

文章编号: 1000-4750(2011)11-0178-06

随机缺陷模态法在弦支穹顶稳定性计算中的应用

*郭佳民¹, 董石麟², 袁行飞²

(1. 上海海事大学海洋环境与工程学院, 上海 200135; 2. 浙江大学空间结构研究中心, 浙江, 杭州 310027)

摘 要: 初始几何缺陷对弦支穹顶的稳定性能有较大的影响。在结构整体稳定性计算中, 利用随机缺陷模态法为结构施加合理的初始几何缺陷是本文的主要研究目的。首先采用一致缺陷模态法, 在不同初始几何缺陷下, 对肋环 2 型弦支穹顶结构进行稳定性能分析, 然后讨论随机缺陷模态中方差的取值方法, 并利用该方法对肋环 2 型弦支穹顶结构进行了 210 种不同初始几何缺陷下的稳定性能分析, 两种分析方法所施加缺陷的最大值均为结构跨度的 1/300。分析结果表明: 结构的初始几何缺陷对结构的稳定性能影响较大, 考虑初始几何缺陷后结构稳定性能为完善结构的 50%左右, 且采用一致缺陷模态法时也需通过考虑不同缺陷分布形式的多次计算才能合理评估结构的稳定性能, 建议在跨度较大、较为复杂的结构中采用随机模态法来考虑初始几何缺陷对结构稳定性能的影响。

关键词: 弦支穹顶; 初始几何缺陷; 随机缺陷模态; 稳定; 6 西格玛

中图分类号: TU394 **文献标志码:** A

APPLICATION OF RANDOM IMPERFECTION MODE METHOD IN STABILITY CALCULATION OF SUSPEN-DOME

*GUO Jia-min¹, DONG Shi-lin², YUAN Xing-fei²

(1. College of Ocean Environment and Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China;

2. Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: Initial geometrical imperfections affect the stability of a suspending-dome obviously. To apply the proper initial geometrical imperfections to a suspen-dome through a random imperfection mode method during calculating structural stability is the main purpose of this paper. Firstly, the overall stability of a rib type 2 suspen-dome, considering different initial geometrical imperfections, was analysed through the consistent imperfection mode method. Then, how to select the variance value in the random imperfection mode method was discussed, and at the same time, the overall stability of the rib 2 type suspen-dome considering 210 types of initial geometrical imperfections were analysed through the random imperfection mode method, the magnitude of the imperfection considered is all 1/300 span. Results show that the structural stability is sensitive to initial geometrical imperfections, the stability factor considering initial geometrical imperfections is about fifty percent of perfect structure. When the consistent imperfection mode method is selected during calculating structural stability, the structural stability is probable to estimate by some times of calculations considering different initial geometrical imperfection distributions. Thus it is proposed that the random imperfection mode method could be adopted to calculate structural stability according to the initial geometrical imperfections when the structure has a large span and a complicated form.

Key words: suspen-dome; initial geometrical imperfection; random imperfect modes; stability; 6σ

收稿日期: 2010-09-26; 修改日期: 2011-03-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(50638050, 51108259); 上海高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金项目

作者简介: *郭佳民(1979—), 男, 内蒙古四子王旗人, 讲师, 博士, 从事空间结构研究与设计(E-mail: guojiamin@zju.edu.cn);

董石麟(1932—), 男, 浙江杭州人, 教授, 博士, 院士, 长期从事空间结构研究与设计;

袁行飞(1972—), 女, 浙江舟山人, 教授, 博士, 从事张拉整体、索穹顶结构等研究(E-mail: yuanxf@zju.edu.cn).

弦支穹顶是由日本的川口卫等人^[1]基于张拉整体结构和单层球面网壳结构组合而提出的一种新型空间杂交结构,并在实际工程中得到了应用。在国内已建成的弦支穹顶有 2008 年奥运会羽毛球馆、常州市体育馆与济南奥体中心体育馆等。弦支穹顶虽较单层网壳有更好的稳定性^[2-4],但稳定性能验算仍是这种结构设计中的重要问题。当前对弦支穹顶结构的稳定性研究尚不成熟,仍需借鉴网壳的稳定性研究成果对其进行稳定性计算。

