

文章编号: 1001-0920(2013)09-1303-06

基于区间直觉模糊的动态多属性灰色关联决策方法

刘 勇¹, Jeffrey Forrest², 刘思峰¹, 赵焕焕¹, 管利荣¹

(1. 南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 211106; 2. 宾州州立 SR 大学 数学系, 宾夕法尼亚 16057)

摘 要: 针对属性值为区间直觉模糊数且属性权重未知的一类决策问题, 利用灰色关联分析的思想, 构建了一种动态区间直觉模糊数多属性决策方法. 首先利用区间直觉模糊数的运算法则和性质设计各时间段的正负理想方案, 并以与正理想方案灰色关联度偏差最小化为目标构建了多目标规划模型, 确定属性权重; 然后通过计算各时间段各方案对正、负理想方案的区间直觉模糊数的灰色关联度, 构建方案优属度模型, 并求解方案优属度的表达式, 确定方案的优属度; 最后通过一个案例验证了所提出的构建方法的有效性和可行性.

关键词: 灰色关联分析; 区间直觉模糊数; 属性权重; 优属度

中图分类号: N94

文献标志码: A

Dynamic multiple attribute grey incidence decision making method based on interval valued intuitionistic fuzzy number

LIU Yong¹, Jeffrey Forrest², LIU Si-feng¹, ZHAO Huan-huan¹, JIAN Li-rong¹

(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. Mathematics Department, Slippery Rock University of USA, Pennsylvania 16057, USA. Correspondent: LIU Yong, E-mail: cilly1985528@163.com)

Abstract: For the decision making problem that the attribute value is interval valued intuitionistic fuzzy number and the attribute weights are unknown, a dynamic multiple attribute decision making method with interval valued intuitionistic fuzzy number based on the grey incidence analysis is proposed. Firstly, the algorithms and properties of the interval valued intuitionistic fuzzy number are used to construct the positive and negative ideal scheme for each time period, and the multi-objective programming model with the minimum deviation of the grey incidence degree between each scheme and the positive ideal scheme for each stage is built to determine the attribute weights. Then the grey incidence each stage degree with interval valued intuitionistic fuzzy number between each scheme and the positive and negative ideal scheme for each stage is calculated to establish the optimization model of the optimal membership degree for scheme, so that the expressions form of the optimal membership degree for scheme is determined to solve the optimal membership degree for scheme. Finally, an example validates the feasibility and effectiveness of the proposed model.

Key words: grey incidence analysis; interval valued intuitionistic fuzzy number; attribute weight; optimal membership degree

0 引 言

直觉模糊集^[1-2]是传统模糊集的一种扩充和发展, 它综合考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度 3 个方面的信息, 为它在对事物属性的描述上提供了更多的选择方式, 在处理不确定信息时具有更强的表现能力, 能够更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本

质. 由于客观事物的复杂性和不确定性, 有关直觉模糊数及区间直觉模糊数的研究已引起了人们的高度重视, 但多集中在直觉模糊信息的集成方式、直觉模糊集的关联测度、距离测度和相似性测度、直觉模糊集的聚类算法、拓扑结构等基础理论方面. 近年来, 区间直觉模糊数也被广泛应用到决策、医疗诊断、逻辑

收稿日期: 2012-04-26; 修回日期: 2012-08-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71173104, 71171113, 70901041); 南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金项目(BCXJ12-12); 中央高校基本科研业务费专项资金项目; 江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXLX12-0175); 江苏省高校哲学社会科学研究重点项目(2012ZDIXM030).

作者简介: 刘勇(1985-), 男, 博士生, 从事灰色理论的研究; Jeffrey Forrest(1959-), 男, 教授, 博士生导师, 俄罗斯科学院院士, 从事一般系统论等研究.

规划、模式识别、机器学习和市场预测等领域^[3]. 自从邓聚龙教授提出灰靶决策以来, 众多的专家学者便投身到对其的研究中.

