

文章编号: 1000-4750(2011)12-0112-07

结构损伤诊断的模态柔度差曲率法

*张 军, 刘建勋, 徐 进, 李 伟, 穆 荣

(总装工程兵科研一所, 江苏, 无锡 214035)

摘 要: 为了使损伤更加明确显示, 在求得结构损伤前后的模态柔度差之后, 建立模态柔度差曲率作为二维结构的损伤指标来诊断损伤。考虑多种损伤情况, 对二维结构进行了数值模拟, 并用不同类型的指标进行了诊断。对比结果表明, 该文指标与模态柔度曲率差指标所得结果基本上是相同的, 且该文方法计算工作量要小。为了弥补利用模态柔度曲率差指标在诊断三维结构多处损伤时存在指标遗漏的现象, 建立了模态柔度差曲率和作为三维结构损伤指标。三维桁架桥与板结构的算例表明, 模态柔度差曲率和指标在三维结构的损伤诊断中比模态柔度差曲率指标效果好。综上所述, 对于二维结构而言, 损伤诊断指标为模态柔度差曲率; 对于三维结构而言, 损伤诊断指标为模态柔度差曲率和。

关键词: 模态柔度差曲率; 模态柔度差曲率和; 模态柔度; 损伤诊断; 二维结构, 三维结构

中图分类号: TU311 **文献标志码:** A

STRUCTURAL DAMAGE DETECTION BASED ON CHANGE IN CURVATURE OF FLEXIBILITY

*ZHANG Jun, LIU Jian-xun, XU Jin, LI Wei, MU Rong

(The First Engineers Scientific Research Institute of the General Armaments Department, Wuxi, Jiangsu 214035, China)

Abstract: In order to estimate the structural damage more accurately, a new indicator is developed to detect the damage of 2D structures, which is according to the changes in the curvature of flexibility before and after damage occurring. Numerical simulations on 2D structures are carried out for damage diagnosis with different types of indicator. Comparison between results from different indicators shows that the present indicator, with less working effort involved, generates the same value as that of the change in modal flexibility curvature. However, in 3D structures, some indicators may be missed. To deal with this problem, the sum of the change in flexibility curvatures is proposed as a diagnosis indicator. Examples of a 3D truss bridge and a plate structure show that the proposed indicator is effective in 3D structures.

Key words: curvature of flexibility change; sum of curvatures of flexibility change; modal flexibility; damage detection; 2D structure; 3D structure

结构损伤诊断问题的提出非常早, 实际上它是伴随着结构物的诞生而产生的, 从方法简单的原始专家检验方法过渡到依靠科学仪器诊断的规范方法。随着结构的老化及病害事例的增多, 结构损伤

诊断问题的重要性已逐渐被人们所认识; 随着现代科学技术的发展, 对既有结构物可靠性的评定, 已越来越依赖仪器进行试验和诊断了。动力损伤诊断方法是近几十年来国内外研究非常活跃的结构损

收稿日期: 2010-03-29; 修改日期: 2010-05-19

作者简介: *张 军(1977—), 男, 安徽枞阳人, 工程师, 博士, 从事桥梁结构动力分析与试验研究工作(E-mail: zj_163mail@163.com);

刘建勋(1958—), 男, 河北蠡县人, 高工, 学士, 主要从事桥梁研究与管理工作的;

徐 进(1968—), 男, 湖北鄂州人, 高工, 学士, 主要从事桥梁工程研究;

李 伟(1982—), 男, 安徽宣城人, 工程师, 硕士, 主要从事桥梁试验研究工作;

穆 荣(1956—), 女, 山东蓬莱人, 高工, 学士, 主要从事结构试验工作。

伤诊断方法。结构动力损伤诊断^[1]的基本问题就是根据对损伤结构动力响应的测量与分析来回答损伤是否发生、损伤发生在哪里、损伤的程度如何等问题,为结构健康状态的评估提供依据。可见,结构动力损伤诊断是一个系统识别问题,它是结构动力分析的反问题。

