

耦合遗传算法的数据同化系统误差处理方法

摆玉龙^{1,2}, 李新¹

(1. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所, 甘肃兰州 730000; 2. 西北师范大学物理与电子工程学院, 甘肃兰州 730070)

摘要:针对数据同化系统中的误差估计与处理问题,介绍了集合滤波数据同化系统中各种误差来源及特征;侧重于在集合数据同化中为防止滤波发散的乘数放大法、附加放大法和松弛先验法等模型误差处理方案,利用经典的非线性模型——Lorenz模型开展了数值试验。在此基础上,提出了一种耦合遗传寻优算法的数据同化系统,来解决以往的误差调节因子由反复实验法设定的问题;进而结合乘数放大法全局放大和附加放大法局部调节的特点,提出了一种新的混合误差处理方法。结果显示,这些方法可以在适应度函数的约束下自适应地获取最优误差因子,达到最优的同化效果,从而提出了在数据同化系统中为同化实际观测资料可采取的误差处理新思路。

关键词:数据同化;误差处理;乘数放大法;附加放大法;松弛先验法;Lorenz模型

中图分类号: TP79; P237

文献标识码: A

文章编号: 1009-3443(2011)06-0702-07

Error processing methods of data assimilation systems coupled with genetic algorithms

BAI Yu-long^{1,2}, LI Xin¹

(1. Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China; 2. College of Physics and Electrical Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: With regards to error estimation and processing problems in data assimilation, the error sources and the characteristics of ensemble Kalman filter data assimilation systems are briefly reviewed in the paper. Concentrating on model error processing problems, the multiplicative inflation, the additive inflation and the relax-to-prior methods, which are the common used methods for preventing filtering divergence in ensemble data assimilation, are introduced. The numerical experiments were developed based on the classical nonlinear model—Lorenz model. In order to solve the hard searching problem for the error adjustment factor usually done by trial and error methods, a new data assimilations system coupled with genetic algorithms is proposed. Moreover, combined with the advantages of multiplicative inflation for global expanding and the characteristic of additive inflation for local adjustment, a new blending error processing method is designed. The results show all methods can adaptively obtain the best error factors with the constraints of the fitness function and the assimilation results can be improved consequently. So, the new idea of error processing for assimilating real observations is provided.

Key words: data assimilation; error processing; multiplicative inflation; additive inflation, relax-to-prior methods; Lorenz model

收稿日期: 2010-06-02.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40771036, 41061038);
国家 863 计划资助项目(2009AA12Z130).

作者简介: 摆玉龙(1973—), 男, 博士生, 副教授; 研究方向: 数据同化、参数估计; E-mail: yulongbai@gmail.com.

数据同化系统研究近年来成为大气、海洋和地球系统科学研究的新兴领域,已日趋成为地学研究中的热点和前沿。在理论和方法的探索、各种实用同化系统的建立等方面都取得了重要的进展^[1,2]。

数据同化可以显著提高模型预报精度、减少不确定性,已成为一种重要方法论。

尽管实用同化系统的建立与研究取得了蓬勃的发展^[1],鉴于研究对象的复杂性,仍有很多方面的内容值得深入研究,其中数据同化系统的误差估计与处理受到广泛关注^[3],而且一直被认为是核心研究问题之一。在顺序数据同化方法中,误差的积累会导致滤波发散,主要表现在滤波产生的分布偏离真值。导致滤波发散的原因是由于集合数有限情况下的采样误差使得先验分布过窄,观测信息会逐步失去影响,直至变得毫不相关。关于数据同化误差处理和防止滤波发散方面的研究,在大气和海洋数据同化领域已经开展了许多工作。其中包括:背景场误差协方差矩阵的 Inflation 方法、双集合卡尔曼滤波方法、扰动大气驱动、模型初值和模型参数等^[4]。文献^[5]将常用的误差处理方法应用于大气 Speedy 模式,验证了各种方法的同化效果。然而,在这些误差处理方法中如何合理有效地选择参数,如何提高误差处理效率及数据同化系统输出精度等问题值得深入研究。