在社会、经济、军事等诸多决策问题中, 决策者往往需要给出其对决策方案的偏好信息. 由于受客观环境的复杂性、决策者的知识结构和专业水平及时间等因素的影响, 决策者常常不能提供对决策方案的精确偏好信息, 存在着一定的犹豫度. 此时, 用直觉模糊数或区间直觉模糊数来表达决策者的偏好信息更加适合. 目前将直觉模糊数运用到多属性决策已取得了一定的成果, 可以将其分为静态和动态两类多属性决策. 作者注意到, 众多文献在决策过程中仅关注单时段的直觉模糊数多属性决策问题(即静态的多属性决策), 其中 Chen 等^[4]利用得分函数处理构建了基于 vague 集的模糊多属性决策模型, 用于解决经济管理中的评价问题; Hong 等^[5]在文献 [1] 的基础上, 以得分函数和精确函数改进了 vague 集的模糊多属性决策方法; Atanassov 等^[6]基于“并”和“交”运算以及加权平均算子研究了一类属性权重已知且属性值为直觉模糊数的多属性群决策问题; Li^[7]构建了基于直觉模糊数的线性规划模型, 用于解决属性权重和属性值均为直觉模糊数的多属性决策问题; Wang 等^[8]利用备选方案分别与正理想方案和负理想方案的距离构建了一种基于直觉模糊数的决策模型; Xu 等^[9]提出直觉模糊信息的集成方式并将其应用于多属性决策领域; 王坚强等^[10-12]针对决策属性为直觉梯形模糊数且权重信息不完全的情形, 构建了直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法和规划模型; Li^[13]针对决策属性为三角直觉模糊数、属性权重已知的情形, 构建了基于三角直觉模糊数的多属性决策方法; 卫贵武^[14-15]针对属性值为直觉模糊数且权重已知的决策问题构建了 Topsis 方法的直觉模糊多属性决策方法, 之后又研究了属性值为三角直觉模糊数且权重已知的问题, 构建了加权算子群决策方法; 戚筱雯等^[16-17]针对区间直觉模糊多属性群决策中的一致性问题, 决策信息为区间直觉模糊数且属性权重完全未知的多属性群决策问题, 分别提出了基于直觉模糊数的自收敛算法和基于信息熵的决策方法; 万树平等^[18-19]针对属性值为区间梯形直觉模糊且属性权重为区间数和已知情形的多属性决策问题, 提出一种基于分式规划的决策方法; 李晓冰等^[20]针对属性取值以直觉模糊数形式给出的多属性决策问题, 提出了基于直觉模糊推理的多属性群决策方法. 对于多时段的(即动态的)直觉模糊数多属性决策问题只有少量研究, 其中 Xu 等^[21-22]分别针对属性已知研究了直觉模糊环境下和灰数环境下的动态多属性决策问题,

构建了基于直觉模糊数的动态多属性决策模型; 苏志欣等^[23]针对各决策阶段的时间权重及属性权重已知、属性值以区间数形式给出的动态多属性决策问题, 提出一种新的决策方法; 张市芳等^[24-25]分别针对各决策时段的时间权重及属性权重已知情况下属性值以直觉模糊数形式及属性值以三角模糊数形式给出的动态多属性决策问题, 给出了一种基于多准则妥协解排序(VIKOR)拓展的决策分析方法.

在现实决策中, 许多复杂决策问题必须考虑不同时间段的原始决策信息, 因此研究动态的决策问题更具有重要的理论和实际意义. 然而纵观基于直觉模糊数的多属性决策方面的研究, 大多是针对静态问题的多属性决策, 只有很少的文献涉及, 同时目前的文献主要是针对属性权重已知情形的研究, 而对于属性权重完全未知的动态区间直觉模糊决策方法的研究还很少见. 鉴于此, 针对属性值为区间直觉模糊数且属性权重未知的一类决策问题, 本文利用灰色关联分析方法, 设计正负理想方案, 求得决策方案的正负偏差, 构建基于偏差最小化的多目标优化模型, 确定属性权重; 进而通过计算各时间段各方案对正、负理想方案的直觉模糊数的灰色关联度, 构建方案优属度的优化模型, 获得方案优属度的表达式; 最后通过案例验证了该方法的有效性和可行性.