由于结构的频率与模态对结构损伤的敏感性不是很高,因此,不少学者在获取结构频率与模态特性的基础上,提出了不少方法来进行结构损伤诊断^[2-6]。对于利用试验的方法来进行结构损伤诊断而言,文献[7]中指出,位移模态参数对结构损伤欠敏感,因此利用结构损伤前后的位移模态结果直接进行结构损伤诊断比较困难。由于模态对刚度的贡献随着频率的增大而增加,为了通过试验对刚度较准确的估计,必须测量高频模态,这往往在试验中是做不到的。相反地,模态对柔度矩阵的贡献则随着频率的增大而减小,即柔度矩阵随着频率值的增大而很快收敛。这样只要测量前几个低阶模态参数和频率就可获得精度较好的柔度矩阵^[8]。结构的柔度是单位荷载作用下结构变形的度量。当结构发生损伤时,结构的柔度就会相应的增大。因此,根据结构损伤前后柔度的变化可以识别损伤发生的位置。Zhao 和 DeWolf 的研究表明^[9],模态柔度对损伤的敏感程度远高于频率和模态。这就使不少研究者对其很有兴趣,如曹晖等^[10]在求模态柔度差之前,先求损伤前后模态柔度的曲率矩阵,建立了模态柔度曲率差指标来进行结构损伤诊断。本文笔者在 Pandey 和 Biswas^[11]的基础上,即在求得模态柔度差之后,建立模态柔度差的曲率作为损伤指标来诊断结构的损伤。

1 结构模态柔度差曲率指标的建立

1.1 结构的模态柔度矩阵的建立

结构的柔度是单位荷载作用下结构变形的量度。当结构发生损伤时,结构的柔度就会相应地增大。因此,根据结构损伤前后柔度的变化可以识别结构的损伤。Pandey 和 Biswas^[11]提出了用于诊断损伤出现和损伤位置的柔度矩阵。柔度方法不需要建立结构的分析模型。根据实验模态可以对损伤状态进行完全预测。对于按质量归一的模态 Ψ , 即:

$$\Psi^T M \Psi = I \quad (1)$$

其结构的刚度矩阵和柔度矩阵可由模态参数定义如下:

$$K = M \Psi \Omega \Psi^T M = M \left(\sum_{i=1}^n \omega_i^2 \psi_i \psi_i^T \right) M \quad (2)$$

$$F = \Psi \Omega^{-1} \Psi^T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \psi_i \psi_i^T \quad (3)$$

其中: K 为刚度矩阵; M 为质量矩阵; $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\}$ 为模态矩阵; ψ_i 为第 i 阶模态向量; $\Omega = \text{diag}\{\omega_i^2\}$ 为特征值对角阵; ω_i 为第 i 阶模态频率; n 为自由度数; F 为柔度矩阵; I 为单位矩阵。

对于 n 自由度系统,具有 n 个独立的固有频率和模态向量。然而,在工程实践中,对于一个复杂结构所能测量得到的模态数量是有限的,则柔度矩阵可以用不完整模态近似表示为:

$$F_{r \times r} = \Psi_{r \times s} \Omega_{s \times s}^{-1} \Psi_{r \times s}^T \quad (4)$$

其中: r 为所关心的自由度数; s 为所选取(可测量)的模态数目,且 $(s < r \ll n)$ 。则计算模态柔度矩阵的元素为:

$$f_{ij} = \sum_{k=1}^s \frac{\psi_{ik} \psi_{jk}}{\omega_k^2} \quad (5)$$

其中: f_{ij} 为柔度矩阵 $F_{r \times r}$ 的第 i 行第 j 列元素 $(0 < i \leq r, 0 < j \leq r)$; ψ_{ik} 为第 k 阶模态的第 i 个分量,即为模态矩阵 $\Psi_{r \times s}$ 的第 i 行第 j 列元素 $(0 < i \leq r, 0 < k \leq s)$ 。

1.2 模态柔度差指标

获得了结构损伤前后的柔度矩阵 $F_{r \times r}^{(I)}$ 和 $F_{r \times r}^{(D)}$, 柔度差矩阵可以表示为:

$$\Delta = F^{(I)} - F^{(D)} \quad (6)$$

Pandey 和 Biswas^[11]用柔度差矩阵 Δ 每一列中绝对值最大元素来直接指示损伤,即:

$$\bar{\delta}_j = \max_i |\delta_{ij}| \quad (7)$$

其中: $\bar{\delta}_j$ 为柔度差矩阵 Δ 第 j 列中绝对值最大的元素。 $\bar{\delta}_j$ 可用作损伤诊断的指标,用 MF 表示。

1.3 模态柔度曲率差指标

曹晖等^[10]提出的模态柔度曲率差指标,是在求模态柔度差之前,先求损伤前后模态柔度的曲率矩阵 CF^I 和 CF^D , 其元素计算如下:

$$CF_j^I = \frac{f_j^I(i-1) + f_j^I(i+1) - 2f_j^I(i)}{2l_i^2} \quad (8)$$

$$CF_j^D = \frac{f_j^D(i-1) + f_j^D(i+1) - 2f_j^D(i)}{2l_i^2} \quad (9)$$

其中: $f_j^I(i)$ 与 $f_j^D(i)$ 分别表示损伤前后结构柔度矩阵第 j 列第 i 行的元素, l_i 为 i 单元的长度,当各

单元长度相等时,可以省略。

最后求模态柔度曲率的差值,并将其各列的最大值作为诊断指标 MFC :

$$MFC = \max |CF^D - CF^I| \quad (10)$$

1.4 模态柔度差曲率损伤指标

本文提出的模态柔度差曲率指标是在求得模态柔度差矩阵 Δ 之后,将其每一列中绝对值最大元素 $\bar{\delta}_j$ 所组成数列的曲率绝对值作为损伤指标来指示损伤,用 CFC 来表示。

