

二维均匀剪切湍流的湍涡闭合方案

赵建华, 张 强

(中国气象局兰州干旱气象研究所, 甘肃省干旱气候变化与减灾重点实验室,
中国气象局干旱气候变化与减灾重点开放实验室, 甘肃 兰州 730020)

摘 要:通过仔细分析 Thorpe 与 Woods 等对湍流的典型实验, 得到如下结论: (1) 提出了湍流的太极模型; (2) 指出了湍流串级内容包括 2 个内容, 一是湍流外圈层(大涡)在内旋到内部时产生新的圈层(小涡), 二是在阴阳旋臂相切的锋面由于依然存在较大切变而产生新的次尺度湍涡; (3) 指出湍流的耗散机制是通过湍涡, 把具有切变的 2 流场的交界面通过旋转而无限拉长以增大 2 者的接触面积, 加强了交界面之间的分子交换, 从而实现了湍流层层混合的高效率; (4) 基于湍涡结构, 提出了湍涡闭合方案, 给出了 Reynolds 应力的表达式, 闭合了雷诺方程; (5) 混合长反映了湍涡的大小, Karman 常数则反映了湍涡内外半径比的关系; (6) 指出 Reynolds 方程算子是湍流方程推导的关键, 提出了湍流算子的概念; (7) 推导出了新型的湍流运动方程; (8) 提出了关系不变性原理。

关键词:湍涡模型; 湍涡闭合方案; Karman 常数; 湍流算子; 关系不变性原理

中图分类号: P404

文献标识码: A

自 1883 年 O. Reynolds 在圆管流体实验中发现湍流以来, 有关湍流的研究已有许多。比较重要的研究有: Tayler 的涡模型^[1], Prandtl 的混合长理论^[2], Richardson 的串级过程^[3], Kolmogorov 的 K41 系列理论^[4-6], 周培源的先求解后平均的湍流理论^[7], 拟序结构^[8-11]以及湍流逆梯度输送^[12-13]等。但是湍流是什么, 湍流具有怎样的形态, 以及湍流形态的特征, 却没有解决。本文对此进行了尝试性的研究。

1 湍流形态的几何构型

仔细分析 Thorpe^[14-15]、Woods^[16]等对机械湍流的模拟结果, 可以发现下面 7 个特点。以下约定阳元指实验中上层的水, 阴元指下层染色盐水。

(1) 在整个模拟给出的 6 幅图中(见文献[15])。阳扰动流与阴扰动流一直交合存在; 即便在充分混合时, 也是斑斑点点的湍流阳元与阴元相错。

(2) 从第 2 幅图到第 6 幅图的演化可以看出, 阴阳流元皆围绕单元中心运动, 这表明流体单元具

有涡旋性质。另外, 考察初始时刻涡旋的生成, 发现阴阳流元皆从彼此的源地流转出来而围绕涡心运转。故从效果上来说, 单元中心具有引力与旋转 2 种性质, 即该单元细胞是一种具有引力的涡旋结构, 也就是有势场与有旋场的统一。引力加上旋转, 可能是湍流细胞形成与维持的一种机制。

(3) 在此绕心运动中, 阴阳线流围绕中心并不仅有一圈, 而是越绕越长, 越绕越密, 形成一圈圈象线团一样的结构。这显示了大涡旋里面套小涡旋、小涡旋里面套更小涡旋的涡旋层层相套的现象, 且是大涡旋形成小涡旋的顺级过程。

(4) 在第 5 幅图的涡旋层层相套的演化过程中, 已经出现细微的阴阳线流的混合。这表明: 因线流被旋转拉长而造成了阴阳流元的接触表面积增大, 加强了阴阳线流之间分子交换, 从而实现了层层混合的高效率。这与湍流能量的串级输送是相吻合的。这种细微混合在第 6 幅图中也可以清晰看见, 不过该图是湍流交换最终的结果。以湍流被分子耗散的观点考虑, 显然这种细微交换应当是基于耗散尺度上的分子交换。

(5) 再结合刘式达等对同一现象的研究^[17], 湍

收稿日期: 2009-10-19; 改回日期: 2010-01-06

基金项目: 甘肃省自然科学基金“干旱半干旱地区地表水汽通量估算方法研究”(096RJZAI30) 资助

作者简介: 赵建华(1976-), 男, 宁夏中卫人, 助研, 主要从事沙尘暴和边界层方面的研究. E-mail: pine_guest@163.com

流在形成一种螺旋结构后会破碎为更小的湍流。这是由于在内旋而造成的线流拉长的交界面处,也就是锋面处,因继续存在的切变大于湍流产生的临界值,从而产生了新的次尺度湍流所致。这正是湍流裂变的机制。显然,内旋拉长线流与线流之间的锋区是湍流高效传输物质、动量与能量的2种基本途径。

(6)湍流最终转化为层流时,伴随着弱切变与弱静力稳定度。这意味着,湍流运动的结果是消灭湍流,湍流是流体诱导不稳定向平衡态转化的一种机制。该机制与分子扩散在本质上是一样的,区别在于介质与其运动形式不同。分子扩散是以微观分子与分子团为介质,而湍流交换则是以宏观上由分子团构成的连续介质为介质;湍流交换是使得连续的流团破碎为更小的流团或分子团而实现更小流团或分子团的相互混杂,而分子扩散是更进一步在分子团之间与分子团内部进行交换从而实现瓦解分子团与消除梯度的目的。

(7)从湍流混合的鼎盛阶段——第6幅图可以知道,原来上层的水中含有了下层染色盐水的流团,而下层染色盐水中又包含了上层的水流团。这从整个宏观效果上来看,存在着水向盐水与盐水向水的双向运动。因此,湍流扩散过程在此角度上可以理解为一个双向输送的过程。其输送的介质为粘性尺度上的分子流团。

该实验模拟了层流不稳定转化为湍流的过程。再考虑到 Benard 的实验^[8,18]以及边界层中层流向湍流的转换过程^[8,18]均一致表现出了层流—波动—湍流等的演化顺序,并把这些现象与湍流是由大大小小一系列涡旋组成的观点^[3,8,15,19-20]以及运动的连续性相联系起来,就可知:湍流结构是波动结构的组合,波动结构是层流结构的组合;反之,波动结构是湍流结构的分解,层流结构是波动结构的分解。以平均化的视角审视,湍流结构在其谱上的一系列叠加可以表现波动结构,而波动结构在其谱上的一系列叠加也可表现出层流结构。这是我们对于层流、波动与湍流以及其相互关系的理解。

因为波动总是围绕层流稳定轴运动,所以湍流也围绕波动轴运动^[21]。层流平直,波动波折,湍流回旋,是层层扭曲的过程。不稳定递进的过程是在突出其高一运动形式的过程。而湍流到层流的稳定化过程,则相当于冻结较高级运动形式的过程。

