

文章编号: 1001-0920(2013)09-1309-06

基于自适应模糊逻辑系统的一类混沌系统同步控制

王银河, 高子林, 王钦若, 章云

(广东工业大学 自动化学院, 广州 510006)

摘要: 针对一类带有未知函数和干扰的混沌系统, 进行了基于自适应模糊逻辑系统的自适应同步控制器的设计. 首先基于模糊逼近原理, 通过对该混沌系统中未知函数的输入输出进行采样, 根据采样数据信息设计出具有参数自适应功能的 Mamdani 型模糊逻辑系统; 然后利用该模糊逻辑系统给出一种带有参数自适应的驱动响应同步控制器设计方法; 最后通过数值仿真算例表明了该方法的有效性.

关键词: 混沌系统; 自适应模糊逻辑系统; 驱动响应同步控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Synchronization control for a class of chaotic systems based on adaptive fuzzy logic systems

WANG Yin-he, GAO Zi-lin, WANG Qin-ruo, ZHANG Yun

(School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China. Correspondent: GAO Zi-lin, E-mail: gaozilin321@163.com)

Abstract: For a class of chaotic systems with unknown functions and disturbances, a synchronization controller based on the adaptive fuzzy logic systems is proposed in this paper. Firstly, based on the universal approximation property of fuzzy logic systems, the Mamdani type fuzzy logic system with the parameter adaptive laws is designed by utilizing the data information sampled from the inputs and outputs of unknown functions in the chaotic systems. Then this fuzzy logic system is employed to synthesize the drive-response synchronization controller with parameter adaptive laws. Finally, the simulation shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: chaotic systems; adaptive fuzzy logic system; drive-response synchronization

0 引言

1990 年, Pecora 等^[1]对两个混沌系统的驱动响应同步进行了研究, 此后, 混沌系统同步在保密通讯和生物系统领域的潜在应用引起了诸多学者的极大兴趣, 并取得了许多有价值的理论和应用成果^[2-3]. 但是, 由于混沌系统存在内在的强非线性和外部干扰的不确定性, 相关的驱动响应同步控制问题仍然没有完全得到解决. 已有的研究表明, 如果驱动系统和响应系统的数学模型都能表示成动态微分方程, 则驱动响应同步问题与控制理论中的系统观测器设计问题紧密相关^[4-5], 这意味着控制理论的一些数学方法可以用来解决驱动响应同步控制问题, 例如用自适应控制思想解决不确定混沌系统的同步控制问题^[6],

用滑模变结构控制方法解决受扰混沌系统的同步控制^[7]等.

近年来, 针对混沌系统内在的未知非线性和不确定性, 国内外许多学者将模糊逻辑系统应用到混沌系统稳定和同步控制研究领域^[8-9]. 值得注意的是, 这些研究中的主要研究方法是利用 T-S 型模糊逻辑系统精确表示混沌系统. 很明显, 这种方法要求已知混沌系统的精确数学模型, 因此很难将这种方法推广到未知精确数学模型的情形. 近年来, 基于模糊逻辑系统的万能逼近性^[10], 文献 [11-12] 使用 Mamdani 型模糊逻辑系统逼近被控系统的不确定性和未知非线性项, 结合自适应方法设计了混沌系统稳定和同步控制器. Mamdani 型模糊逻辑系统的输出可以表示为某些

收稿日期: 2012-04-24; 修回日期: 2012-07-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273219); 广东省自然科学基金项目(8151009001000061); 广东省自然科学基金团队项目(8351009001000002).

作者简介: 王银河(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统智能控制理论与应用等研究; 高子林(1986-), 男, 硕士生, 从事模糊自适应控制的研究.

模糊基函数的线性组合,因此文献[11-12]的自适应律主要依据这些组合系数的估计而设计.自适应律的个数取决于模糊规则数目,为了提高控制效果和控制精度,通常大量的模糊规则将用于模糊逼近中,这样便增加了用于估计参数的自适应律,同时也加大了在线运算量,极易产生较大延时而造成系统不稳.