由张拉整体结构和单层球面网壳相互结合而得到的弦支穹顶,同时也继承了两种结构的缺陷类型。对于结构上部的单层网壳,其缺陷包括:节点位置的安装偏差、杆件的初弯曲、杆件对节点的偏心等,后面两项是与杆件有关的缺陷。在分析网壳稳定性时有一个前提,即在强度设计阶段网壳所有杆件都已经通过设计计算保证了强度和稳定性,这样,与杆件有关的缺陷对网壳总体稳定性(包括局部网壳失稳问题)的影响就自然地限制在了在一定范围内,而且在相当程度上可以由关于网壳初始几何缺陷(节点位置偏差)的讨论来覆盖^[5]。对于结构下部的弦支部分,其初始缺陷类型除了具有上部单层网壳结构所具有的初始缺陷外,还包括索与杆中初始预应力的偏差,如浙江台州某索杆网格结构工程的部分拉索实测值与理论值的最大差别高达 22.7%^[6]。这些初始缺陷可以使得良态的结构变得局部病态甚至奇异,这时即使一个微小的荷载扰动,也可使结构发生很大的形状改变,极大的削弱了结构的承载力^[7]。对结构的整体稳定性来说,曲面形状的安装偏差,即各节点位置的偏差影响最大。考虑初始缺陷的方法有:一致缺陷模态法、随机缺陷模态法^[5]和缺陷影响函数法^[8]。考虑到便捷,在当前结构整体稳定性计算中一般采用一致缺陷模态法。而其他缺陷的施加方法由于不够便捷所以一直处于研究状态而没有在实际结构的设计过程中得到推广应用。

结构的初始安装误差受各种因素的影响,如施工程序、安装设备、测量技术、工人的熟练程度等。结构的安装误差是随机的,其大小及分布形式无法事先预测。因此,采用一致缺陷模态法对结构进行整体稳定性计算时,以结构的最低阶屈曲模态作为结构的初始几何缺陷分布模态,这种缺陷分布形式未必符合实际情况。而从概率统计观点来看,无论结构的缺陷分布如何复杂,每个节点的安装误差应

该近似地符合正态分布,文献[5]基于这一观点,提出了模拟结构初始几何缺陷的“随机缺陷模态法”,文献[8]提出了“改进随机缺陷法”。显然,在工程设计时,随机缺陷方法能够较为真实地反映实际结构,与确定性方法相比较为科学,所求得的临界荷载结果更能客观地反映所设计结构的情况,但由于需对不同缺陷分布进行多次非线性计算,因此计算工作量比较大。这是随机缺陷法目前应用的最大障碍,但这种方法在理论研究上,可以对其他计算方法得到的计算结果进行分析与评定,且随着计算手段与计算方法的改进,计算工作量也可大幅降低。为了能够较为真实地反映实际结构的工作性能,做到设计不过度也不保守,本文就随机缺陷模态法在弦支穹顶结构中的应用进行研究探讨。

1 计算理论

结构的稳定性可以从其荷载-位移全过程分析中得到完整的概念。随着计算机的广泛应用和非线性有限元分析方法的发展,利用结构的荷载-位移全过程曲线分析结构的稳定性已完全可以实现。在以前无法利用有限元对结构进行非线性分析时,人们不得不求助于连续化理论(拟壳法)将网壳转化为连续壳体结构,然后通过某些非线性解析方法来求出壳体结构的稳定承载力。1945 年荷兰学者柯以特(Koiter)提出的柯以特理论^[7],至今仍被视为屈曲分析理论中的经典。

下面仅针对结构稳定性分析中常用的非线性有限元法做进一步的说明。

结构的稳定性可以按几何非线性有限元法(荷载-位移全过程分析)进行计算,分析中可假定材料保持为线弹性。全过程分析采用的迭代方程为:

$$\Delta U^i \mathbf{K}_t = \mathbf{F}_{t+\Delta t} - \mathbf{N}_{t+\Delta t}^{i-1} \quad (1)$$

式中: \mathbf{K}_t 为 t 时刻结构切线刚度矩阵; ΔU^i 为当前位移的迭代增量; $\mathbf{F}_{t+\Delta t}$ 和 $\mathbf{N}_{t+\Delta t}^{i-1}$ 分别为 $t + \Delta t$ 时刻外部所施加的节点荷载向量与相应的杆件节点内力向量。

对式(1)的求解,多年来各国学者进行了大量的研究,相继提出了一些很有价值的方法,如位移增量法、弧长法、能量平衡技术、功增量法与最小残余位移法等。应该说明的是,熟知的牛顿-拉斐逊法仍是一种基本方法;由 Riks 和 Wempner 同时分别提出的弧长法是跟踪非线性平衡路径的一种有效方法。