本着此认识,我们再来分析前述的 Thorpe

等^[14-16]的实验结果。显然,分析特点(2)~(6)很好地解释了湍流的涡旋性质、湍涡的相套与串级过程以及湍流的分子耗散等认识,因此可以把该实验结果作为湍流发生、发展与消亡规律的描述。而且,该实验还具体指出了这些性质内含的细节,比如由最易、也可能是最初产生的基于流动尺度上的大涡旋^[4,8,22]所串级产生的一系列次级尺度湍涡的相套是同心的,串级过程是大涡旋到小涡旋的顺级过程,耗散是湍涡分裂流元所产生的分子团之间与分子团内部进行分子扩散的结果。该实验还指出的另一个结论:湍涡是一种具有内在吸引的涡旋体,暗示着依赖于湍流自身的吸引及内旋特征的拉长线流与一系列次级尺度湍涡的生成过程,是湍流交换的内在本质。

湍流是一种自相似运动^[17],而且已有的研究指出旋涡是湍流的基础^[21-28]。根据前述特点(1)~(7)及分析,可以得到类似于逗点云系的湍流模型(图1a):

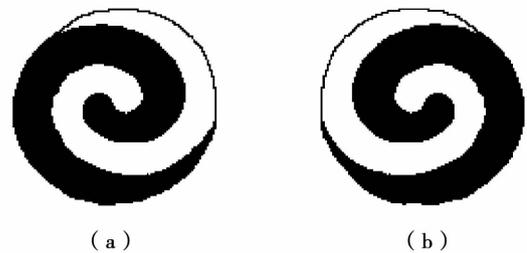


图1 湍流太极模型

Fig. 1 Taichi model of turbulence

图1a中,咬合的黑白两翼表示流极,谨称阴阳极或旋臂。阴阳极内部具有指示整个旋臂方向性的流元谨称阴阳极点,它在旋臂最内部曲率半径的交点处;两极点相互拱绕的部分称为湍核。阴阳旋臂相切的地方叫锋,或剪切层。整个湍流系统称为湍涡,其串级产生的次级湍涡仍为次级湍涡。图1b图是图1a的反旋。

湍流的太极模型,也可以通过火花拍摄到的经典圆管湍流^[29]获证(图2)。在低速下($Re < 2000$,图2a)下实验显示为层流,高速下($2000 < Re < 13000$,图2b)则为混合很好的湍流。但是对高速下的湍流用火花闪光拍摄到的照片(图2c)却显示出湍流仍然是一族较清晰的卷曲流丝和旋涡。所以,湍流仍然是有序的旋涡,它只是不能被肉眼分辨出来。最近的湍流实验^[21]也揭示了此点。

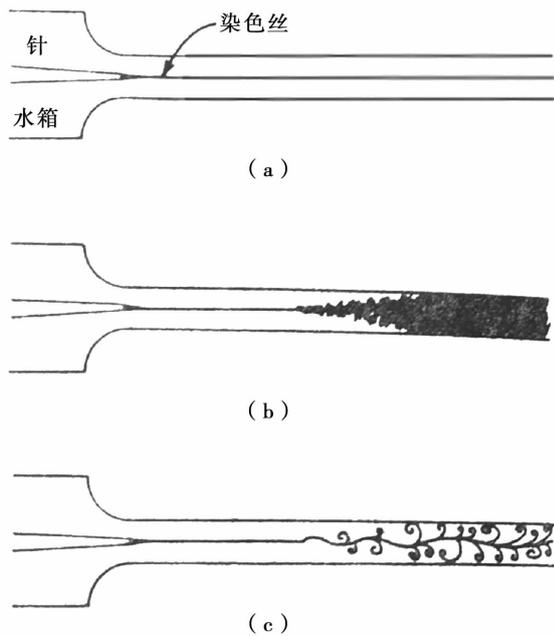


图2 Reynolds(1883)经典的管流染色实验(改绘自 White^[29])
(a)低速层流;(b)高速湍流;
(c)对(b)用火花闪光拍摄的照片

Fig. 2 Reynolds's drawings of flow in his dye experiment (a) low - speed flows; (b) high - speed flows; (c) redisplay through spark's irradiation

实际上,图1反映的湍流形态,更可以清楚地从湍流的拟序结构^[8-10,30-35]中提炼出来。大涡模拟^[36]和尾流的产生也可验证此点。

显然,图1与湍流的拟序结构是相符合的^[8-10,30-35]。其上支正是扫掠支,下支是猝发支。至于其夹带涡,也就是具有一定边界的内涡。这也与数值模拟出来的所谓强脉冲^[11,20]相对应。位于正负强脉冲之间的低压区^[11,20],即是湍流中心所在。低压区的存在证实了我们对于湍流具有内在吸引属性的认识。

而湍流斑^[8,18]等现象,即是该模型代表的单个湍涡(也即湍栓^[8])或者湍涡的边界相互交混叠加后的产物^[8]。

所以,湍流的串级过程,也就是2方面的内容,一是湍流外圈层(大涡)在内旋到内部时产生新的圈层(小涡),二是在阴阳旋臂相切的锋面由于依然存在较大切变而产生新的次尺度湍涡。后者的这种次尺度涡旋可以顺级产生下去,直到其锋面切变不足以产生更次级的湍涡或产生的次尺度湍涡达到其

耗散尺度为止。这样产生了一个湍涡系统。通过这种串级过程,产生了湍流的高效传输和耗散效能。串级过程的结果,会使湍流的形态最后斑驳陆离,难以辨认,这也正是湍流复杂的一个原因。而在充分发展的湍流边界层中,还会存在湍涡的破碎与合并等效果,这是湍流复杂的另一个原因。目前有人认为湍流是涡破碎时的状态或结果,实际上这也仅是反映了单个湍涡生命历程的一部分,或反映了湍涡与湍涡、湍涡与环境流场的相互作用。对后两者,实际上是一种合成认识。

因此,图1反映的仅是湍流的一种简化模型。但是它确是一种简单的剪切湍流,或者叫 Reynolds 湍流;对于 Rayleigh 湍流,也可能具有相似的结构。湍涡毕竟是一般所认识的湍流的基元^[23-28]。当然,这里的太极模型只有2臂,多臂结构自然也有可能。

图1不仅仅反映流元沿旋臂的内旋运动,还可以反映流元外旋的运动。因为图1揭示的结构本质上由有势场与有旋场叠加而成。因此,若有势场揭示的力是由湍涡中心指向外部,即出现这种运动。这种运动的典型例子是大气里的反气旋系统。