该损伤指标可以定义为:

$$CFC_i = \left| \frac{\bar{\delta}_{i+1} - 2\bar{\delta}_i + \bar{\delta}_{i-1}}{2l_i^2} \right| \quad (11)$$

从式(11)和式(8)~式(10)可以看出,本文方法比文献[10]的方法计算工作量小得多。

1.5 简支梁的损伤诊断算例

本文利用有限元数值模拟的方法分别对等截面、等长度的简支钢梁(如图 1 所示)结构在不同损伤条件下的情况进行了数值试验。本算例中梁共等分为 20 个单元。结构损伤表现为刚度的降低,质量保持不变。用弹性模量的减少来模拟损伤导致的刚度降低。利用有限元数值模拟获取结构损伤前后的低阶振动特性,利用前三阶模态资料来进行损伤诊断。

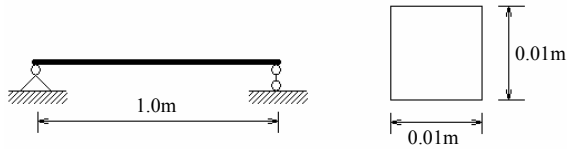
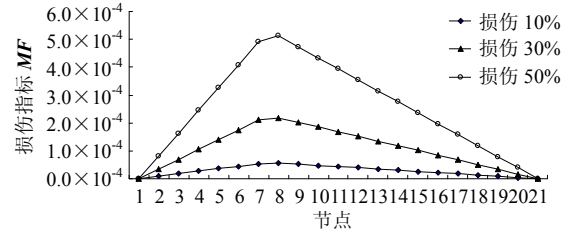


图 1 简支钢梁模型

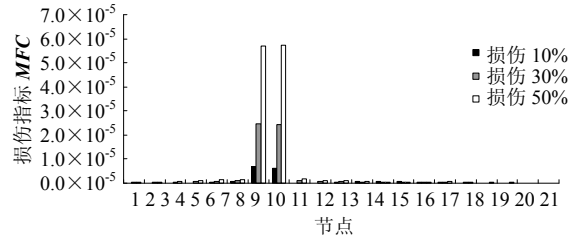
Fig.1 Model of a simply supported steel beam

这里先考虑了 3 种损伤状况: 状况 1 表示简支梁的 7 号单元刚度分别损伤 10%、30%、50%; 状况 2 表示简支梁的 10 号单元刚度损伤 30%, 14 号单元刚度分别损伤 10%、30%、50%; 状况 3 表示简支梁的 10 号单元刚度损伤 50%, 14 号单元刚度损伤 30%, 7 号单元刚度分别损伤 10%、30%、50%。

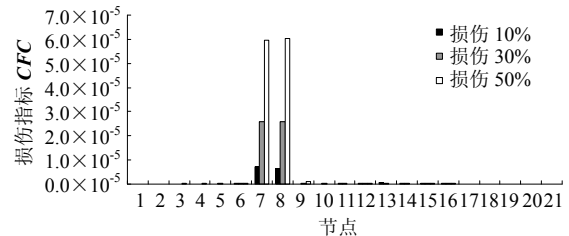
针对上述 3 种损伤情况,分别利用 Pandey 和 Biswas 的方法^[11](MF)、曹晖等^[10]的方法(MFC)以及本文的方法(CFC)进行了损伤诊断,结果如图 2~图 4 所示。结果表明,本文方法、曹晖等的方法以及 Pandey 和 Biswas 的方法在单处损伤的情况下,都能很好地进行诊断,但是对于多处损伤时,Pandey 和 Biswas 方法的精确性没有本文方法和曹晖等的方法好。本文方法和曹晖等^[10]的方法所得的结果基本上是相同。



