸿秋,关小平. 工程地质中瑞利波法勘探的理论初探 [J]. 物探与化探, 1991, 15 (4): 268~277
- [5] 张碧星,肖柏勋,杨文杰,等. 瑞利波勘探中“之”形频散曲线的形成机理及反演研究 [J]. 地球物理学报, 2000, 43 (4): 551~567
- [6] 张碧星,鲁来玉,鲍光淑. 瑞利波勘探中“之”字形频散曲线研究 [J]. 地球物理学报, 2002, 45 (2): 263~274
- [7] 张碧星,鲁来玉. 层状半空间中导波的传播 [J]. 声学学报, 2002, 27 (4): 295~304
- [8] 鲁来玉,王 文,张碧星,等. 层状半空间中的多模问题和瑞利波勘探 [J]. 物探化探计算技术, 2001, 23 (3): 215~221
- [9] 杨天春,何继善,吕绍林,等. 三层层状介质中的多导波模式及其频散和位移特征 [J]. 物探化探计算技术, 2004, 26 (1): 20~26
- [10] 杨天春,何继善,吕绍林,等. 三层层状介质中瑞利波的频散曲线特征 [J]. 物探与化探, 2004, 28 (1): 41~45
- [11] 杨天春. 瑞利波“之”字形频散与道路结构频散曲线的正演研究 [D]. 长沙:中南大学, 2004
- [12] 夏唐代,胡永生,杨顺群,等. 道路结构瑞利波特性及动力响应分析 [J]. 郑州工业大学学报, 2000, 21 (1): 19~22
- [13] Osama Hunaidi. Evolution-based genetic algorithms for analysis of non-destructive surface wave tests on pavements [J]. NDT & E International, 1998, 31 (4): 273~280