1 基于区间直觉模糊数的动态多属性灰色关联决策方法

1.1 问题描述

直觉模糊集增加了一个新的属性参数: 非隶属度函数, 由于其同时考虑隶属和非隶属两方面的信息, 为它在对事物属性的描述上提供了更多的选择方式, 在处理不确定信息时具有更强的表现能力, 能够更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本质. 由于现实世界的复杂性和不确定性, $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 的值往往难以用精确的实数值表达, 而用区间数比较合适, 因此 Atanassov 等对直觉模糊集进行了拓展, 提出了区间直觉模糊集^[26-27].

设 $S = (X, A, V_{t_k})$ 为区间直觉模糊数的动态多属性决策系统. 其中: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为方案有限非空集合; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 为属性 a_j 的有限非空集合; $V_{t_k} = \bigcup \alpha_{ij}^k (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, p)$ 为方案 x_i 在第 k 时段关于属性 a_j 的值域, 且 $\alpha_{ij}^k = ([\mu_{ij}^k, \overline{\mu_{ij}^k}], [\nu_{ij}^k, \overline{\nu_{ij}^k}])$, 可得到 k 时段的区间直觉模糊决策矩阵 $R_k = (\alpha_{ij}^k)_{n \times m}$, 关于属性 a_j 的权重为 η_j^k (通常 $\eta_j^k = \eta_j^1 = \eta_j^2 = \dots = \eta_j^p$, 这里 η_j 未知); 时间权重分别为 $w = (w_1, w_2, \dots, w_p)$, 且 $w_1 > 0, \sum_{k=1}^p w_k = 1$.

1.2 动态区间直觉模糊多属性决策方法

灰色关联分析是灰色系统理论中十分活跃的一个分支,与要求大样本的相关分析等统计方法不同的是,灰色关联分析方法适用于样本量较小的情形,小样本、贫信息的不确定性系统是灰色系统方法的主要特征.常用来评判系统变量之间的联系或影响程度,其基本思想是根据序列曲线几何形状来判断不同序列之间的联系是否紧密^[28].

定义 1 设

$$(\alpha_j^{+k}) = \max_i \{\alpha_{ij}^k\} = \{\alpha_{ij}^k | \max_i S(\alpha_{ij})\}, \quad (1)$$

$$(\alpha_j^{-k}) = \min_i \{\alpha_{ij}^k\} = \{\alpha_{ij}^k | \min_i S(\alpha_{ij})\}, \quad (2)$$

则方案

$$x_{t_k}^+ = (\alpha_j^{+k}) = \{\alpha_1^{+k}, \alpha_2^{+k}, \dots, \alpha_m^{+k}\} = \\ (([\mu_1^{+k}, \overline{\mu_1^{+k}}], [\nu_1^{+k}, \overline{\nu_1^{+k}}]), \dots, \\ ([\mu_m^{+k}, \overline{\mu_m^{+k}}], [\nu_m^{+k}, \overline{\nu_m^{+k}}])), \quad (3)$$

$$x_{t_k}^- = (\alpha_j^{-k}) = \{\alpha_1^{-k}, \alpha_2^{-k}, \dots, \alpha_m^{-k}\} = \\ (([\mu_1^{-k}, \overline{\mu_1^{-k}}], [\nu_1^{-k}, \overline{\nu_1^{-k}}]), \dots, \\ ([\mu_m^{-k}, \overline{\mu_m^{-k}}], [\nu_m^{-k}, \overline{\nu_m^{-k}}])) \quad (4)$$

分别称为 k 时段的正、负理想方案.

对于正、负理想方案的确定,首先需要基于得分函数的大小进行比较属性值的大小,当得分函数不能区分时,再利用精确函数进行确定.