(a) MF 值



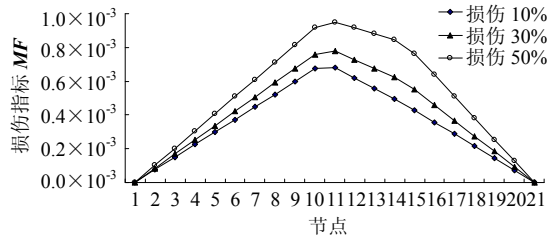
(b) MFC 值



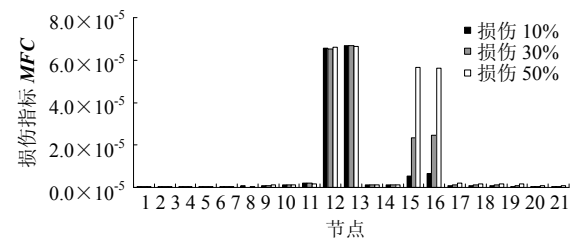
(c) CFC 值

图 2 状况 1 的 3 种指标诊断结果

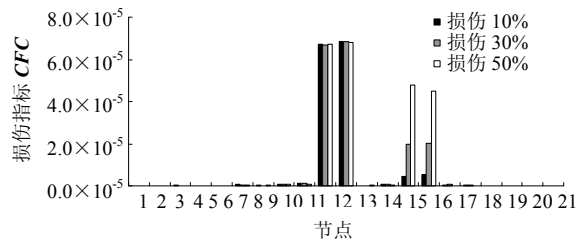
Fig.2 Detecting results with three indicators for case one



(a) MF 值



(b) MFC 值



(c) CFC 值

图 3 状况 2 的 3 种指标诊断结果

Fig.3 Detecting results with three indicators for case two

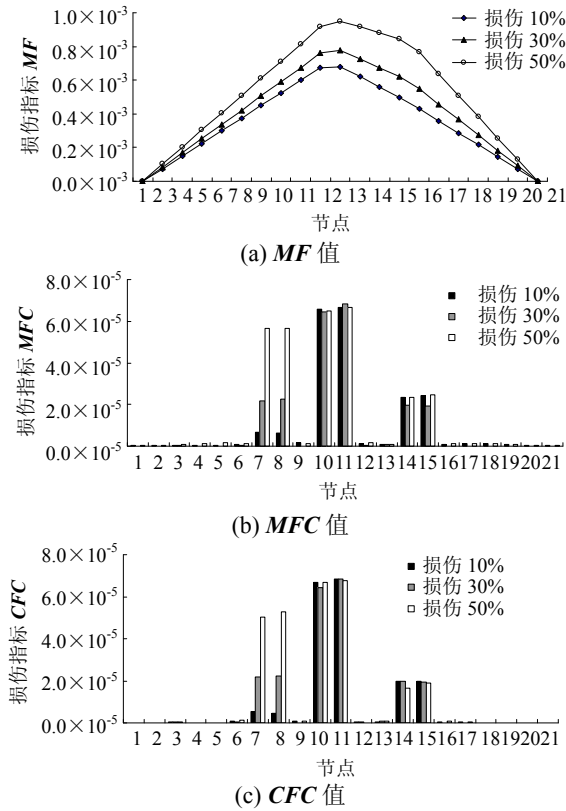
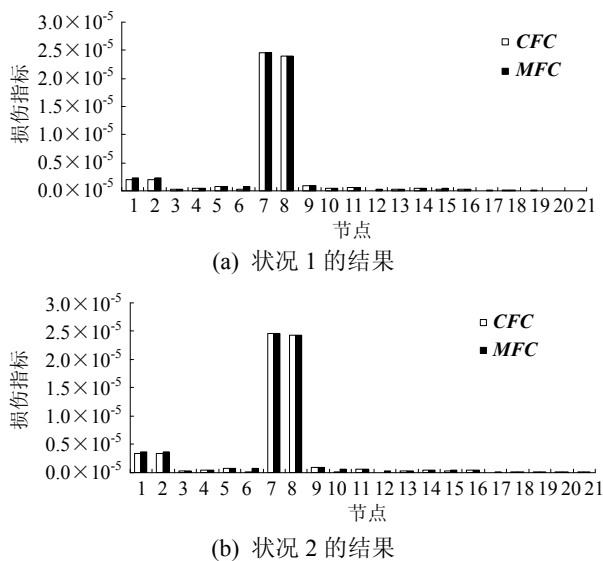


图4 状况3的3种指标诊断结果
Fig.4 Detecting results with three indicators for case three

此外，文献[10]还研究了结构边单元损伤的情况。针对边单元损伤，本文还研究了以下4种情况：状况1为1号单元刚度损伤20%，7号单元刚度损伤30%；状况2为1号单元刚度损伤30%，7号单元刚度损伤30%；状况3为1号单元刚度损伤30%，2号单元刚度损伤30%；状况4为1号单元刚度损伤30%，20号单元刚度损伤30%。