本文首先从误差估计与处理的角度简要介绍了集合数据同化方法中的误差理论问题;重点介绍在集合 Kalman 滤波中的基于二阶矩误差估计方法中的乘数放大法(multiplicative inflation)、附加放大法(additive inflation)、松弛先验法(relax-to-prior)。利用经常被用来测试数据同化方法的经典非线性 Lorenz 模型,实现了上述 3 种误差处理方法,并针对其最优误差因子难以确定等问题,提出一种耦合遗传寻优算法的数据同化系统来解决以往的误差调节因子由反复实验法(trial and error)设定的问题。这种方法可以在适应度函数的约束下自适应地获取最优误差因子。在此基础上,综合乘数放大法与附加放大法的优点,提出了一种混和误差处理方法,利用快速遗传算法的全局搜索功能,得到最优误差调节因子。

1 误差处理方法

误差估计是数据同化研究中的核心问题之一。任何数据同化方法都要求预先知道先验预报模型和观测的误差统计特性。在理想情况下,误差分布通常被认为是正态的、平稳的(时不变的)和齐次的。然而,在同化实际观测数据的系统中,所有的数据同化算法都需要首先在误差特性上加以考虑,只有接近实际的误差假设才有可能得到正确的预报信息。

经典 Kalman 滤波中^[4],模型预报误差协方差矩阵

$$P_t^f = M_t P_{t-1}^f M_t^T + Q_t, \quad (1)$$

式中: P_t^f 代表特定时刻 t 未知的模型预报误差协方差矩阵, M_t 是非线性模型的线性正切项。可见,模型预报误差协方差矩阵由两部分组成:一部分是先验积分演进项 $M_t P_{t-1}^f M_t^T$,一般是在预报过程中由于初始状态和它的动态演进带来的“计算误差”;另一部分是模型描述缺陷、模型参数不准确等原因引起的模型误差 Q_t 。集合 Kalman 滤波的引入使得可以用一组集合来模拟第一项先验积分演进误差,而对于模型误差 Q 的模拟却无能为力。在集合 Kalman 滤波中,模型预报误差协方差矩阵由集合均值给出^[5]:

$$P_e^f = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{e(i)}^f - \bar{x}_e^f)(x_{e(i)}^f - \bar{x}_e^f)^T = \frac{1}{N-1} X_e^f X_e^{fT},$$

式中: N 表示集合的数目; $x_{e(i)}^f$ 和 \bar{x}_e^f 分别表示预报状态和预报均值。由于所选择的集合数目一般有限,如果集合扰动的上下界在真值的范围内,滤波结果可以达到理想要求;反之,如果集合扰动选择不理想,将会出现严重的滤波发散。

在集合数据同化中,处理模型误差的方法可以按照处理对象的不同分为两大类。第一类旨在消除集合二阶矩中的偏差,其中包括乘数放大法、附加放大法和松弛-先验法;第二类是处理偏差的方法,文献^[6]中提出了改进这种系统误差的方法。本文中针对第一类误差,开展了数值实验。

1.1 乘数放大法

防止滤波发散的一种简单直观的方法称为协方差或乘数放大法^[7]。这种方法可以通过在集合均值的基础上扩大预报集合的方差方式来改善由于集合数目过小引起的采样误差。在乘数放大法中,为了模拟模型误差,在第一个观测被同化以前,基于其均值的集合成员的方差通过一个略大于 0 的乘数放大因子 r 。

$$P_e^f \leftarrow (1+r) \times P_e^f = P_e^f + rP_e^f = P_e^f + Q_{\text{multi}}, \quad (2)$$

式中,符号“ \leftarrow ”用来表示替代原有值。可以看出,在乘数放大法中, Q_{multi} 项模拟了模型误差 Q_t ,由于 Q_{multi} 具有和 P_e^f 相同的误差子空间,从而会使得数据同化系统更加稳定,提高了滤波性能^[8]。当隐含先验分布试图保持在本地吸引子中时,通过这种方式人工展宽先验分布,可以避免滤波发散^[9]。乘数放

大法被广泛使用在理想与实际数据同化实验中,在文献[10]中的全球预报系统实际数据集合数据同化实验中,北半球使用的放大因子 $r = 1.30$,南半球使用的放大因子 $r = 1.24$,放大因子的数值随着维度的变化是线性变化的。