2 一致缺陷模态法

利用一致缺陷模态法考虑结构的初始几何缺陷来对结构进行非线性有限元计算时, 首先需对结构进行特征屈曲分析。特征屈曲分析可预测一个理想线性结构的理论屈曲强度, 可为非线性屈曲分析提供可参考的上限荷载值和缺陷分析所需的屈曲模态。其控制方程为:

$$([K_e] + \lambda[K_g])\{\psi\} = 0 \quad (2)$$

式中: λ 为特征值, 即通常意义上的荷载因子; $\{\psi\}$ 为特征位移向量; $[K_e]$ 为结构的线弹性刚度矩阵; $[K_g]$ 为结构的几何刚度矩阵。

一致缺陷模态法的具体计算步骤如下:

- 1) 对结构进行特征屈曲分析, 得到结构的屈曲模态和特征值。
- 2) 以最低阶屈曲模态作为结构初始几何缺陷的分布模态, 初始几何缺陷的最大值取跨度的 1/300。
- 3) 根据式(1), 采用牛顿-拉斐逊法或弧长法对结构进行非线性分析。

下面以肋环 2 型弦支穹顶为计算模型, 施加大小为 1.3kN/m² 的满跨荷载, 分别以结构的前几阶屈曲模态作为结构初始几何缺陷的分布模态, 来研究结构的整体稳定性。

计算模型如图 1 所示, 下部索杆中各类构件的具体截面特性见表 1。上部单层网壳中的杆件均采用 $\phi 377 \times 12$ 的圆管。各圈撑杆由内向外的高度分别为 G3(9.7993m)、G2(9.9636m)、G1(10.2187m), 单层网壳中构件和索杆系统中撑杆的弹性模量为 2.06×10^{11} N/m², 密度为 7.85×10^3 kg/m³; 索杆系统

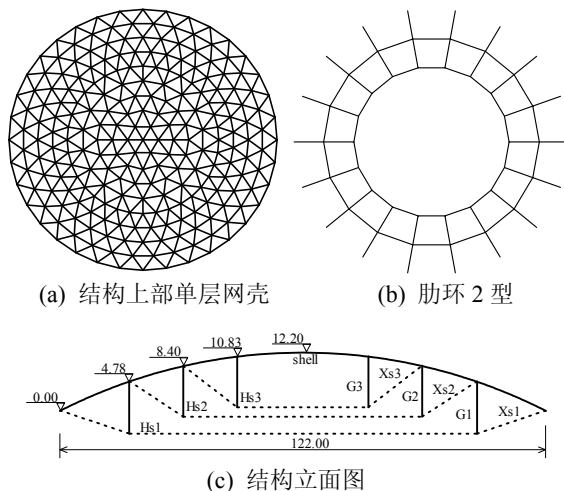


图 1 结构计算简图

Fig.1 Structural calculation diagram

表 1 构件截面面积

Table 1 Section areas of components

构件	截面面积/m ²	构件	截面面积/m ²	构件	截面面积/m ²
Hs1	0.01124	Xs1	0.00562	G1	0.00466
Hs2	0.0057	Xs2	0.00285	G2	0.00466
Hs3	0.00285	Xs3	0.00285	G3	0.00466

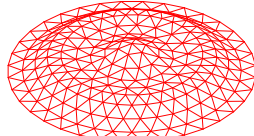
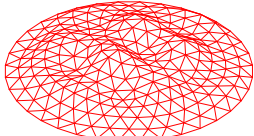
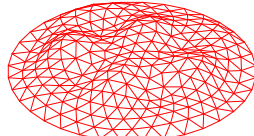
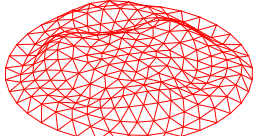
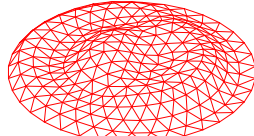
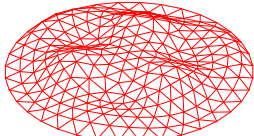
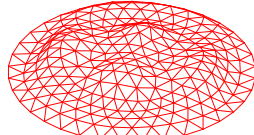
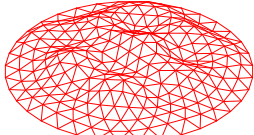
中索的弹性模量为 1.9×10^{11} N/m², 密度为 6.55×10^3 kg/m³。下部索杆的预应力分布为 1 : 0.31 : 0.08, 最外圈环索的预应力取为 2000kN。