根据灰色关联分析法,计算在 k 时段第 i 个方案 x_i 与正、负理想方案关于指标 a_j^k 的关联系数.根据文献[29]中区间直觉模糊数的距离计算公式,计算出 k 时段每个方案对正、负理想方案的关联系数分别为

$$\xi_{ij}^{+k} = \frac{\min_i \min_j D_{ij}^{+k} + \rho \max_i \max_j D_{ij}^{+k}}{D_{ij}^{+k} + \rho \max_i \max_j D_{ij}^{+k}}, \quad (5)$$

$$\xi_{ij}^{-k} = \frac{\min_i \min_j D_{ij}^{-k} + \rho \max_i \max_j D_{ij}^{-k}}{D_{ij}^{-k} + \rho \max_i \max_j D_{ij}^{-k}}. \quad (6)$$

其中: ρ 为分辨系数, $\rho \in [0, 1]$, 一般取 $\rho = 0.5$; ξ_{ij}^{+k} 和 ξ_{ij}^{-k} 分别表示在 k 时段方案对正、负理想方案的关联系数;

$$D_{ij}^{+k}(\alpha_{ij}^k, \alpha_j^{+k}) = \frac{1}{4} (|\underline{\mu}_{ij}^k - \underline{\mu}_j^{+k}| + |\overline{\mu}_{ij}^k - \overline{\mu}_j^{+k}| + \\ |\underline{\nu}_{ij}^k - \underline{\nu}_j^{+k}| + |\overline{\nu}_{ij}^k - \overline{\nu}_j^{+k}|), \quad (7)$$

$$D_{ij}^{-k}(\alpha_{ij}^k, \alpha_j^{-k}) = \frac{1}{4} (|\underline{\mu}_{ij}^k - \underline{\mu}_j^{-k}| + |\overline{\mu}_{ij}^k - \overline{\mu}_j^{-k}| + \\ |\underline{\nu}_{ij}^k - \underline{\nu}_j^{-k}| + |\overline{\nu}_{ij}^k - \overline{\nu}_j^{-k}|). \quad (8)$$

由 k 时段理想最优方案的区间直觉模糊数关联系数矩阵 ξ_{ij}^{+k} 可知,理想最优方案与自身的关联系数向量为 $(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{1})$, 所以方案 x_i 与理想最优方案之间

的综合关联度偏差之和为

$$pd_i(\eta) = \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m [(1 - \varepsilon_{ij}^{+k}) \eta_j]^2. \quad (9)$$

其中: $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$ 为属性权重, $\eta_j \geq 0, \sum_{j=1}^m \eta_j = 1$. 于是可建立如下的多目标决策模型:

$$\min pd_i(\eta) = \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m [(1 - \varepsilon_{ij}^{+k}) \eta_j]^2. \quad (10)$$

每个方案都是公平竞争的,不存在任何偏好关系,可以建立如下单目标最优化模型:

$$\begin{cases} \min pd_i(\eta) = \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m [(1 - \varepsilon_{ij}^{+k}) \eta_j]^2, \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^m \eta_j = 1. \end{cases} \quad (11)$$

建立拉格朗日函数

$$L(\eta_j, \lambda) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^m [(1 - \varepsilon_{ij}^{+k}) \eta_j]^2 + 2\lambda \left(\sum_{j=1}^m \eta_j - 1 \right), \quad (12)$$

根据极值存在的必要条件,有

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \eta_j} = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p [(1 - \varepsilon_{ij}^{+k})^2 \eta_j + (1 - \varepsilon_{ij}^{+k})] + 2\lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^m \eta_j - 1 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

解之可得

$$\begin{cases} \lambda = - \left[\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p (1 - \varepsilon_{ij}^{+k})^2 \right)^{-1} \right]^{-1}, \\ \eta_j = \left[\sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p (1 - \varepsilon_{ij}^{+k})^2 \right)^{-1} \right]^{-1} \times \\ \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^p (1 - \varepsilon_{ij}^{+k})^2 \right]^{-1}. \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)得到属性权重,可得到 k 时段每个方案对正、负理想方案的关联度分别为

$$\gamma_i^{+k} = \sum_{j=1}^m \eta_j \times \varepsilon_{ij}^{+k}, \quad (15)$$

$$\gamma_i^{-k} = \sum_{j=1}^m \eta_j \times \varepsilon_{ij}^{-k}. \quad (16)$$

γ_i^{+k} 越大,被评价对象(决策方案) x_i 与正理想方案 $x_{t_k}^+$ 越接近,方案越佳; γ_i^{-k} 与之相反.因此,决策方案应该距正理想方案最近,而同时又距负理想方案最远.假设被评价对象(决策方案) x_i 以优属度 d_i 从属于正理想方案 $x_{t_k}^+$, 则被评价对象(决策方案) x_i 又以 $1 - d_i$ 从属于负理想 $x_{t_k}^-$. 为确定优属度 d_i , 建立如下优化模型:

$$\min H(d) = \min \sum_{k=1}^p \{[(1 - d_i)w_k\gamma_i^{+k}]^2 + [d_iw_k\gamma_i^{-k}]^2\}, \quad (17)$$