在滤波过程中,一个合适的放大因子 r 会提高同化系统的精确度, r 过大会给观测太大的权重。目前,放大因子一般通过反复实验法设定,没有系统的规则指导。在理想模型实验^[11]和实际数据仿真试验^[12]中, r 都是通过反复实验来给出较为恰当的统计值。实践证明,在实际数据的同化系统中,由于有限数目的观测信息、缺乏真实状态的信息和系统模型误差的缺失,误差调节因子的选择是非常困难的^[12]。在此方法中,另一个需要注意的问题是单一的放大因子 r 在整个模型域中并不是全优的,其数值变化从某种程度上体现了模型误差时变的特点。

1.2 附加放大法

乘数放大法均匀地扩大了模型扩展,然而实际的模型误差是动态演变的。不恰当的均匀放大会逐渐削弱实际预报误差的扩展度,更精确的模型误差的参数化方案是附加放大法。目前在加拿大气象服务中心的实用集合数据同化系统中,采用附加放大法作为其模型误差的处理方法。在理想的通用循环系统实验中,这种方式的误差选择也在处理模型误差方面显示了很好的效果。

附加放大法是在更新步骤之前,对每个集合成员添加特定结构的噪音。在标准的 Kalman 滤波结构中,模型误差是通过特定结构的协方差矩阵和时域中零相关的随机噪声,由前一个分析时刻使用线性模型积分而得的。然而在集合卡尔曼滤波中,需要对每一个集合成员引入随机扰动。这种随机扰动是从已知的协方差统计特性的分布中采样得到的。在更新周期开始前,每个背景预报集合成员都会加上一个同模型状态维数相同噪音 r^* 。

$$x_i^f = x_i^f + r^*,$$

进而,模型预报误差协方差矩阵变为

$$P_e^f = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{e(i)}^f - \bar{x}_e^f)(x_{e(i)}^f - \bar{x}_e^f)^T = P_e^f + Q_{\text{add}}.$$

和乘数放大法相比较,由于 Q_{add} 调整以后的集合可能会扩展到不同于未调整集合的误差子空间。进而,附加误差法不会像乘数放大法一样任意地扩大集合扩展度。

1.3 松弛先验法

第3种处理模型误差的方法是松弛先验法,其本质可以认为是乘数放大法的一种变形算法^[13]。其基本含义是在每一个分析点通过式(3)的方式,将分析扰动减小并独立地加入先验扰动的影响^[13]。

$$x_{\text{new}}^a = (1 - \alpha)x^a + \alpha x^f, \quad (3)$$

式中: x_{new}^a 为新的分析扰动场; x^a 为原来的分析扰动场; x^f 为背景扰动场; α 为误差调节因子,其数值在 $0 \sim 1$ 之间。文献[13]在其理想模型同化实验中,选择调节因子 α 为 0.5 ,但是文献[14]在显著模型误差出现时将调节因子增大为 0.7 ,文献[15]中发现调节因子的最优选择数值为 0.88 ,意味着给先验集合扰动的权重为 88% ,而从状态更新中计算出扰动权重仅为 12% 。

这种方法可以改善由于集合数目有限或者初始条件欠佳情况下,分析不确定性被低估的问题^[9]。从而使得分析的平均值不变,分析的误差发生变化,而且由于使用了背景扰动信息,分析的协调性可以得到改善。这种调整一般是在每次状态更新后开始的,调整后的分析扰动将向前积分从而形成下一个分析时刻的背景集合。同乘数放大法相比,这种方法的优点在于观测信息对分析有影响的位置调整集合扰动,因而避免了在没有观测信息影响时,集合方差无界增长的趋势。

2 误差因子寻优试验设计

在通常的误差因子调节中,反复试验法需要一定的经验,而且误差因子也会因为评价标准的不统一而很难确定。本文针对传统的数据同化系统耦合快速寻优遗传算法^[16],在设定统一评价函数的基础上,自适应地确定误差调节因子。

2.1 耦合遗传算法的误差因子寻优方法

遗传算法是一类基于自然选择和遗传学原理的有效搜索方法,是求解复杂优化问题的一种新途径,具有全局收敛性、鲁棒性、简单通用等优点^[16]。遗传算法与数据同化的耦合问题研究已在国际上取得了一定的进展^[17,18]。