采用一致缺陷模态法, 将肋环 2 型弦支穹顶的前几阶屈曲模态作为结构的初始几何缺陷分布模态, 对其进行整体稳定性计算。第 1 步进行结构特征值屈曲分析, 提取结构前 13 阶屈曲模态, 由于结构与荷载的对称性, 部分模态成对出现, 故可将这 13 阶屈曲模态归并为 8 类, 这 8 类屈曲模态的模态图见表 2。依次采用这 8 类屈曲模态作为结构初始几何缺陷的分布模态, 并且在其最大计算值为跨度 1/300 的前提下, 利用非线性有限元法分别对结构进行稳定性计算。在计算结果中, 采用位移最大的节点来绘制荷载-位移曲线见图 2。施加不同初始缺陷后, 结构的稳定性计算结果见表 2。

由图 2 可以看出, 当以结构的第 3 类屈曲模态作为初始几何缺陷分布模态时, 计算出的整体稳定性系数最小, 而以结构的第 1 类屈曲模态作为初始

表 2 特征屈曲模态与整体稳定系数

Table 2 Eigenvalue buckling modes and stability factor

类型	屈曲模态	类型	屈曲模态
1	 稳定系数=5.1(1阶)	5	 稳定系数=2.9(8阶、9阶)
2	 稳定系数=3.4(2阶、3阶)	6	 稳定系数=4.6(10阶)
3	 稳定系数=2.0(4阶、5阶)	7	 稳定系数=4.4(11阶)
4	 稳定系数=3.4(6阶、7阶)	8	 稳定系数=2.7(12阶、13阶)

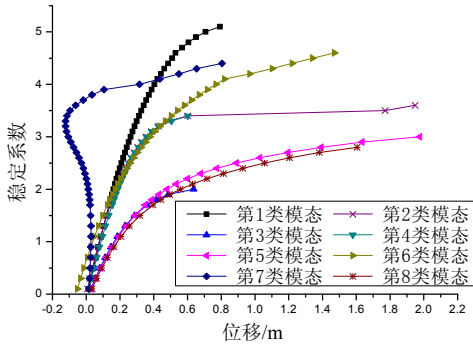


图2 荷载-位移曲线
Fig.2 Load-deflection curves

几何缺陷分布模态后算得的整体稳定性系数为 5.1，是这几种计算结果中的最大值。第 1 类屈曲模态具有中间上凸的对称性，第 3 类模态具有反对称性，且在所有反对称模态中第 3 类模态的阶数最低。由图 2 可以看出按结构的第 3 类屈曲模态作为结构的初始缺陷分布模态后，结构的刚度也表现得最差。由上述计算结果可以看出，结构对初始几何缺陷较为敏感，施加不同的初始缺陷会有不同的计算结果，同时也可以看出，按一致缺陷模态法施加的第 1 类屈曲模态并非结构的最不利初始缺陷。由此可见一致缺陷模态法，虽有计算便捷的优势，但对于这种复杂的空间结构来说，为了找到最不利的初始缺陷，也需施加结构的前几阶，甚至前几十阶的屈曲模态作为初始缺陷进行比较计算，才能安全、可靠地评估结构的稳定性能。

3 随机缺陷模态法

在工程设计时，随机缺陷方法能够较为真实地反映结构的实际情况，与确定性方法相比较为科学，所求得的临界荷载结果更能客观地反映所设计结构的情况。由于结构节点的安装误差符合正态分布^[9]，所以结构各节点在 3 个方向上的坐标值也符合以各节点理论坐标值为均值，以待求值 σ 为方差的正态分布。

假定结构各节点的安装误差最大值为 $\pm R$ ，各节点的实际坐标值为 X_1 ，理论坐标值为 X_0 ，正态分布的均值为 μ ，方差为 σ 。

那么符合正态分布的各节点坐标可以写为如下方程式：

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x_1-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x_1-x_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