2 系综平均

根据上述分析,求取均流运动方程的系综平均应当是基于湍涡一生的平均。这就意味着,在有湍流的区域,网格格距应该与湍涡大小相匹配,即格距可能应该是变化的,时间步长也应如此。即便是固定格距,也应该取一个标准大小的湍涡为据。从目前普遍采用的方法而言,系综平均应该是网格或控制体内所有湍涡在一生中的积分平均。不过,对于均匀湍流或平稳湍流,除特殊情况外,其涡结构总倾向于对称;故对控制体或网格内的所有湍涡做系统平均,在数学上与对一个湍涡求系综平均是一样的。故以下为了简单,只从一个湍涡入手。当然,实际上由于不同大小的湍涡生命史是不一样的,需要预先定义一个基于控制体或网格尺度大小的标准湍涡及该标准湍涡的时间尺度。从这个角度而言,本文以下的分析均是基于此标准湍涡而言的。标准湍涡的数学定义很简单,此处从略。

容易证明,对于如图1所示的均匀湍流或平稳湍流,总存在以下关系:

(1) $\overline{u'} = 0$ 。其中, u' 表示脉动速度, $(\overline{\quad})$ 表示系综平均。

证明:以均匀湍流为例。设湍涡阴阳极脉动速

度分别为 u'_a 与 u'_c , 对于不受外界影响的分布均匀的湍涡, 由于其关于湍涡中心点对称, 因此总有:

$$u'_a + u'_c = 0$$

在对湍涡作系综平均时, 易得:

$$\begin{aligned} \bar{u}' &= \frac{\iint_{T\Omega} u' ds dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} = \frac{\int_T (\int_{\Omega_a} u' ds + \int_{\Omega_c} u' ds) dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} \\ &= \frac{\int_T (\int_{\Omega/2} (u'_a + u'_c) ds dt)}{\iint_{T\Omega} ds dt} = 0 \end{aligned}$$

式中积分项 $\Omega_a, \Omega_c, \Omega/2, T, dt$ 及 ds 分别代表湍涡阴阳旋臂、半旋臂、湍涡周期、时间的微分及沿旋臂长度的微分。

(2) $\bar{u} = \bar{u}$

证明略。

(3) 对均匀湍涡, $\bar{u} \approx u_0$; 对平稳湍涡, $\bar{u} \approx u^0$; 对既均匀又平稳湍涡, $\bar{u} \approx u_0 \approx u^0$ 。其中, u_0 是湍涡中心点的时均值, u^0 是湍能生成项与耗散项相平衡时刻湍涡的空间平均值。

证明: 仅证均匀湍涡。

湍涡中心点的速度为 u'_0 , 则在湍涡内任意臂上的流点的速度在湍涡这个邻域内据 Taylor 展式可得:

$$u = u'_0 + \frac{\partial u}{\partial r} \Delta r + O(\Delta r)$$

则

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{\iint_{T\Omega} u ds dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} = \frac{\iint_{T\Omega} (u'_0 + \frac{\partial u}{\partial r} \Delta r + O(\Delta r)) ds dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} \\ &= \frac{\int_T u'_0 dt}{\int_T dt} + \frac{\iint_{T\Omega} O(\Delta r) ds dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} \approx u_0 \end{aligned}$$

所以, 系综平均总是反映着涡心处的强度, 涡心处的强度总是反映着湍涡整体的强度。

(4) 对均匀或平稳湍涡, 如果非零物理量在阴

阳极上分布完全相等, 则该物理量的系综平均等价于对某一单支的平均。

证明: 以均匀湍涡为例。对任一脉动物理量 q , 系综平均为:

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{\iint_{T\Omega} q ds dt}{\iint_{T\Omega} ds dt} = \frac{\int_T (\int_{\Omega_a} q ds + \int_{\Omega_c} q ds) dt}{\int_T (\int_{\Omega_a} ds + \int_{\Omega_c} ds) dt} \\ &= \frac{\iint_{T\Omega/2} (q_a + q_c) ds dt}{2 \iint_{T\Omega/2} ds dt} \\ &= \begin{cases} 0 & \text{when } q_a = -q_c \\ \frac{\iint_{T\Omega/2} q ds dt}{\iint_{T\Omega/2} ds dt} & \text{when } q_a = q_c \end{cases} \end{aligned}$$

其中, q_a, q_c 是物理量在阴阳极点的值。

3 湍涡闭合理论

3.1 Reynolds 应力的一般表达式

由前分析可知, 湍流是由内在约束与旋转 2 种效应综合而成的类似于太极的湍涡构成的, 它通过湍涡阴阳极的咬合运动实现串级和物质、动量与能量的传输目的。湍流本身并不耗散能量, 它只是通过湍涡, 把具有切变的 2 流场的交界面无限拉长以增大接触面积, 从而实现高效的分子耗散; 分子耗散是发生在阴阳极相切的锋面上。因此, 湍涡只是在平均流与分子耗散之间起一种类似于化学反应里的“催化剂”的作用, 与湍流相关联的物理量湍流交换系数也因此自然而然的是流动的函数, 而不是流体的函数。不过, 湍涡确实从均流中汲取了能量, 故对均流而言, 它又可说是均流的耗散机制。当然, 逆梯度下反而向均流提供能量。

湍流脉动和均流的相互作用, 本质上反映湍涡和背景流的相互作用。湍流的各种通量, 如 Reynolds 应力, 就是湍涡和背景流发生作用(不是关系, 关系另有它量)的媒介因子; 通过 Reynolds 应力, 湍涡和背景流产生了作用。

从整体上而言, 脉动物理量通量的 Reynolds 平均表征的就是该湍涡对该脉动物理量传输的能力与强度。以脉动动量通量而言, 由于流点顺着湍涡的

阴阳极流动,其 *Reynolds* 平均就表征了该湍流整体的脉动动量通量强度。

湍流的作用就是通过湍流使脉动物理量沿其阴阳极分布,从而增加分子耗散的效能。湍度和切应力并不是随机分布在湍流中,而是集中在湍流的相干区域^[37]。*Reynolds* 方程的闭合,故可从湍流结构上出发。

不可压流体的 *Reynolds* 方程是:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \bar{F}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

其中, $u_i (i=1,2,3)$ 是流体速度, F 是体力、面力、质量力以及分子粘性力的总称, ρ 是密度。符号 $\overline{(\quad)}$ 表示系综平均。

(1) 式中出现的 *Reynolds* 应力项 $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ 是 *Reynolds* 方程不闭合的根源。以下将给出此应力项的表达式。

为简单计,考虑 $x-z$ 平面内的二维剪切平行流动。则此时湍流应力形式为 $\tau = -\rho \overline{u'w'}$, u' 和 w' 为 x, z 向的脉动速度。