上述4种情况下的结构损伤诊断结果如图5所示，其中边节点的损伤诊断指标是采用偏心差分格



(b) 状况2的结果

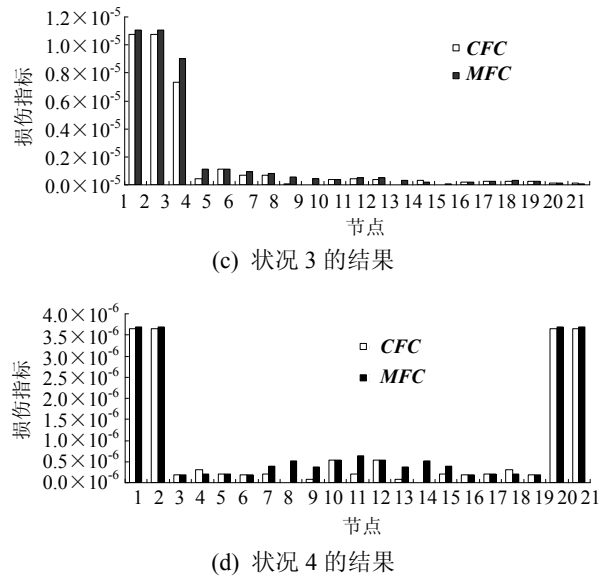


图5 MFC和CFC两种指标诊断结果对比图

Fig.5 Comparison of detection results with two indicators of MFC and CFC

式所计算的结果。结果表明，本文方法与文献[10]的方法都能够很好地对边单元的损伤进行诊断，且两种方法的诊断结果也是基本上相同的。

1.6 二维桁架结构的损伤诊断算例

如图6所示，为一个二维桁架结构的有限元模型，该结构长5m，高0.5m，共有22个节点，杆的弹性模量为206GPa，横截面积为3250mm²，材料密度为7.830×10³kg/m³，上下弦杆各节点间长度为0.5m，桁架左端为固定端。

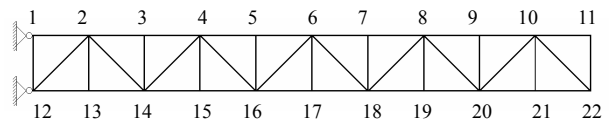


图6 二维桁架结构有限元模型

Fig.6 Finite element model of a 2D truss structure

损伤情况及其相应的诊断结果如表1所示。分别利用上弦杆、下弦杆前3阶模态资料进行了损伤诊断，并将结果绘于同一一直方图(如图7~图11)上，

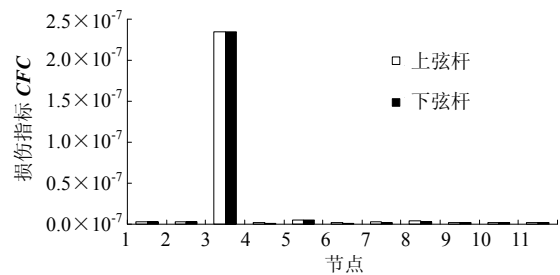


图7 状态1的诊断结果

Fig.7 Detection results for case one

图中下弦杆的节点编号由左至右依次为 1、2、…、11。诊断结果表明，利用上弦杆各节点的模态资料进行结构损伤诊断的结果与下弦杆各节点的模态资料所诊断的结果基本上是相同的。

表 1 二维桁架结构的损伤状态与诊断结果表
Table 1 Damage cases and detecting results of the truss

编号	损伤状态	结果
1	3号~4号节点间刚度损伤 50%	图 7
2	3号~4号, 7号~8号节点间刚度损伤 50%	图 8
3	3号~4号, 17号~18号节点间刚度损伤 50%	图 9
4	3号~4号, 8号~20号节点间刚度损伤 50%	图 10
5	3号~4号, 8号~20号, 7号~8号节点刚度损伤 50%	图 11