借鉴文献[17]中的做法,图1给出了耦合遗传算法的数据同化系统的结构图。该系统是一种由前向系统和反馈系统耦合而成的复杂系统。前向系统是数据同化系统,遗传算法作为一种外环最优搜索算法离线反馈最优信息。系统运行的初始状态按照

一般的数据同化系统进行,依据遗传算法的设置准则,误差调节因子在搜索范围内以初始种群的方式设置。在顺序数据同化的每个时间步长内,遗传算法按照适应度函数的约束,对该种群中的个体进行评价,根据评价的结果进行选择产生新种群,对新种群进行交叉和变异操作。交叉和变异操作的目的是挖掘种群中个体的多样性,避免有可能陷入局部解,从而得到最优误差调节因子,更新误差处理方法中的常数因子;然后,在新观测数据更新的前提下,数据同化的预报模型状态和误差协方差同步更新;经过给定次数的迭代处理以后,把最好的个体作为误差调节因子的最优值进行数据同化。

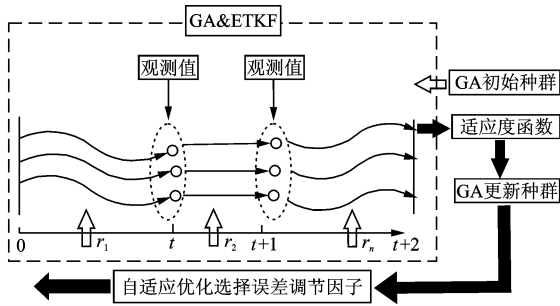


图 1 耦合遗传算法的数据同化系统的结构图

Fig. 1 Schematics of data assimilation system coupled with genetic algorithms

2.2 试验模型

Lorenz 模型是非线性谱模式,其形式虽然简单,但与大气系统有很多相同的动力特征^[19]。因此常被用来作为验证数据同化系统性能的对象,其表达式为^[19]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = rx - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz. \end{cases}$$

式中:取 $\sigma = 10, r = 28, b = 3/8$ 。

2.3 数据同化方法

局地集合转换 Kalman 滤波法是一种易于编程、计算效率高的 Kalman 滤波变形算法^[8]。在传统滤波的基础上,局地集合转换 Kalman 滤波法的特点是在每一个网格点的局地范围内计算集合分析值。由于在每个网格点的分析值是相互独立的,因此这种方案是高度并行的。

2.4 性能评价及适应度函数

适应度函数是用来区分遗传算法种群中个体好坏的标准,是进行遗传选择的唯一依据。本文定义均方根误差为适应度函数,寻优结果以适应度函数的最小值为目标,所用到的分析均方根误差适应度函数和背景均方根误差适应度函数分别定义如下:

$$\begin{aligned} \text{RMSE}_a &= \sqrt{\frac{1}{N} \left(\sum_{t=1}^N (x_{\text{ana},t} - x_{\text{sim},t})^2 \right)}, \\ \text{RMSE}_b &= \sqrt{\frac{1}{N} \left(\sum_{t=1}^N (x_{\text{for},t} - x_{\text{sim},t})^2 \right)}. \end{aligned}$$

式中: t 为每次模拟步长下标, $x_{\text{ana},t}$ 是每次的分析值, $x_{\text{sim},t}$ 是每次的真值, $x_{\text{for},t}$ 是每次的预报值。

3 数值试验

选择局地集合 Kalman 滤波作为基本的数据同化算法,针对基于乘数放大法、附加放大法和松弛—先验法最优误差因子难以确定等问题,提出以快速遗传算法作为寻优算法。以均方根误差作为适应度函数,利用遗传算法获得不同误差处理方法的最优误差调节因子,同时耦合数据同化算法在观测值更新的条件下向前集合演进,自适应地更新误差调节因子,直至满足遗传算法的停止条件。

3.1 乘数放大法实验

针对 Lorenz 模型数据同化系统,在试验中给定初始场 $x_0 = [8 \ 0 \ 30]$,时间增量 $dt = 0.01$,观测窗口 $b_s = 8$,观测误差 $R_0 = [2 \ 2 \ 2]$ 。为了充分显示误差处理方法的效果,所有试验过程中统一选择较小的集合数 $N = 3$ 。