其中 $w = (w_1, w_2, \dots, w_p)$ 为时间权重向量, $w_1 > 0$, $\sum_{k=1}^p w_k = 1$.

根据极值存在的必要条件, 有

$$\frac{\partial H}{\partial d_i} = 2 \sum_{k=1}^p (1 - d_i)(w_k\gamma_i^{+k})(-w_k\gamma_i^{+k}) + 2 \sum_{k=1}^p d_i(w_k\gamma_i^{-k})(-w_k\gamma_i^{-k}) = 0, \quad (18)$$

可得优属度

$$d_i = \frac{\sum_{k=1}^p (w_k\gamma_i^{+k})^2}{\sum_{k=1}^p (w_k\gamma_i^{+k})^2 + \sum_{k=1}^p (w_k\gamma_i^{-k})^2}. \quad (19)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, p$).

d_i 表示被评价对象(决策方案) x_i 优属于正理想方案 x_k^+ 的程度, x_i 越大, 被评价对象(决策方案) x_i 越优; 反之, d_i 越小, 表示被评价对象(决策方案) x_i 越差.

2 案例分析

考虑某个风险投资公司进行项目投资决策, 有 5 个可供选择企业 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, 4 个评价属性 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 评价属性分别是风险分析、成长分析、社会政治影响分析、环境影响分析. 专家组根据上述 4 个评价属性对 5 个供选择的企业在最近 3 年的业绩分别进行评估, 并构建直觉模糊决策矩阵 $R_k = (\alpha_{ij}^k)_{n \times m}$ 如下 ($k = 1, 2, 3$, 各时间段的权重分别为 $w = (0.2000, 0.3000, 0.5000)$, 而属性权重未知):

$$R_1 = \begin{bmatrix} ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) & ([0.2, 0.3], [0.6, 0.7]) & ([0.1, 0.2], [0.7, 0.8]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.3, 0.4], [0.4, 0.5]) \\ ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.4, 0.5], [0.3, 0.4]) & ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) \\ ([0.8, 0.9], [0.0, 0.1]) & ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.2, 0.3], [0.4, 0.5]) & ([0.2, 0.3], [0.5, 0.6]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.2]) & ([0.3, 0.4], [0.4, 0.5]) & ([0.7, 0.8], [0.0, 0.1]) & ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} ([0.3, 0.4], [0.3, 0.5]) & ([0.4, 0.5], [0.2, 0.3]) & ([0.1, 0.2], [0.5, 0.6]) & ([0.0, 0.1], [0.6, 0.7]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.7], [0.0, 0.1]) & ([0.5, 0.6], [0.0, 0.1]) & ([0.3, 0.4], [0.4, 0.5]) \\ ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) & ([0.3, 0.4], [0.3, 0.4]) & ([0.4, 0.5], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.1, 0.2]) \\ ([0.7, 0.8], [0.0, 0.1]) & ([0.5, 0.6], [0.1, 0.2]) & ([0.2, 0.3], [0.3, 0.4]) & ([0.1, 0.2], [0.5, 0.6]) \\ ([0.5, 0.6], [0.1, 0.2]) & ([0.3, 0.4], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.8], [0.0, 0.1]) & ([0.4, 0.5], [0.2, 0.3]) \end{bmatrix},$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} ([0.3, 0.4], [0.5, 0.6]) & ([0.5, 0.5], [0.4, 0.5]) & ([0.1, 0.2], [0.7, 0.7]) & ([0.0, 0.1], [0.8, 0.9]) \\ ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.3, 0.4], [0.5, 0.6]) \\ ([0.4, 0.5], [0.4, 0.5]) & ([0.4, 0.5], [0.5, 0.5]) & ([0.4, 0.5], [0.3, 0.4]) & ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]) \\ ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.4, 0.4]) & ([0.2, 0.3], [0.5, 0.6]) & ([0.1, 0.2], [0.6, 0.7]) \\ ([0.5, 0.6], [0.3, 0.3]) & ([0.2, 0.3], [0.4, 0.6]) & ([0.6, 0.7], [0.1, 0.2]) & ([0.4, 0.5], [0.3, 0.4]) \end{bmatrix}.$$