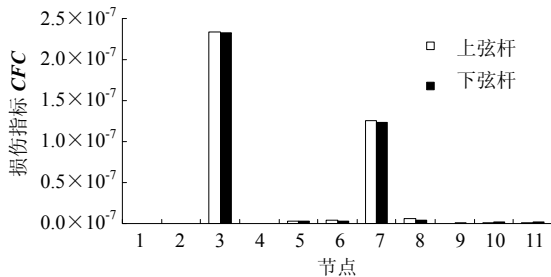


图 8 状态 2 的诊断结果

Fig.8 Detection results for case two

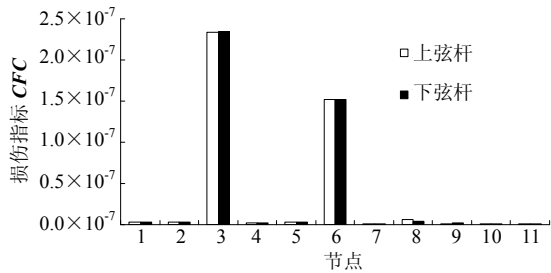


图 9 状态 3 的诊断结果

Fig.9 Detection results for case three

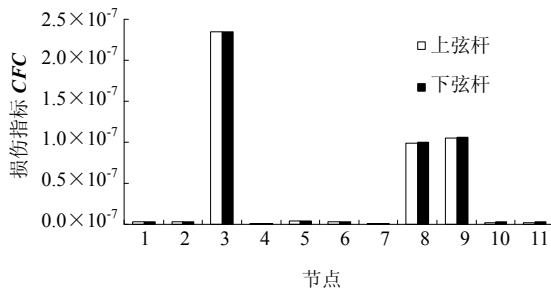


图 10 状态 4 的诊断结果

Fig.10 Detection results for case four

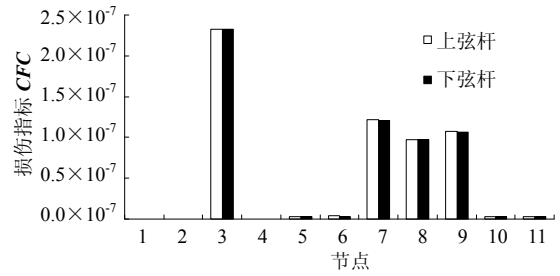


图 11 状态 5 的诊断结果

Fig.11 Detection results for case five

2 结构模态柔度差曲率和指标的建立

由于模态柔度差曲率作为损伤诊断指标在上述梁以及二维桁架结构的损伤诊断中具有比较明显的效果，因此，本文试图利用该方法进行三维复杂结构的损伤诊断。首先我们进行了三维桁架桥的损伤诊断研究。该桥有限元模型如图 12 所示，模型中共划分为 100 个节点，280 个单元。

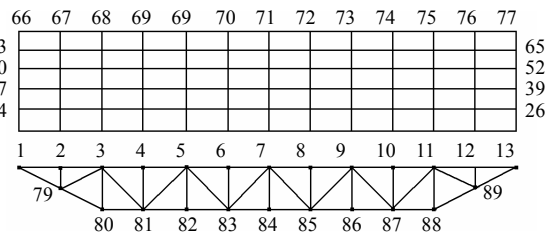
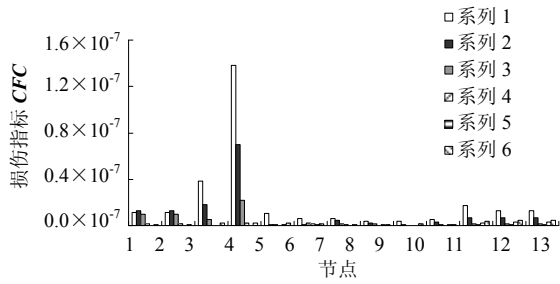


图 12 某三维桁架桥有限元模型

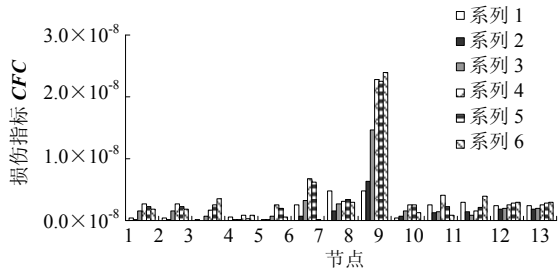
Fig.12 Finite element model of a 3D truss bridge

在进行该桥结构损伤诊断的过程中，我们对桥梁上弦杆中平行于桥轴线方向节点的前 3 阶模态资料进行了损伤诊断研究，共获得了 6 个序列的结构模态柔度差曲率指标。其中节点 1~节点 13 的模态曲率差曲率指标标记为系列 1，14 号~26 号节点标记为系列 2，27 号~39 号节点标记为系列 3，40 号~52 号节点标记为系列 4，53 号~65 号节点标记为系列 5，66 号~78 号节点标记为系列 6。将各系列的损伤指标绘于同一直方图中，结果表明，对于单处损伤情况诊断效果非常好(如图 13 所示)，而对于多处损伤效果就不太好(如图 14 所示)。为了解决这一问题，我们进行了多个数值试验，结果表明，对于多处损伤单纯利用结构模态柔度差曲率指标进行诊断，该损伤指标有时会遗漏某些损伤状态。为此，我们决定对前面的模态柔度差曲率这一模态损伤指标进行修改，经过研究，发现如果将不同系列的模态差曲率沿垂直于桥轴线方向进行求和(将该指