图 2 给出了均方根误差 E 随乘数放大因子 r 的变化。试验结果表明,乘数放大因子是一个略大于 1 的数,以均方根误差作为优化指标,主要体现出如下特点:

- (1) 当乘数放大因子小于 1 时,均方根误差显著增大,表现出人为减小集合离散方差时,集合 Kalman 滤波的性能急剧变差;
- (2) 当乘数放大因子大于 1 时,均方根误差显著减小,滤波性能优化,最优值的范围为 $1.01 \sim 1.2$,超过这个范围后,优化性能表现不再明显;
- (3) 在最优值的数值范围,目标响应函数极值的变化速率很快,呈现出明显的多峰多谷的性质,可以作为目标函数是凸函数的辅助判断;

(4) 图中显示,每一步同化过程中分析均方根误差总是小于背景均方根误差,说明了同化过程逐步改进的过程;

(5) 不断增大误差调节因子,放大因子可以在全局范围内优化同化过程,显著减少均方根误差,而且保持在一个较低的水平。

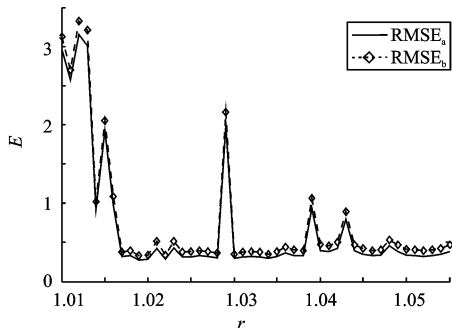


图2 均方根误差随放大因子的变化

Fig. 2 Variation of RMSE with inflation factor

由于误差调节因子表现出的多峰特性,文献[16]中引入快速遗传算法作为自适应寻优的方法,数值实验表明,该算法可以有效避免“早熟”现象,维持种群的多样性。

实验以均方根误差作为适应度函数,遗传算法在可行解空间内随机产生初始种群作为乘数放大因子的初值;数据同化系统利用这个初值结合模型和同化算法进行向前滤波,系统顺序同化一步后,适应度函数反馈信息到遗传算法产生下一代种群,直至遗传算法的终止条件。遗传算法参数设置选择种群数为100,最大迭代次数为50,变量维数为1,代沟为0.9,交叉概率为0.8,变异概率为0.3。图3给出了遗传算法随着迭代次数的增大,性能指标收敛的示意图。遗传算法在迭代 $k=10$ 次左右,得出了本例中放大因子的最优值 $r=1.018$, $RMSE_a=0.288$ 。

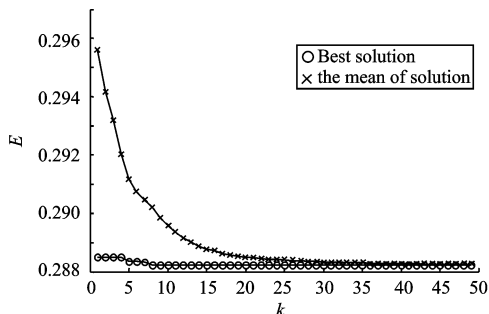


图3 遗传算法迭代结果

Fig. 3 Results of Genetic Algorithm iterations

3.2 附加放大法实验

在同于§3.1的实验步骤下,通过可正可负的调节因子 e 添加高斯噪声,调节因子用来改变高斯噪声的幅值大小,然后利用奇异值分解法(SVD)获得特征变量,并由此产生扰动集合。

图4给出了不同调节因子下均方根误差变化。试验结果表明:(1)调节因子的变化使得均方根误差发生显著的变化,调节因子在零值附近,其值显示一定的对称性;(2)调节因子在一定的取值范围内,表现出典型的多峰特性,按照反复试验法的原则,其最优值也很难确定,适合利用寻优算法确定其最优值。在适应度函数约束下,遗传算法在迭代15次后得到调节因子的最优值,即 $e=0.018$,均方根误差 $RMSE_a=0.295$ 。