利用文献[29]中直觉模糊数的得分函数和公式精确函数, 可得各个时间段的正负理想方案为

$$U_1^+ = (\alpha_j^{+1}) = (([0.8, 0.9], [0.0, 0.1]), ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]), ([0.7, 0.8], [0.0, 0.1]), ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])),$$

$$U_1^- = (\alpha_j^{-1}) = (([0.5, 0.6], [0.3, 0.4]), ([0.3, 0.4], [0.4, 0.5]), ([0.2, 0.3], [0.6, 0.7]), ([0.1, 0.2], [0.7, 0.8])),$$

$$U_2^+ = (\alpha_j^{+2}) = (([0.7, 0.8], [0.0, 0.1]), ([0.6, 0.7], [0.0, 0.1]), ([0.6, 0.8], [0.0, 0.1]), ([0.5, 0.6], [0.1, 0.2])),$$

$$U_2^- = (\alpha_j^{-2}) = (([0.3, 0.4], [0.3, 0.5]), ([0.3, 0.4], [0.3, 0.4]), ([0.1, 0.2], [0.5, 0.6]), ([0.0, 0.1], [0.6, 0.7])),$$

$$U_3^+ = (\alpha_j^{+3}) = (([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]), ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]), ([0.6, 0.7], [0.1, 0.2]), ([0.5, 0.6], [0.3, 0.4])),$$

$$U_3^- = (\alpha_j^{-3}) = (([0.3, 0.4], [0.5, 0.6]), ([0.2, 0.3], [0.4, 0.6]), ([0.1, 0.2], [0.7, 0.7]), ([0.0, 0.1], [0.8, 0.9])).$$

利用式(5)和(6), 计算各时段的关联系数矩阵

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^+ &= \begin{bmatrix} 0.4783 & 0.6471 & 0.3333 & 0.3548 \\ 0.5748 & 1.0000 & 0.8462 & 0.5238 \\ 0.4783 & 0.5238 & 0.5789 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.5789 & 0.3793 & 0.4400 \\ 0.6111 & 0.4400 & 1.0000 & 0.7333 \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_1^- &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5789 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.7333 & 0.4400 & 0.3548 & 0.5238 \\ 1.0000 & 0.7333 & 0.4400 & 0.3548 \\ 0.4783 & 0.6471 & 0.7333 & 0.6471 \\ 0.6875 & 1.0000 & 0.3333 & 0.4074 \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_2^+ &= \begin{bmatrix} 0.4118 & 0.5376 & 0.3333 & 0.3443 \\ 0.6364 & 1.0000 & 0.7778 & 0.5122 \\ 0.5676 & 0.4667 & 0.6000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.7241 & 0.4118 & 0.3962 \\ 0.6364 & 0.5122 & 1.0000 & 0.7241 \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_2^- &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.7241 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.5385 & 0.4667 & 0.3684 & 0.5122 \\ 0.6000 & 1.0000 & 0.4286 & 0.3443 \\ 0.4118 & 0.5676 & 0.6364 & 0.7241 \\ 0.5385 & 0.8400 & 0.3333 & 0.3962 \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_3^+ &= \begin{bmatrix} 0.3962 & 0.6000 & 0.3333 & 0.3443 \\ 0.5676 & 1.0000 & 0.6774 & 0.5676 \\ 0.4667 & 0.5385 & 0.5676 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.6774 & 0.3962 & 0.4286 \\ 0.6000 & 0.4468 & 1.0000 & 0.8400 \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_3^- &= \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.6364 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.5676 & 0.4468 & 0.3962 & 0.4667 \\ 0.7241 & 0.6364 & 0.4468 & 0.3443 \\ 0.3962 & 0.5676 & 0.6774 & 0.6364 \\ 0.5385 & 1.0000 & 0.3333 & 0.3684 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