标定义为模态柔度差曲率和 *SFC*), 可使遗漏的损伤状态的指标值增大, 结果如图 15 所示。



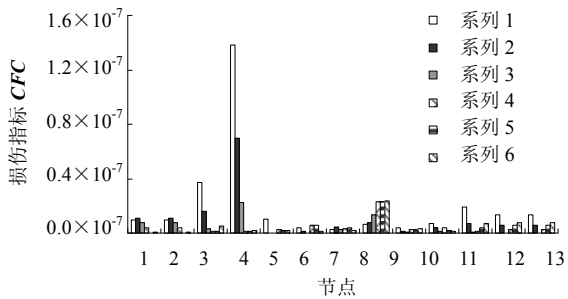
(a) 4号~5号节点间损伤 50%



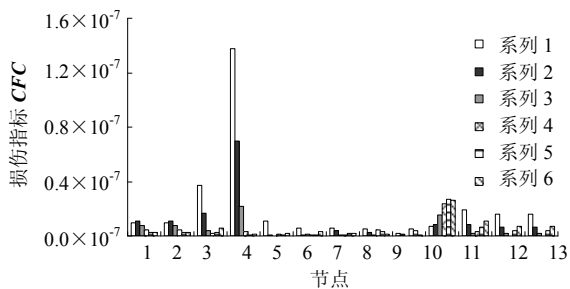
(b) 46号~47号节点间损伤 50%

图 13 单处刚度损伤的 *CFC* 诊断结果

Fig.13 *CFC* results for the case of a single stiffness damage location



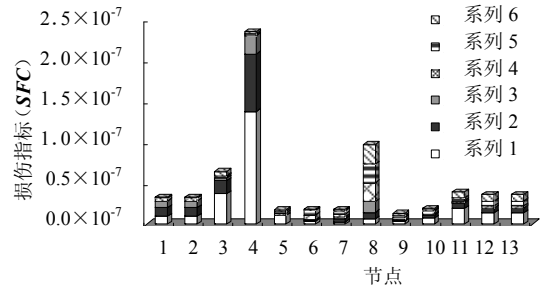
(a) 4号~5号, 46号~47号节点间损伤 50%



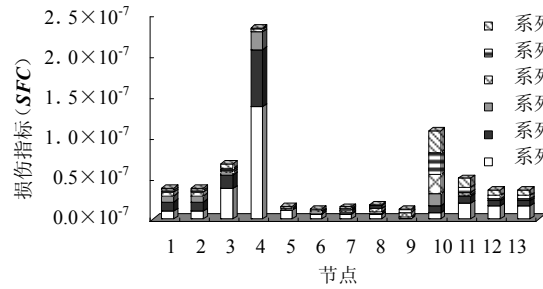
(b) 4号~5号, 48号~49号节点间损伤 50%

图 14 多处刚度损伤的 *CFC* 诊断结果

Fig.14 *CFC* results for the cases of several stiffness damage locations



(a) 4号~5号, 46号~47号节点间损伤 50%



(b) 4号~5号, 48号~49号节点间损伤 50%

图 15 多处刚度损伤的 *SFC* 诊断结果

Fig.15 *SFC* results for the cases of several stiffness damage locations

将模态柔度差曲率和这一模态损伤指标应用于板结构(如图 16 所示)的损伤诊断(采用前 4 阶模态资料), 结果(如图 17 所示)表明 *SFC* 指标的诊断效果也比较好。

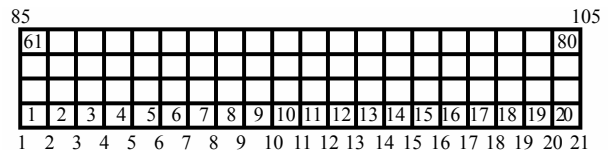
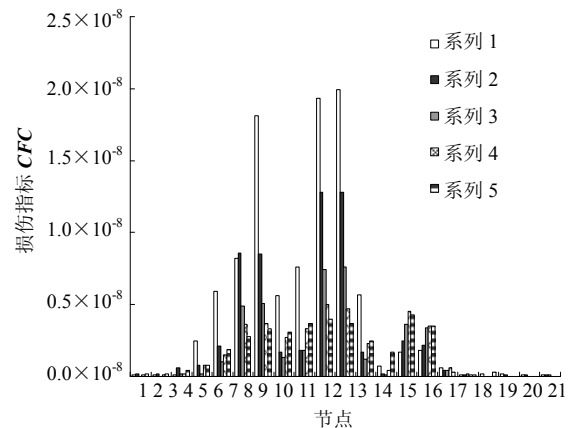