各节点的实际坐标、理论坐标与安装误差之间的关系可以写为如下表达式：

$$|X_1 - X_0| \leq R \quad (4)$$

由文献[9]可知实际结构节点坐标满足式(4)的概率可以表示为：

$$P\{X_0 - R < X_1 \leq X_0 + R\} = P\left\{\frac{X_0 - R - X_0}{\sigma} < \frac{X_1 - X_0}{\sigma} \leq \frac{X_0 + R - X_0}{\sigma}\right\} = \Phi\left(\frac{R}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{R}{\sigma}\right) \quad (5)$$

由文献[9]可知当 $\frac{R}{\sigma}=2$ 时，节点坐标位于误差

范围内的概率为 95.44%；当 $\frac{R}{\sigma}=3$ 时，节点坐标位于误差范围内的概率为 99.74%，这也就是人们所说的“3 西格玛”法则；当 $\frac{R}{\sigma}=6$ 时，节点坐标位于误差范围内的概率为 99.99966%，这也就是在管理领域应用较多的“6 西格玛”法则^[10]。那么将上述各等式进行简单的变换后即可求出正态分布的另一指标 σ 。

$$\sigma = R / n, \quad n=2-6 \quad (6)$$

σ 越小则表明结构的实际节点坐标超出误差范围的机率越小。就 4 西格玛而言，相当于每一百万个节点里，有 6210 个会超出误差，当达到 6 西格玛的程度，节点坐标就接近于完全位于给出的误差范围内，在一百万个节点里，只有 3.4 个会超出误差。

下面利用随机缺陷模态法对上述的肋环 2 型弦支穹顶进行稳定性分析，为了与一致缺陷模态法进行比较，节点坐标误差的最大值也取结构跨度的 1/300，依据 3 西格玛法则确定满足正态分布的误差方差值 $\sigma=122/900$ 后，对结构进行 210 次考虑初始缺陷的稳定性分析。图 3 中列出了其中 2 种考虑随机缺陷后上部网壳的几何构形，并于图 4 中列出了结构上部网壳中中心节点在 210 次计算过程中的位置变化(无安装误差时，结构上部网壳中中心节点的坐标为(0, 0, 12.2))。结构每次计算后得出的相应稳定系数见表 3，为便于后续分析，其中也给出了不考虑初始几何缺陷下结构的整体稳定系数值。

由图 3 可以看出，与一致缺陷模态法中的初始几何缺陷相比较，图 3 中结构的初始缺陷无规律可寻，但每个节点的安装误差是符合正态分布的，这其实更加符合实际情况。

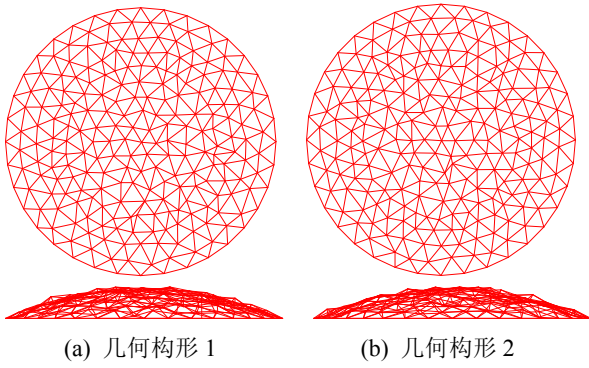


图3 考虑随机缺陷后上部网壳的几何构形
Fig.3 Geometry configuration of upper dome with random imperfection

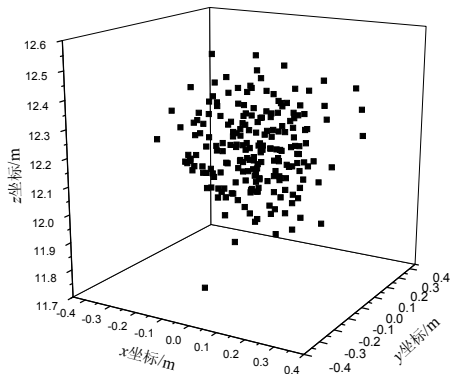


图4 跨中节点位置分布
Fig.4 Distribution of node in midspan

表3 随机几何缺陷下的稳定系数
Table 3 Stability factor under random initial geometry imperfections