将关联系数代入式(14), 计算得到属性权重分别为

$$\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4) = (0.2357, 0.2131, 0.2767, 0.2745).$$

根据所求的属性权重

$$\eta = (0.2357, 0.2131, 0.2767, 0.2745),$$

由时间权重 $w = (0.2000, 0.3000, 0.5000)$, 利用式(15)和(16)得到各个时段各方案对正、负理想方案的关联度分别为

$$\begin{aligned} (\gamma_i^{+1}) &= (0.4402, 0.7275, 0.6590, 0.5848, 0.7158), \\ (\gamma_i^{-1}) &= (0.9103, 0.5086, 0.6111, 0.6311, 0.5792), \\ (\gamma_i^{+2}) &= (0.4047, 0.7189, 0.6737, 0.6127, 0.7346), \\ (\gamma_i^{-2}) &= (0.9412, 0.4689, 0.5676, 0.5929, 0.5029), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\gamma_i^{+3}) &= (0.4080, 0.6901, 0.6563, 0.6073, 0.7439), \\ (\gamma_i^{-3}) &= (0.9225, 0.4667, 0.5244, 0.5765, 0.5334). \end{aligned}$$

由各阶段各方案的正、负理想关联度, 利用式(19)可以求得各方案的优属度分别为: $d_1 = 0.1645$, $d_2 = 0.6882$, $d_3 = 0.5955$, $d_4 = 0.5167$, $d_5 = 0.6583$. 可知 $d_2 > d_5 > d_3 > d_4 > d_1$, 即对于5个可供风投公司选择的风投企业, 其中企业2在风险分析、成长分析、社会政治影响分析、环境影响分析等方面近年综合的表现为最优, 其次是第5个企业, 最差的是第1个企业. 因此, 风险投资公司进行风险项目投资时可以选择企业2进行项目的投资, 而将企业5和企业3作为备选企业, 企业1不予考虑. 通过案例分析可知, 利用与理想方案偏差最小的优化模型确定属性指标权重和基于方案优属度模型获得方案的优属程度的动态多属性灰色关联决策方法, 能有效地处理具有直觉模糊特性的动态决策问题, 使决策结果更为客观真实, 且易于计算实现.

3 结 论

动态多属性决策在经济、社会、管理、工程等领域有着广泛的应用背景, 对动态多指标决策问题进行研究具有重要的理论意义和现实意义. 本文对具有时间、属性、方案的动态多指标决策问题进行了研究, 提出一种基于区间直觉模糊数的动态多属性灰色关联决策模型, 用于解决现实中属性值为区间直觉模糊数且属性权重未知的一类决策问题. 该模型基于区间直觉模糊数的运算法则与性质确定各阶段的正负理想方案, 利用与正理想方案灰色关联度偏差最小构建了多目标规划模型, 确定属性权重; 以各时间段各方案对正、负理想方案的区间直觉模糊数灰色关联度, 构建方案优属度模型, 获得方案的优属度; 最后以风险投资公司项目投资决策作为案例检验了本文模型的有效性和可行性. 结果表明, 本文方法能有效地处理具有直觉模糊特性的动态决策问题, 使决策结果更为客观真实, 且计算方法简单、易于在计算机上操作.

参考文献(References)

- [1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [2] Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33: 37-46.
- [3] Zhang H Y, Zhang W X, Mei C L. Entropy of interval valued fuzzy sets based on distance and its relationship with similarity measure[J]. Knowledge-Based Systems, 2009, 22(6): 449-454.
- [4] Chen S M, Tan J M. Handling multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.