图 16 板结构的有限元模型

Fig.16 Finite element model of a plate structure



(a) *CFC* 诊断结果

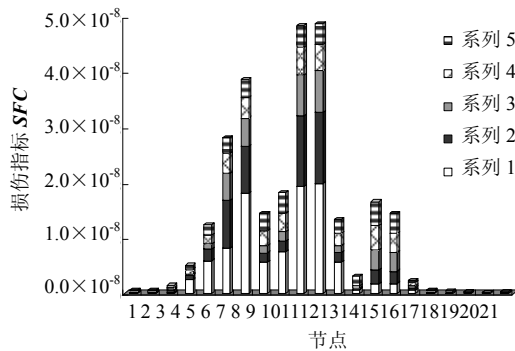
(b) *SFC* 的诊断结果

图 17 6 号和 10 号单元刚度损伤 50%，54 号单元刚度损伤 30% 的诊断结果

Fig.17 Detecting results for 50% stiffness damage of element 6 and element 10, and 30% damage of element 54

3 结论

对于二维结构的模态柔度差曲率而言，从分析结果可以看出，本文方法与文献[10]的方法所得结果基本上是相同的，但本文方法却比文献[10]的方法计算工作量小。简支梁的计算算例结果表明：在进行结构损伤定位诊断中，对于结构中有单处损伤时，Pandey 和 Biswas 的损伤指标，文献[10]的损伤指标以及本文损伤指标都能进行损伤诊断，但是当结构多处损伤时，Pandey 和 Biswas 的损伤度指标就没有文献[10]的损伤指标以及本文损伤指标好。二维桁架结构的算例结果表明：利用模态柔度差曲率指标进行结构损伤诊断，无论是选取上弦杆还是下弦杆的振动特性参数，结果都相同，这更进一步说明本文所提出的结构模态柔度差曲率指标能够很好地进行结构损伤诊断，且诊断时只须测量桁架上弦杆或下弦杆上的模态特性数据即可，可减少试验的工作量。

对于三维结构而言，单纯采用模态柔度差曲率这一指标进行损伤诊断时，在多处发生损伤的情况下，可能存在损伤状态遗漏的现象，但采用模态柔度差曲率和指标，可使遗漏的损伤状态的指标值增大。

因此，对于二维结构而言，损伤诊断指标为模态柔度差曲率；对于三维结构而言，损伤诊断指标则为模态柔度差曲率和。

参考文献：

- [1] Yan Y J, Cheng L, Wu Z Y, Yam L H. Development in vibration-based structural damage detection technique [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(5): 2198—2211.
- [2] Shih H W, Thambiratnam D P, Chan T H T. Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 323(19): 645—661
- [3] Fang Sheng-En, Ricardo Perera. Power mode shapes for early damage detection in linear structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(10): 40—56.
- [4] Duan Zhongdong, Yan Guirong, Ou Jinping, et al. Damage localization in ambient vibration by constructing proportional flexibility matrix [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 284(7): 455—466.
- [5] Qiao Pizhong, Lu Kan, Lestari Wahyu, et al. Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates [J]. *Composite Structures*, 2007, 80(3): 409—428.
- [6] Maia N M M, Silva J M M, Almas E A M, et al. Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2003, 17(3): 489—498.
- [7] 顾培英, 丁伟农. 模态试验在梁损伤诊断中的应用研究[J]. *振动与冲击*, 2004, 23(3): 60—63.
Gu Peiying, Ding Weinong. Application of modal test in diagnosing damage of beam [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2004, 23(3): 60—63. (in Chinese)
- [8] 王术新, 姜哲. 基于结构振动损伤识别技术的研究现状及进展[J]. *振动与冲击*, 2004, 23(4): 99—102.
Wang Shuxin, Jiang Zhe. Present developing situation and research advances in the field of structural damage detection [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2004, 23(4): 99—102. (in Chinese)
- [9] Zhao J, DeWolf J T. Sensitivity study for vibrational parameters used in damage detection [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1999, 125: 410—416.
- [10] 曹晖, Michael I Friswell. 基于模态柔度曲率的损伤检测方法[J]. *工程力学*, 2006, 23(4): 33—38.
Cao Hui, Michael I Friswell. Nondestructive damage evaluation indicator based on modal flexibility curvature [J]. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(4): 33—38. (in Chinese)
- [11] Pandey A K, Biswas M. Damage detection in structures using changes in flexibility [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 169(1): 3—17.