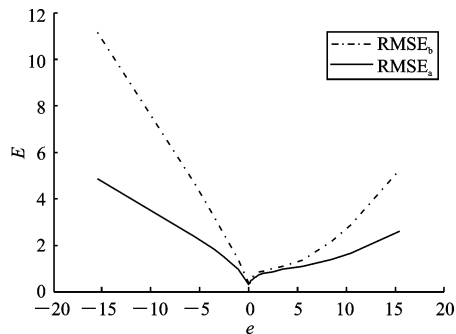


图4 均方根误差随调节因子的变化

Fig. 4 Variation of RMSE with adjustment factors

3.3 松弛先验法实验

松弛先验法是通过加权分析扰动场和背景扰动场使下一步的分析扰动发生变化,其调节因子 α 的量值在0~1之间。实验步骤同于前面两种方法,表1给出了在不同调节因子 α 下的同化效果。

表1 不同调节因子 α 下的同化效果

Tab. 1 Assimilation results with different adjustment factor α

α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$RMSE_b$	0.307	0.313	0.423	0.443	0.902	0.584	0.671	0.990	2.934
$RMSE_a$	0.247	0.251	0.342	0.358	0.753	0.470	0.528	0.759	1.865

试验结果表明,调节因子 $\alpha=0.1$ 时,均方根误差最小,即模型预报场的权重占10%,分析场的权重占90%时,同化效果是最优的。

3.4 混合算法实验

由上述实验可知,乘数放大法可以在全局范围内通过一个略大于1的误差调节因子显著减小小数据

同化系统的均方根误差;附加放大法利用可正可负的调节因子添加高斯噪声,在局部范围内优化同化效果。本文在耦合遗传算法离线搜索最优误差因子的基础上,提出一种混合算法。该方法结合上述方法中的优点,将单目标寻优问题转化为多目标寻优,在同化过程演进中,动态搜索最优误差因子组合,得到最佳同化结果。图5给出了混合算法在不同误差因子组合(z)下均方根误差演变过程,明显可见在不同组合下均可得到较为理想的均方根误差。

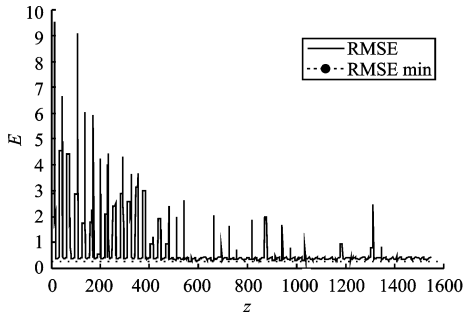


图5 混合算法仿真结果

Fig. 5 Simulation results of the blending algorithms

利用遗传算法的快速搜索能力,在迭代34次后得到最优误差因子组合 $z_1 = 1.019, z_2 = -0.1$, 均方根误差为 $RMSE_a = 0.279$ 。和上述所有方法相比,文中提出的混合算法得到的均方误差是最小的。

4 结论

通过上述研究,得到以下结论:

(1) 通过经典的数据同化算法验证模型——Lorenz模型,实现了3种防止集合发散的模型误差参数化方案。结果显示,当系统不做任何误差处理时,均方根误差达到1.9左右,同化效果差。而3种误差处理方法都可以显著地减小均方误差。

(2) 深入分析了每一种方法中误差调节因子的表现及对系统性能的影响。乘数放大法的误差调节因子是一个1.01~1.2之间的常数;附加放大法的误差调节因子是一个0值附近的很小数值,并且表现出一定的对称性;松弛先验法的误差调节因子在0~1之间,分别给背景扰动场和分析扰动场赋予不同的权重,从而使分析的协调性更好。

(3) 针对误差因子难以选择的问题,提出以快速遗传算法作为寻优算法,以均方根误差作为适应度函数,对其误差调节因子进行离线寻优。实验中,快速遗传算法可以在较短的迭代步骤内,得到本实

验适应度函数约束下的最优值,这种方法可以解决最优值难以确定的问题。

(4) 文中提出的混合误差处理方法,结合了乘数放大法和附加放大法的优点,在耦合快速遗传算法的前提下,能够快速得到误差调节因子,提高数据同化精度。

文中讨论的误差处理方法简单易用,它们主要通过增加背景集合的离散度来增加背景误差的二阶距,可以改善在集合数目有限的情况下的采样误差问题,遗传寻优算法方便可行,能够快速搜索得到适应于实验的最优误差因子。进一步的研究重点是如何将这些方法应用于陆面数据同化系统中,尝试有效解决数据同化系统误差问题的方法。