在湍流运动中,流点除了作宏观的平均运动外,还做介观尺度上的湍流脉动。湍流本质反映的是涡旋运动。在充分发展的湍流里,即湍流产生和耗散处于平衡状况下,和分子运动黏性类似^[38],通过涡旋,可以将不同平均流速处的流点相互交流。这样,平均流速大的地方的流点将会沿着湍流的阳极把大的平均动量带到平均流速小的地方;同时,平均流速小的流点也会沿着湍流的阴极把小的平均动量带到平均流速大的地方。因此,在湍流系统内各处流速不同的系统之间就会出现宏观上平均动量由流速大的地方向临近流速小的流层传输。这种宏观的动量传输结果,使得相邻流层中平均流动快的流层变慢而平均流动慢的流层增快。用流体力学术语来说,平均流速不同的相邻流层间出现了黏滞力,这种由湍流脉动引起的黏滞力就是 *Reynolds* 应力。依照图 1 给出的湍流模型, *Reynolds* 应力就是阴阳极这 2 支旋臂流经某一切面时产生的黏滞力。以下以图 3 中平均流速不同的湍流系统为例,来求解 *Reynolds* 应力的表达式。

不失一般性,仅考虑 (x, z) 平面内的二维剪切平

行流动: $\bar{u} = \bar{u}(z), \bar{v} = \bar{w} = 0$ 产生的切应力 $\tau = -\rho \overline{u'w'}$ 。由于湍流是湍流的基础,流点在湍流中运动时因受到湍流的作用就会叠加相应的扰动,这个扰动就是没有平均运动背景的纯粹湍流内流点的运动;当流点从一点运动另一点时,对该流点自身而言,其湍流脉动值即是叠加在其上的湍流流点的运动,但由于这 2 点的平均运动速度不同,对后者而言,其脉动除了湍流运动外,还将新增前者带来的动量的增益,这样后者的湍流脉动就由 2 部分构成。比如,以图 3 为例,次级湍流半径为 r 的阳极 A 点以平均速度 \bar{u}_a (下标 a 表示阳极) 在仅受湍流作用的条件下面运动到 CD 面时,其速度将变为 $\bar{u}_a + u'_{a0}$, u'_{a0} 是湍流作用到 A 点的速度。对平均速度为 \bar{u}_0 的 CD 平面而言,其速度增益为 u'_a 为:

$$\begin{aligned} u'_a &= u_a - \bar{u}_0 = \bar{u}_a + u'_{a0} - \bar{u}_0 \\ &= u'_{a0} + f(r, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $u_a = \bar{u}_a + u'_{a0}$ 是 A 点流经 CD 切面的流向速度, r 为 A 到 CD 面的距离, $f(r, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}) = \bar{u}_a - \bar{u}_0$ 是距湍流涡心 r 处的点与湍流涡心处平均速度差异,也就是湍流自身特征决定的组成湍流流点的速度分布。(3) 就是 A 点到达 CD 面实际的湍流脉动速度。

同理,均匀湍流下,与 A 点关于 CD 面对称的阴极点 B 到达 CD 面时的脉动速度 u'_c (下标 c 表示阴极) 为:

$$\begin{aligned} u'_c &= u_c - \bar{u}_0 = \bar{u}_c + u'_{c0} - \bar{u}_0 \\ &\approx u'_{c0} - f(r, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $u_c = \bar{u}_c + u'_{c0}$ 是阴极点 B 流经 CD 切面的流向速度, u'_{c0} 是湍流对 B 点贡献的流向脉动速度。

整个 CD 面上因 A, B 阴阳极点穿过而产生的脉动就是(3)、(4)式的和。易知当湍流均匀时,和为 0,这就是 *Reynolds* 平均的意义。*Reynolds* 应力也就是阴阳极点穿过 CD 切面时所产生的动量交换。

仅对充分发展的均匀湍流求解,平稳湍流类似,略。并设湍流内的流点在 *Reynolds* 平均运动的微分尺度上,仅受湍流体系制约,其流点在湍流内运动时,一方面保持其原有平均量不变,一方面因受到湍

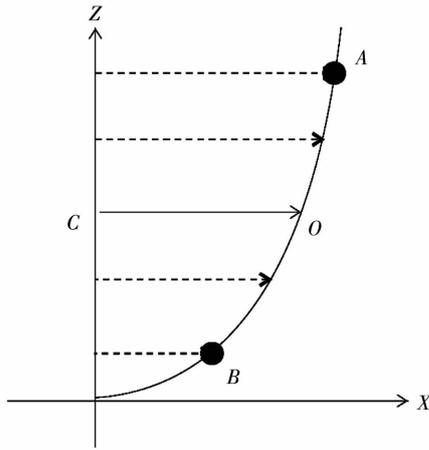


图 3 Reynolds 应力产生图
Fig. 3 The arising of Reynolds stress

涡牵引而附加湍涡脉动。

受充分发展的均匀湍涡作用,动量大的流元向动量小的地方输送,而动量小的流元则向动量大的地方输送,这就产生了 Reynolds 应力。由于湍涡由一系列串级产生的半径不等的同心次级湍涡构成,故 Reynolds 应力是这些次级湍涡产生的内 Reynolds 的平均。

由于湍涡有 2 支,对某一半径为 r 的次级湍涡而言,其 Reynolds 应力 $-\rho u' w'$ 就由 2 部分构成,即由穿过 CD 切面的阴极点和阳极点的动量之和构成:

$$-\rho u' w' = -(M'_a + M'_c) = -\rho(u'_a w'_a + u'_c w'_c) \quad (5)$$

其中, $M'_a = \rho w'_a u'_a, M'_c = \rho w'_c u'_c$ 为阴阳极点流经 CD 切面时的瞬时动量。

由于对均匀湍涡,阴阳极点关于湍涡中心点对称。因此阴阳对称流点 A, B 抵达 CD 切面时的横向脉动速度 w'_a 和 w'_c 相等但异号,即:

$$w'_c = -w'_a = w'_a \quad (6)$$

由于垂直扰动速度 w'_a 和 w'_c 由湍涡产生,故其符号由 $\bar{\omega}$ 决定,即:

$$w'_c = |w'_0| \operatorname{sgn}(\bar{\omega}), w'_a = -|w'_0| \operatorname{sgn}(\bar{\omega}) \quad (6')$$

$\bar{\omega} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ 代表涡度, $\operatorname{sgn}(\bar{\omega})$ 表示取 $\bar{\omega}$ 的符号。 $\bar{\omega}$

和湍涡的大小 R 决定了湍涡的强度。注意这里是 $\bar{\omega}$, 而不是 ω ; 这是由于湍涡是由平均运动产生, 并且 ω 在湍涡内部处处分布, 而湍涡结构关于涡心对称, 其系综平均即是 $\bar{\omega}$ 。