稳定系数值									
4.8	4.3	3.4	3.8	4.8	4.6	5.5	4.9	4.8	4.6
5.2	5.3	5.4	4.7	4.6	4.8	4.3	3.8	4.1	4.5
4.2	4.5	4.3	4.3	4.6	4.8	4.5	4.4	4.7	4.4
4.7	4.8	4.3	3.9	4.5	4.2	3.8	4.2	3.5	4.3
3.9	4.6	4.5	4.3	5.3	4.1	5.1	4.2	3.9	3.7
4.5	4.8	4.2	4.7	5.3	4.5	4.8	4.0	3.8	4.7
4.0	5.0	4.9	4.4	5.0	4.1	3.8	4.8	4.0	4.6
4.9	4.0	3.9	4.9	4.0	4.3	5.0	4.8	5.1	4.9
5.1	4.8	4.8	4.0	4.1	5.1	4.6	3.8	4.4	5.2
3.5	3.7	4.9	4.6	5.5	5.0	3.8	3.7	4.5	5.0
5.4	4.8	4.7	4.8	4.3	4.5	4.9	3.7	4.0	4.5
4.3	4.3	4.6	4.8	4.5	5.4	4.3	5.0	4.9	4.3
4.3	3.9	4.5	4.2	3.8	5.3	4.1	4.8	5.1	4.2
4.6	4.3	5.3	4.1	5.1	5.0	4.7	4.3	5.3	4.6
4.2	4.7	5.3	4.6	4.8	4.9	3.9	4.5	5.2	5.1
5.1	4.6	4.8	3.8	3.7	3.7	4.9	3.7	4.7	4.5
5.2	3.9	5.1	4.4	4.5	4.0	4.9	5.1	4.9	4.0
4.5	4.9	4.9	5.2	5.0	4.5	4.3	4.6	4.8	4.7
5.4	4.3	4.5	3.7	5.1	4.6	4.7	4.6	4.7	5.0
5.3	4.1	5.2	4.7	4.8	4.8	4.7	4.7	4.0	4.5
5.0	4.7	5.1	4.5	4.0	4.7	5.0	4.8	4.6	4.8

不考虑初始几何缺陷: $P_{cr}=8.6$; 最小值: $P_{cr}=3.4$; 最大值: $P_{cr}=5.5$; 平均值: $\bar{P}_{cr}=4.56$; 样本标准差的无偏估计 $S=0.466577$

由图4可以看出,每次计算过程中同一节点都会有不同的位置,但其与理想位置之差是符合正态分布的。

由表3可以看出,所有计算结果中的最小值为3.4,为不考虑初始缺陷条件下计算结果的39.5%。稳定系数的最大值为5.5,为无初始缺陷下计算结果的63.95%。算术平均值为无初始缺陷下计算结果的53.02%。这也说明了结构对初始几何缺陷较为敏感,考虑大小为跨度1/300的初始几何缺陷后结构的稳定系数较不考虑初始几何缺陷条件下的计算值降低50%左右。

当有95%的保证率时 $P_{cr} = \bar{P}_{cr} - 1.645S = 4.33$,利用上述计算结果对一致缺陷模态法计算得到的8个稳定系数5.1、3.4、2.0、3.4、2.9、4.6、4.4与2.7进行概率可靠度分析,结果见表4。

表4 各稳定系数的概率可靠度
Table 4 Probability confidence level of each stability factor

模态	第1类	第2类	第3类	第4类
稳定系数	5.1	3.4	2	3.4
概率可靠度/(%)	12.36	98.85	99.99	98.85
模态	第5类	第6类	第7类	第8类
稳定系数	2.9	4.6	4.4	2.7
概率可靠度/(%)	99.99	46.5	63.42	99.99

由表4可以看出对于本结构来说,最低阶屈曲模态并不是其初始几何缺陷的最不利分布模态,利用一致缺陷模态法采用结构最低阶屈曲模态作为结构初始几何缺陷分布模态后计算出的整体稳定系数,其概率可靠度只有12.36%,如施加这样的初始缺陷,则结构的设计将有较大的安全隐患。当结构以最低阶反对称屈曲模态作为其初始缺陷的分布模态后计算的整体稳定性系数的可靠度为99.99%,且较上述210种计算结果中的最小值还低。这说明在一致缺陷模态法中,利用结构的最低阶反对称屈曲模态作为结构的初始几何缺陷分布模态时,计算出的整体稳定系数可以安全、可靠地评估结构的稳定性能,但结构却存在设计过度的可能。

一致缺陷模态法希望通过一次计算即能够求出临界荷载的最小值,极大地降低结构的计算量,这是它的显著优点,但对于跨度较大,且较为复杂的结构来说,采用一致缺陷模态法施加初始几何缺陷时,初始几何缺陷的分布与大小都需进行分析对比,才能做到更加安全合理,因此计算量也会增加。那么采用随机缺陷模态法进行初始缺陷的考虑时,计算量较大,但缺陷的形式更加符合实际情况。所