参考文献:

- [1] 李新,黄春林,车涛,等. 中国陆面数据同化系统研究的进展与前瞻[J]. 自然科学进展, 2007, 17(2): 163-173.
LI Xin, HUANG Chun-lin, CHE Tao, et al. Developments of a Chinese land data assimilation systems: its progress and prospects [J]. Progress in Natural Science, 2007, 17(2): 163-173. (in Chinese).
- [2] HOUTEKAMER P L, MITCHELL H L. Data assimilation using an ensemble Kalman filters technique [J]. Mon Wea Rev, 1998, 126(3):796-811.
- [3] REICHLER H. Data assimilation methods in the earth science [J]. Advances in Water Resources, 2008, 31(11):1411-1418.
- [4] EVENSEN G. Data assimilation, the ensemble kalman filter [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007.
- [5] LI Hong, KALNAY E, MIYOSHI T, et al. Accounting for model errors in ensemble data assimilation[J]. Mon Wea Rev, 2009, 137(10), 3407-3419.
- [6] DEE D P, DASILVA A M. Maximum-likelihood estimation of forecast and observation error covariance parameters Part I: methodology [J]. Mon Wea Rev, 1999,127(6):1822-1834.
- [7] ANDERSON J L, ANDERSON S L. A monte carlo implementation of the nonlinear filtering problem to produce ensemble assimilation and forecast [J]. Mon Wea Rev,1999,127(8):2741-2758.
- [8] HUNT B R, KOSTELICH E J, SZUNYOGH I. Efficient data assimilation for spatiotemporal chaos: a local ensemble transform Kalman filter [J]. Physica D, 2007,230(1-2):112-126.
- [9] BURGERS G, VANLEEUEWEN P J, EVENSEN G. Analysis scheme in the ensemble Kalman filters [J].

- Mon Wea Rev, 1998, 126(5):1719-1724.
- [10] WHITAKER J S, HAMILL T M, WEI X, et al. Ensemble data assimilation with the NCEP global forecast system [J]. Mon Wea Rev, 2007, 136(2): 463-482.
- [11] HAMILL T M, WHITAKER J S. Distance-dependent filtering of background error covariance estimates in an ensemble Kalman filter [J]. Mon Wea Rev, 2001, 129(9):2776-2790.
- [12] WHITAKER J S, HAMILL T M. Ensemble data assimilation without perturbed observation [J]. Mon Wea Rev, 2002, 130(7):1913-1924.
- [13] ZHANG F, SNYDER C, SUN J. Impacts of initial estimate and observation availability on convective-scale data assimilation with an ensemble Kalman filter [J]. Mon Wea Rev, 2004, 132(5):1238-1253.
- [14] MENG Z, ZHANG F. Tests of an ensemble Kalman filter for mesoscale and regional-scale data assimilation. Part II: imperfect model experiments [J]. Mon Wea Rev, 2007, 135(4):1403-1423.
- [15] ANDERSON J L. Exploring the need for localization in ensemble data assimilation using a hierarchical ensemble filter [J]. Physica D, 2007, 230(1-2): 99-111.
- [16] 马永杰, 摆玉龙, 蒋兆远. 快速约束多目标进化算法及其收敛性[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(5):149-157.
- MA Yong-jie, BAI Yu-long, JIANG Zhao-yuan. Fast multi-objective constrained evolutionary algorithm and its convergence [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2009, 29(5):149-157. (in Chinese).
- [17] WANG Ding-bao, CAI Xi-ming. Optimal estimation of irrigation schedule-an example of quantifying human interferences to hydrologic process [J]. Advances in Water resources, 2007, 30(8):1844-1857.
- [18] KATUL G G, WENDROTH O, PARLANGe M B, et al. Estimation of in situ hydraulic conductivity function from nonlinear filtering theory [J]. Wat Res Res 1993, 29(4):1063-1070.
- [19] LORENZ E N. Deterministic non-periodic flows [J]. Journal of Atmospheric Sciences, 1963, 20(3):130-141.

(责任编辑:荣先辉)