故(5)式转化为:

$$-\rho u' w' = -(M'_a + M'_c) = -\rho w' (u'_c - u'_a) \quad (7)$$

另外,次级湍涡牵引下阴阳极点 A, B 流经 CD 切面的动量交换为:

$$\begin{aligned} M'_a + M'_c &= \rho(w'_a u'_a + w'_c u'_c) \\ &= \rho w'_0 [-(u'_a - \bar{u}_0) + (u'_c - \bar{u}_0)] \\ &= \rho w'_0 (-u'_a + u'_c) = \rho(w'_a u'_a + w'_c u'_c) \\ &= M'_a + M'_c = \rho u' w' \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $M'_c = w'_c u'_c, M'_a = w'_a u'_a$ 为阴阳极点流经 CD 切面时的动量。

显然,(8)式恰和(5)式相等,故阴阳极点流经 CD 切面时的动量交换就是湍流脉动动量的交换。

故瞬时 Reynolds 应力 $-\rho u' w'$ 即为:

$$-\rho u' w' = -(M'_a + M'_c) = -\rho(w'_a u'_a + w'_c u'_c) \quad (9)$$

把 $u'_a = \bar{u}_a(z+r) + u'_{a0}$ 和 $u'_c = \bar{u}_c(z-r) + u'_{c0}$ 代入上式,得:

$$\begin{aligned} -\rho u' w' &= -(M'_a + M'_c) \\ &= -\rho w'_0 [\bar{u}_c(z-r) + u'_{c0} - \bar{u}_a(z+r) - u'_{a0}] \\ &= 2\rho w'_0 \left[f(r, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}) - u'_{a0} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

而

$$u'_{a0} = u'_{c0} = -u'_{a0} \quad (11)$$

整个 Reynolds 应力就是次级湍涡的 Reynolds 应力基于整个湍涡尺度的积分平均,即:

$$\begin{aligned}\tau &= -\rho \overline{u'w'} = \frac{\int_r (-\rho u'w') dr}{\int_r dr} \\ &= \frac{2\rho}{R} \int_r w'_0 (f(r, \bar{\omega}) - u'_0) dr = \rho K \bar{\omega} \quad (12)\end{aligned}$$

$$K = \frac{2}{R} \int_r w'_0 (f(r, \bar{\omega}) - u'_0) / \bar{\omega} dr \quad (13)$$

式中, R 是湍流外半径, $\bar{\omega} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ 是平均涡度, K 是湍流交换系数。

(12)、(13)式就是所求的 Reynolds 应力和湍流交换系数的一般表达式。由于我们此处仅考虑二维剪切平行流动,故无径向速度 u'_0 , (12)、(13)便简化为:

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} = \frac{2\rho}{R} \int_r w'_0 f(r, \bar{\omega}) dr = \rho K \bar{\omega} \quad (14)$$

$$K = \frac{2}{R} \int_r w'_0 f(r, \bar{\omega}) / \bar{\omega} dr \quad (15)$$

显然,如果显式求得 (12)、(13) 式或 (14)、(15) 式,必当知道湍流的运动特征。

如果 $f(r, \bar{\omega})$ 简单地以 Taylor 展式表示,则 (15) 式变为:

$$K = \frac{2}{R} \int_r w'_0 r dr \quad (16)$$

显然, (16) 式表示的涡粘系数 K 不再显含涡度;只要存在脉动速度 w'_0 ,即存在湍流输送。这就克服了 Prandtl 混合长理论在圆管中心轴处速度梯度为 0 时涡粘系数为 0 的缺点。而且,涡粘系数 K 的值取决于其积分结果,可正可负,故既可以表现顺梯度输送,又可以表现逆梯度输送,克服了 Prandtl 混合长理论不能解释大气中出现的负粘性问题和文献^[39]显示出的逆梯度输送。

不过这种逆梯度输送与实验发现^[12-13]到的不一样。实验中揭示的逆梯度输送是指在速度场分布

不对称时,湍流切应力零点与速度极值点不重合,从而在两者之间产生了逆梯度输送。这种逆梯度输送实际上可以这样来理解:既然我们认为湍流是如图 1 所示的涡状结构,那么推论只能有 2 个,一是在逆梯度区存在另一个湍流,二是产生了湍流边界的拓展或收缩。虽然有这 2 种可能,但是用矢量叠加的方法,推论一与推论二是等价的。这就产生了一门科学:湍流之间并存、侵蚀与吞并的科学。因为,根据实验^[13]知道,当速度分布对称时,不存在逆梯度输送,这意味着,分布对称时产生了 2 个同等强度同等大小的涡。这 2 个涡可以互不影响,独立存在。但是当对称消失时,产生逆梯度输送。这就意味着,产生了 2 个强度或大小不等的涡。根据文献^[13]知道,随着距离的增加,逆梯度输送区有变化。这表明这 2 个涡有侵蚀或吞并的相互作用。如何判断 2 个的相互作用哪?要从对称速度分布时无逆梯度输送入手。既然,对称时没有逆梯度输送,则非对称分布总可以表述为叠加在对称分布上的扰动。这就相当于把非对称分布看成是由一系列对称分布叠加的结果。当然,有几个对称分布叠加,要视该涡到底与几个涡相互作用而定。把这些扰动派布到相对应的另一方(即对称分布时所对应的湍流。因为有 2 个,对称湍流就是参照物)上,即得到了湍流之间相互侵蚀、吞并的作用。这是湍流关系学的一个基础。

以上基于 Euler 坐标推导了均匀湍流的切应力公式。对于平稳湍流,同样可以基于 Lagrange 坐标在运动流元的轨迹上抽象出一个标准湍流来;不过该流元会在该标准湍流的运动中有质量的替换。在质量守恒的条件下,可以推导出与 (12) 及 (13) 式形式类似的表达式,但是湍流动量交换系数却是依赖于时间的函数。对于既均匀又平稳的湍流,则 2 者相等。

3.2 Prandtl 混合长和 Karman 常数的意义

在 Rankine 复合涡^[26,40]内,因涡旋作用产生的速度 V_{θ} 为:

$$V_{\theta} = \begin{cases} \frac{\Gamma_0 r}{2\pi r_0^2} & (r < r_0) \\ \frac{\Gamma_0}{2\pi r} & (r \geq r_0) \end{cases} \quad (17)$$

其中, r 是半径, Γ_0 是环量常数。

将柱坐标转化为直角坐标,代入 (14)、(16) 式,

得到:

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} = \rho K \overline{\omega} = \rho \overline{\omega}^2 r_0^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r_0}{R}\right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{\Gamma_0}{\pi} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r_0}{R}\right) = \overline{\omega} r_0^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r_0}{R}\right) \\ &= \overline{\omega} R^2 \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r_0}{R}\right) = \overline{\omega} (kR)^2 \quad (19) \end{aligned}$$

其中, r_0 是湍流内半径, R 是湍流外半径, $k = \frac{r_0}{R}$

$$\sqrt{1 - \frac{2}{3} \frac{r_0}{R}}.$$

显然, (19) 式与 Prandtl 混合长理论结果相近, 但是本结果却基于湍流得出, 与后者有本质区别。Prandtl 混合长因此反映了湍流的大小, Karman 常数 k 则反映了湍流内外半径的比关系。当 $k = 0.4$ 时, 可解出 $r_0 = 0.487R$, 故以 Rankine 复合涡而言, Karman 常数揭示的是内外半径比为 0.478 的湍流。