以目前在进行结构稳定计算时,如何合理、可靠地考虑结构的初始几何缺陷,使计算出的结果,既能够安全地评估结构的稳定性能,又能做到不浪费材料,有效地避免设计过度或设计不足仍是一个难题,在寻求合理化计算方法的同时,进一步提高实际施工中的加工制作精度,也会明显改善建成后结构的稳定性能。

4 结论

(1) 弦支穹顶结构上部网壳采用结构的最低阶屈曲模态作为初始几何缺陷分布模态后,求得结构的稳定性承载力不一定是最不利值。

(2) 在全跨荷载作用下,弦支穹顶结构中上部网壳的初始缺陷采用结构最低阶的反对称屈曲模态较采用最低阶屈曲模态计算出的结构稳定性系数更低。

(3) 结构的稳定性能对初始几何缺陷较为敏感,考虑大小为跨度 1/300 的初始几何缺陷后结构的稳定系数为完善结构稳定系数的 50%左右。

(4) 结构的初始缺陷施加不当会造成结构设计不足或设计过度,所以采用计算量较大的随机模态法对跨度较大、结构较为复杂的空间结构进行稳定分析可更加安全合理地评估其稳定性能。

参考文献:

- [1] Kawaguchi M, Abe M, Tatemichi I. Design, test and realization of 'suspend-dome' system [J]. Journal of IASS, 1999, 40(131): 179—192.
- [2] 郭佳民,董石麟,袁行飞.弦支穹顶结构的形态分析问题及其实用分析方法[J].土木工程学报,2009,41(12):1—7.
Guo Jiamin, Dong Shilin, Yuan Xingfei. Morphological analysis of suspend-dome structures and its practical analysis method [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 41(12): 1—7. (in Chinese)
- [3] 陈志华,李阳,康文江.联方型弦支穹顶研究[J].土木工程学报,2005,38(5):34—40.
Chen Zhihua, Li Yang, Kang Wenjiang. Analysis of lamella suspendome systems [J]. China Civil

- Engineering Journal, 2005, 38(5): 34—40. (in Chinese)
- [4] 张爱林,张晓峰,葛家琪.2008奥运会羽毛球馆张弦网壳结构整体稳定分析中初始缺陷的影响研究[J].空间结构,2006,12(4):8—12.
Zhang Ailin, Zhang Xiaofeng, Ge Jiaqi. The research about influence of initial geometrical imperfection in badminton arena for 2008 Olympic games suspend dome stability analysis [J]. Spatial Structures, 2006, 12(4): 8—12. (in Chinese)
- [5] 沈世钊,陈昕.网壳结构稳定性[M].北京:科学出版社,1999.
Shen Shizhao, Chen Xin. Stability of lattice shell structures [M]. Beijing: Science Press of China, 1999. (in Chinese)
- [6] 高博青,谢忠良.拉索对肋环型索穹顶结构的敏感性分析[J].浙江大学学报(工学版),2005,39(11):1685—1689.
Gao Boqing, Xie Zhongliang. Sensitivity analysis of cables to Geiger dome structure [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2005, 39(11): 1685—1689. (in Chinese)
- [7] 杨联萍,林智斌,钱若军.网壳结构的屈曲分析研究(三):屈曲路线跟踪方法[J].空间结构,2006,12(3):11—17.
Yang Lianping, Lin Zhibin, Qian Ruojun. Buckling analysis of reticulated shells-tracing methods to buckling path [J]. Spatial Structures, 2006, 12(3): 11—17. (in Chinese)
- [8] 马军.板片空间结构体系的缺陷稳定分析研究[D].南京:东南大学,1999.
Ma Jun. Theoretical and experimental study on the non-linear stability of the sheet-space structure system with imperfection [D]. Nanjing: Southeast University, 1999. (in Chinese)
- [9] 盛骤,谢式千,潘承毅.概率论与数理统计[M].北京:高等教育出版社,2001.
Sheng Zhou, Xie Shiqian, Pan Chengyi. Probability theory and mathematical statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001. (in Chinese)
- [10] Low Sui Pheng, Mok Sze Hui. Implementing and applying six sigma in construction [J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2004, 130(4): 482—489.