- [5] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(1): 103-113.
- [6] Atanassov K, Pasi G, Yager R R. Intuitionistic fuzzy interpretations of multi-criteria multi-person and multimeasurement tool decision making[J]. *Int J of Systems Science*, 2005, 36(14/15): 859-868.
- [7] Li D F. Multiattribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets[J]. *J of Computer and System Sciences*, 2005, 70(1): 73-85.
- [8] 王毅, 雷英杰, 路艳丽. 基于直觉模糊集的多属性模糊决策方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(12): 2060-2063.
(Wang Y, Lei Y J, Lu Y L. Multiple attribute decision making method based on intuitionistic fuzzy sets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(12): 2060-2063.)
- [9] 徐泽水, 陈剑. 一种基于区间直觉判断矩阵的群决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(4): 126-133.
(Xu Z S, Chen J. An approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgment matrices[J]. *System Engineering-Theory & Practice*, 2007, 27(4): 126-133.)
- [10] 王坚强, 张忠. 基于直觉模糊数的信息不完全的多准则规划方法[J]. *控制与决策*, 2008, 23(10): 1145-1148.
(Wang J Q, Zhang Z. Programming method of multicriteria decision making based on intuitionistic fuzzy number with incomplete certain information[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(10): 1145-1148.)
- [11] 王坚强, 张忠. 基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(2): 226-230.
(Wang J Q, Zhang Z. Multi-criteria decision making method with incomplete certain information based on intuitionistic fuzzy number[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(2): 226-230.)
- [12] Wang J Q, Zhang Z. Aggregation operators on intuitionistic trapezoidal fuzzy number and its application to multicriteria decision making problems[J]. *J of Systems Engineering and Electronics*, 2009, 20(2): 321-326.
- [13] Li D F. A ratio ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2010, 60(6): 1557-1570.
- [14] Wei G W. Some arithmetic aggregation operators with intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers and their application to group decision making[J]. *J of Computer*, 2010, 5(3): 345-351.
- [15] 卫贵武. 一种区间直觉模糊数多属性决策的 Topsis 方法[J]. *统计与决策*, 2008, 23(1): 149-150.
(Wei G W. A multi-criteria interval valued intuitionistic fuzzy decision making with Topsis method[J]. *Statistics and Decision*, 2008, 23(1): 149-150.)
- [16] 戚筱雯, 梁昌勇, 张恩桥, 等. 基于熵最大化的区间直觉模糊多属性群决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(10): 1940-1948.
(Qi X W, Liang C Y, Zhang E Q, et al. Approach to interval-valued intuitionistic fuzzy multiple attributes group decision making based on maximum entropy[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2011, 31(10): 1940-1948.)
- [17] 戚筱雯, 梁昌勇, 张恩桥, 等. 区间直觉模糊多属性群决策自收敛算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(1): 110-115.
(Qi X W, Liang C Y, Zhang E Q, et al. Automatic convergent approach in interval-valued intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision making[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(1): 110-115.)
- [18] 万树平, 董九英. 多属性群决策的直觉梯形模糊数法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(5): 773-776.
(Wan S P, Dong J Y. Method of intuitionistic trapezoidal fuzzy number for multi-attribute group decision[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(5): 773-776.)
- [19] 万树平. 基于分式规划的区间梯形直觉模糊数多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(3): 455-459.
(Wan S P. Multi-attribute decision making method based on interval-valued trapezoidal intuitionistic fuzzy number[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(3): 455-459.)
- [20] 李晓冰, 徐扬. 基于直觉模糊推理的多属性群决策方法研究[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(2): 533-536.
(Li X B, Xu Y. Method of multiple attribute group decision making based on intuitionistic reasoning[J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(2): 533-536.)
- [21] Xu Z, Yanger R. Dynamic intuitionistic fuzzy multi-attribute decision[J]. *Int J of Approximate Reasoning*, 2008, 48(1): 246-262.
- [22] Lin Y, Lee P, Ting H. Dynamic multi-attribute decision making model with grey number evaluation[J]. *Expert Systems with Application*, 2008, 35(4): 1638-1644.
- [23] 苏志欣, 王理, 夏国平. 区间数动态多属性决策的 VIKOR 扩展方法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(6): 836-840.
(Su Z X, Wang L, Xia G P. Extended VIKOR method for dynamic multi-attribute decision making with interval numbers[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(6): 836-840.)