4 关系、算子与湍流运动方程

不可压流体的湍流运动方程一般以为如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i'}{\partial t} + u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p' u_i' u_j'}{\partial x_j} \quad (20) \\ \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \end{cases}$$

以上涉及各量均为通用, 已采用爱因斯坦求和记号。

由该方程组第一式, 即湍流运动方程可知, 其不满足 N-S 方程。原因在于方程中出现了 $u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$ 和 $u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ 等交叉关系项。但是张兆顺等^[27] 论证结果显示湍流满足 N-S 方程, 而且简单取系综均值 (后简称均值) 速度为 0, 即得到满足 N-S 方程的湍流约束方程; 另外, 目前的大涡模拟就是基于 N-S 方程进行的。因为数以表量, 0 就意味着没有量, 没有量的意思就是纯粹性的体现; 它满足 N-S 方程, 暗示

了湍流内在的真实行为。这样悖论就产生了。其结果只能有 3 种: 一是湍流不满足 N-S 方程, 但与前述分析矛盾; 二是 (17) 式揭示的湍流方程是错的, 但是与其严谨推导矛盾; 三则是该湍流方程反映的不是湍流运动, 而是另外一种形式的运动; 或者说, 该方程耦合了其它因素。显然, 第三种推论可能是正确的。

其实, 在推导 (20) 式时所用的方法 (略) 没有显现出流体质点均值运动与湍流运动的谁主谁次, 即在数理逻辑上, 均值运动与湍流运动具有同等的地位。这就意味着, 由此两并等运动叠加而成的实际运动其实是一种综合效应, 而其实在推导 Reynolds 方程时所采用的均值与脉动和的方法, 也正是体现了这点。既然, 实际运动是均值运动与脉动运动的耦合效应, 而 Reynolds 方程揭示出的均值运动分明含有脉动贡献, (20) 式反映出的包含湍流运动的动量方程也分明含有均值贡献; 这说明, 均值运动与湍流运动是相互关联的, 二者含有非线性作用, 二者不是相互独立的因子。也就是说, 若努力分开的话, 实际运动除了含有独立的均值运动与独立的湍流脉动外, 还含有均值运动与湍流脉动的关系因子。此时, 一个二元要素构成的整体是由 3 部分组成: 2 个独立要素与相互之间的关系, 即要素与关系; 当要素线性构成整体时, 关系消失。这点也可以由实际值等于均值与脉动和的统计方法获知, 因为这种统计方法首先认为物理量是可分的, 其次认为可分解为独立的 2 项。但这 2 个暗含的前提却没有什麼定律的支持或证明, 结果实际上就把可能不可分的物理量人为分解, 这就使得构成这个物理量因子之间的非线性项关系凸现。这也正是为什么会出现 (20) 式的动量方程不满足牛顿第二运动定律的原因。当二元要素构成的整体的行为与某单一要素自体行为相减时, 将得到另一个要素与关系的补偿行为; 这种补偿行为不是另一个要素的实际行为, 而是携带有关系因子的协调行为。在求解湍流方程时, 也正是求解 N-S 方程与相对独立的均流运动方程 (Reynolds 方程) 的差, 其结果也将是含有湍流因子自体行为与二者非线性关系效应的和的方程。事实也正是如此: (20) 式明显地包含湍流与均流的关系因子 ($u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$ 和 $u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$)。反过来说, 由于关系总是相互的, 因此如果 (20) 式描述的纯粹是湍流运动, 那么其中包涵的 $u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$ 和 $u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ 关系项, 也应当以补偿的形

式出现在 Reynolds 方程中,但实际 Reynolds 方程没有这些项。因此,(20)式不是湍流自体行为的约束方程,而是包含关系的补偿协调方程,它反映的是对均值的补偿运动。此后为区别计,称(20)式为湍流补偿方程。

这点认识,还可以从数学上作出阐述。从不可压流体的 Reynolds 方程的推导开始。具体的推导方法,可以参见任意一本流体力学书籍,因为几乎千篇一律,故这里略去。

Reynolds 方程与(20)式的湍流补偿方程的推导本质上不过是由以下 4 个环节构成:

- (1)物理量可分性假设,还未有明确而详细的研究;
- (2)物理量分解为均值与湍流脉动之和;
- (3)将(2)的分解表达式代入 N-S 方程,求取积分平均,得到 Reynolds 方程;
- (4)N-S 方程与 Reynolds 方程之差,得到湍流补偿方程。

当然,其间还穿插连续性方程的引用,但作用相对次要。

这 4 个环节中,在其条件满足时,起关键作用的步骤是(3)的求取积分平均。但此积分平均的本质却不过是一个算子运算,即对下式加以一算子运算。

$$\frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial t} + (\overline{u_j} + u_j') \frac{\partial(\overline{u_i} + u_i')}{\partial x_j} = \overline{F_i} \quad (21)$$

\overline{F} 是流元受到的彻体力、面力与应力的总称。

该算子此后谨称 Reynolds 算子。Reynolds 算子将滤去高频扰动而保留低频流动,即得到 Reynolds 方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \vec{f} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (-\rho \overline{\vec{v} \cdot \vec{v}}) \\ \nabla \cdot \vec{v} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

$(-\rho \overline{\vec{v} \cdot \vec{v}})$ 为湍流切应力。为方便计,已引入记号“ \cdot ”,表示 2 个矢量部分与整体的积,即左部变量进行部分求和,右部以整体矢量形式伴随求和;“ \cdot ”则相反,右部部分,左部整体。如对 $\vec{A} = (A_1, A_2, A_3), \vec{B} = (B_1, B_2, B_3)$, 则有:

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_1 \overline{B}, A_2 \overline{B}, A_3 \overline{B}) \\ \vec{A} \cdot \vec{B} = (\overline{A} B_1, \overline{A} B_2, \overline{A} B_3) \end{cases} \quad (23)$$

当(22)式与 N-S 方程分别求差,即得(20)式的湍流补偿方程。

既然,求取 Reynolds 方程本质上是算子运算,那么对(21)式施加另一种与 Reynolds 算子完全相反的、保留高频扰动而滤去低频运动的算子,即可得到真正的满足牛顿第二运动定律的湍流运动方程。可谨称此算子为湍流算子。反比于 Reynolds 的平均原则,对 $\forall \alpha$ (α 是任给物理量),湍流算子有如下性质:

$$\begin{aligned} (\alpha)' &= \alpha', (\alpha')' = \alpha', (\overline{\alpha})' = 0, \\ (\alpha \overline{\alpha})' &= \alpha' (\overline{\alpha})' = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

将之作用于(21)式之中,即可得到真正的湍流运动方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i'}{\partial t} + u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} = \overline{F_i}' \\ \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad (25)$$

将(21)式与(25)式相减,则可得到此时的均流补偿运动方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \overline{u_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} = \overline{F_i} \\ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

该方程与湍流补偿运动方程在形式上基本一样。因它包含均流与湍流的相互作用项 $u_j' \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ 和 $\overline{u_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$, 而与 Reynolds 方程迥异,亦不满足牛顿第二运动定律,此时可谓 Reynolds 方程吗? 自然不可。这反映出了非线性相互作用的彼此性、平等性和无特定方向性的特点。

(25)式即是我们推导出的湍流约束方程。这里我们没有给出湍流算子的具体表达式,这是以后的工作。

统观我们以上的分析与推导,可知统一整体内在具有非线性关系的因子的分离,是造成均流、湍流以及补偿流的根源;而对 Reynolds 平均原则的算子性质认识不清,是湍流问题迟迟未能解决的一个原因。研究或解决非线性,根本之道在于解决关系问题;而关系问题的解决,既是科学问题,又是哲学问题。其解决将意味着一门新的科学——关系学的诞生。湍流的太极形态可能是关系的相态。这点还需要进一步的思考。

5 关系不变性原理

均流补偿运动方程与湍流补偿运动方程的一个意义在于,它在推导时虽然暗含了均流与湍流的平等性,但在结果上我们却可以研究二者的彼此影响或主次关系。设湍流先发生,则可以用 Reynolds 方程与均流补偿运动方程研究均流受到的湍流影响与均流因此受到的补偿行为;反过来,设均流强迫在先,湍流适应在后,则可以通过湍流运动方程与湍流补偿方程研究湍流行为的变化与协调。但是均流补偿运动方程与湍流补偿方程的重要意义却在于其揭示了关系学中的关系不变性原理,这将是未来研究或解决非线性问题的突破口。

观察均流补偿运动方程与湍流补偿运动方程,可以发现二者均含有关系项 $u_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$ 和 $u_j \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}$, 并且这 2 个关系项在 2 个补偿方程中符号相同,这表明关系对于相互关联的双方是作用完全相等的,因此可以提出关系不变性原理:对二元关系统,二元之间的关系具有不变性。二元既是关系的主体,也是关系的受体。关系对于二元彼此平等,且其作用也完全相等;它不遵从量的规律。

以数学表示就是:

对一二元关系统 Ω , 其构成的二元因子为 A 与 C , A 与 C 产生的关系为 R_{AC} , C 与 A 产生的关系为 R_{CA} , 则存在

$$R = R_{AC} = R_{CA} \quad (27)$$

R 是二元关系总称。

而关系统 Ω 满足:

$$\Omega = A \cup C \cup R \quad (28)$$

特殊地,当 A 与 C 相互独立,此时 $R = \Phi$ (Φ 是空集),则 $\Omega = A \cup C$ 。这就是齐次线性微分方程解

的叠加性原理。

6 问题和讨论

以上我们给出了湍流的太极模型,讨论了湍流串级的内容和湍流高效传输的本质,并以湍流模型对 Reynolds 方程进行了闭合。但是由于目前并不易获取湍流的资料,故而难以对得到的闭合结果进行检验。不过,我们得到的结果却和 Prandtl 混合长理论形式一致,而混合长理论则获得了很大的成功,这反过来便验证了我们结果的正确性;至少在混合长理论正确应用的地方,本理论结果便可应用。虽然,我们得到的结果和混合长理论形式一致,但是含义却不同。混合长理论所基于的物理根据是不确切的^[8-9,15,26],而且不能给出混合长和 Karman 常数的物理意义;我们的结果则基于目前普遍的涡认识得到,且给出了混合长和 Karman 常数确切的物理意义,比之混合长理论有所进步。

所得结论可以简述如下:

- (1) 基于湍流实验,提出了湍流的太极模型;
- (2) 湍流的串级过程包括了 2 方面的内容,一是湍流外圈层(大涡)在内旋到内部时产生新的圈层(小涡),二是在阴阳旋臂相切的锋面由于依然存在较大切变而产生新的次尺度湍流;
- (3) 湍流的耗散机制是通过湍流,把具有切变的 2 流场的交界面通过旋转而无限拉长以增大 2 者的接触面积,加强了之间的分子交换,从而实现了湍流层层混合的高效率。因此,湍流只是在平均流与分子耗散之间起一种类似于化学反应里的“催化剂”的作用;
- (4) 基于湍流模型,提出了湍流闭合方案,并给出了 Reynolds 应力的表达式;
- (5) 混合长反映了湍流的大小, Karman 常数则反映了湍流内外半径的比关系;
- (6) 指出了 Reynolds 方程算子的作用,提出了湍流算子;
- (7) 推导出了新型的湍流运动方程;
- (8) 提出了关系不变性原理。

致谢:诚挚感谢兰州大学程麟生先生和陈长和先生、中科院寒区旱区环境与工程研究所汤懋苍先生、中科院大气物理研究所吴国雄院士、清华大学工程力学系李存标教授以及中国气象局兰州干旱气象研究所董安祥研究员和韩永翔博士的慷慨帮助。

参考文献:

- [1] Prandtl L 1925 ZAMM 5 136 Taylor G I. Diffusion by continuous movements. Proc London Math Soc, 1921, 20:196.
- [2] Prandtl L. ber die ausgebildete Turbulenz[J]. ZAMM, 1925, 5:136-139.
- [3] Richardson L F. Weather Prediction by Numerical Process[M]. London: Cambridge University Press, 1922. reprinted Dover, New York. 1965. 236.
- [4] 潘契夫. 随机函数和湍流[M]. 北京: 科学出版社, 1976. 109-217.
- [5] Kolmogorov A N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large reynold's numbers[A]. In: Friedlander S K, Topper L, eds. Turbulence, Classic Papers on Statistical Theory[M]. New York: Wiley Interscience, 1961. 151-155.
- [6] 李秀林, 陈景光, 陈光旨. 激光在大气湍流态中传播(1) - 湍流研究的基本理论[J]. 呼伦贝尔学院学报, 2004, 12(6): 67-70.
- [7] 周培源. 非压缩性流体的湍流理论[J]. 力学与实践, 2002, 24(4): 1-9.
- [8] 周光炯, 严宗毅, 许世雄, 等. 流体力学(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004. 259-261.
- [9] 陈懋章. 粘性流体动力学基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002. 237-289.
- [10] Shames I H. Mechanics of Fluids (2nd ed) [M]. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [11] 张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 走进湍流[J]. 力学与实践, 2002, 24(1): 1-8.
- [12] Eskinazi S, Yeh H. An investigation of fully developed turbulent lows in a curved channel[J]. J Aeronaut Sci, 1956, 23: 23-31.
- [13] 蒋剑波, 卢志明, 刘宇陆. 湍流逆梯度输运的理论与实验研究[J]. 力学进展, 2000, 30(3): 425-432.
- [14] Thorpe S A. Experiments on the stability of stratified shear flows. Radio Science (American Geophysical Union), 1969(4): 1327-1331.
- [15] 斯塔尔. 边界层气象学导论[M]. 北京: 气象出版社, 1991. 1-218.
- [16] Woods J D. On Richardson's number as a criterion for laminar-turbulent-laminar transition in the ocean and atmosphere[J]. Radio Sci, 1969(4): 1289-1298.
- [17] 刘式达, 刘式适. 孤波和湍流[M]. 上海: 上海科技教育出版社. 1995. 1-27.
- [18] 宣捷. 大气扩散的物理模拟[M]. 北京: 气象出版社, 2000. 81-138.
- [19] 蒋维楣, 孙鉴泞, 曹文俊, 等. 空气污染气象学教程[M]. 北京: 气象出版社, 2004. 1-45.
- [20] 张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流理论与模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 1-200.
- [21] Hof B, van Doorne C W H, Westerweel J, et al. Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow[J]. Science, 2004, 305(5690): 1594-1598.
- [22] 俞志豪, 苗曼倩, 蒋全荣, 等. 流体力学[M]. 北京: 气象出版社(第三版), 2004. 201-241.
- [23] 周培源, 蔡树棠. 涡球在粘性流体中的运动[J]. 北京大学学报(自然科学版), 1956(1): 39-49.
- [24] 周培源, 蔡树棠. 均匀各向同性湍流在后期衰变时的涡性结构[J]. 力学学报, 1957, 1(1): 3-14.
- [25] 周培源. 湍流理论的近代发展[J]. 物理学报, 1957, 13(3): 220-242.
- [26] 周培源, 蔡树棠. 自由湍流的后期运动[J]. 北京大学学报(自然科学版), 1958, 4(4): 405.
- [27] 周培源, 是勋刚, 李松年. 高雷诺数下的均匀各向同性湍流运动[J]. 北京大学学报(自然科学版), 1965, 10(1): 39-52.
- [28] 周培源, 黄永念. 均匀各向同性湍流的涡旋结构的统计理论[J]. 中国科学, 1975, 18(2): 180-198.
- [29] 怀特 F 著, 魏中磊, 甄思淼译. 粘性流体动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982. 425-432.
- [30] Brown G L, Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers[J]. J Fluid Mech, 1974, 64: 775.
- [31] Green S I. Fluid Vortices [M]. Kluwer Academic Press, Dordrecht, The Netherlands, 1995.
- [32] Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number[J]. J Fluid Mech, 1987, 177: 133-166.
- [33] 刘沛清, 李福田. 水垫塘内淹没冲击射流中的大尺度涡结构及其特征[J]. 水利学报, 2000(1): 60-66.
- [34] Chorin A J. 旋度与湍流(影印本)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 49-112.
- [35] http://www.imec.msu.ru/content/nio/VanDaik/vd_6.html
- [36] 范全林, 张会强, 郭印诚, 等. 湍射流的轴对称大涡模拟[J]. 燃烧科学与技术, 2001, 7(4): 248-251.
- [37] Smyth W D, Moum J N. 3D Turbulence. <http://mixing.coas.oregonstate.edu/people/smyth/cv.php>
- [38] 张玉民. 热学[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 224.
- [39] 杨永印, 王瑞和, 沈忠厚, 等. 聚丙烯酰胺浆体旋转射流速度分布的实验研究[J]. 石油大学学报, 2001, 25(6): 38-41.

Turbulent – Eddy Closure Scheme for Two – Dimensional Homogeneous Turbulent Shear Flow

ZHAO Jianhua, ZHANG Qiang

(Institute of Arid Meteorology, China Meteorological Administration; Key Laboratory of Arid Climate Change and Reducing Disaster of Gansu Provinc; Key Open Laboratory of Climatic Change and Disaster Reduction of CMA, Lanzhou 730020, China)

Abstract: After anatomizing the typical experiments for turbulence by Thorpe and Woods et al., some results are obtained as follows: (1) a Taichi model for turbulence is brought forward; (2) The cascade of turbulence includes two basic contents: one is the small – scale eddies resulted from the large – scale eddies by their inward – rotation motions, the other is the hypo – scale eddies originated from the front which is a bigger – speed – shear interface separating the fluids from each other; (3) The dissipative mechanism of turbulence is associated with the front which always tends to be drawn very long. As a result, the interface linking two fluids is extended infinitely and the process of the molecular diffusion between the interface is then highly enhanced to achieve the high effective diffusion of turbulence; (4) An eddy closure scheme is brought forward to close the Reynolds equations; (5) The mixing length is equal to the outer radius of a turbulent eddy, while Karman constant is a function of ratio of inner radius to outer radius of the eddy; (6) By the ideas of operator and turbulent operator, the actual turbulent dynamical equations are deduced; (7) The invariance principle of relationship is brought forward. What’s more, counter – gradient transport and eddy relationology are also discussed.

Key words: turbulent eddy model; closure scheme of eddy; Karman constant; turbulent operator; invariance principle of relationship

2009 年度优秀论文评选揭晓

为激励中青年气象科技人员不断创新、发表更多高水平的学术论文以及进一步提高《干旱气象》的载文质量,促进学术交流,本刊自 2007 年起建立年度优秀论文评选制度,并对优秀论文作者进行奖励。

2009 年度优秀论文评选工作已经结束。经过编委推荐和编委会认真评审,从论文的创新性、实用性及鼓励年轻科研人员投稿积极性等方面出发,编委会从编委推荐的 25 篇文章中评选出 4 篇作为该年度的优秀论文。希望获得优秀论文奖的作者再接再厉,踊跃投稿,同时欢迎广大气象科技工作者积极投稿《干旱气象》并关注《干旱气象》的发展。

优秀论文名单(排名不分先后):

“气溶胶对青藏高原气候变化影响的数值模拟分析”

作者:李新周,刘晓东

第一作者单位:中国科学院地球环境研究所黄土与第四纪国家重点实验室

“基于 DEM 的气温插值方法研究”

作者:蔡迪花,郭锐,李崇伟

第一作者单位:中国气象局兰州干旱气象研究所

“塔克拉玛干沙漠腹地冬季大气稳定度垂直分布特征分析”

作者:刘强,何清,杨兴华,艾力·买买提明,李振杰

第一作者单位:中国气象局乌鲁木齐沙漠气象研究所

“基于 CI 指数的河南省近 40 a 干旱特征分析”

作者:李树岩,刘荣花,师丽魁,马志红第一作者单位:河南省气象科学研究所