为了提高模糊逻辑系统逼近精度,减少规则数,自适应模糊逻辑系统应运而生.自适应模糊逻辑系统依靠历史或采样数据信息对模糊逻辑系统的参数进行在线辨识估计^[13],这种针对模糊逻辑系统本身的自适应方法不同于通常的模糊自适应控制方法,主要的区别是:通常的模糊自适应方法主要关注被控系统参数或者模糊逻辑规则后件参数的在线自适应估计,并且这些参数估计主要是以控制目标为准则的^[14-15];而自适应模糊逻辑系统不仅在线估计后件参数,同时也对模糊逻辑系统规则中隶属函数参数进行自适应估计^[13,16],并且这些参数估计主要是以模糊逼近为准则的.显然,依据逼近对象的采样或历史数据而构成的自适应模糊逻辑系统可以有助于避免模糊规则的不合理性,减少规则数目,提高逼近精度.

本文首先设计了一类自适应模糊逻辑系统,然后利用其逼近混沌系统中未知非线性函数,借助于系统观测器的设计思想,结合 Lyapunov 稳定性定理进行驱动响应同步控制设计和分析,最终得到了混沌系统驱动响应渐近同步控制器及 3 个参数自适应律,并且这 3 个参数自适应律均与模糊逻辑规则数无关,因而有效地降低了自适应律的数目.最后,对带有未知非线性项和干扰的 Lorenz 和 Duffing 混沌系统同步控制进行仿真,仿真结果验证了该方法的可行性和有效性.

1 模型描述及基本假设

考虑一类混沌驱动系统

$$\dot{x} = Ax + B[f(x) + \xi_1(t)]. \quad (1)$$

其中: A 和 B 分别是 $n \times n$ 和 $n \times m$ 阶实矩阵; 状态向量 $x = (x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n)^T \subseteq R^n$, 干扰向量 $\xi_1(t) = (\xi_{11}(t) \ \cdots \ \xi_{1m}(t))^T$, $f(x) = (f_1(x) \ \cdots \ f_m(x))^T$, $f_k(x)$ 和 $\xi_{1k}(t)$ 是未知的连续函数, $k = 1, 2, \dots, m$.

系统(1)的响应系统如下:

$$\dot{y} = Ay + B[f(y) + \xi_2(t) + gu]. \quad (2)$$

其中: 控制输入 $u = (u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_m)^T \subseteq R^m$; 干扰向量 $\xi_2(t) = (\xi_{21}(t) \ \cdots \ \xi_{2m}(t))^T$ 在 $[0, +\infty]$ 上是连续的; g 是一个未知的常数增益系数, 且 $g \neq 0$.

设状态误差为 $e = y - x$, 可得如下误差动态方程:

$$\dot{e} = Ae + B[f(y) - f(x) + \xi_2(t) - \xi_1(t) + gu]. \quad (3)$$

假设 1 1) 系统(1)和系统(2)中的状态向量均

为有界可测的; 2) 矩阵对 (A, B) 是完全可控的, 即对于一个给定的正定矩阵 Q , 存在一个 $m \times n$ 的矩阵 K 使如下 Lyapunov 方程有且只有一个正定对称矩阵解 P :

$$(A + BK)^T P + P(A + BK) = -Q. \quad (4)$$

假设 2 1) $\|\xi_r(t)\| \leq \omega_r(t)$, $r = 1, 2$, 其中 $\omega_r(t)$ 是已知函数, 且在 $[0, +\infty]$ 上连续有界; 2) 存在两个已知的正常数 \bar{g} 和 g , 使 $0 < g \leq \bar{g}$; 3) $f(x)$ 在紧致集合 $W \subseteq R^n$ 上满足 Lipschitz 条件, 即对于任意 $x_1, x_2 \in W$, 存在一个正常数 L (可能是未知的) 满足不等式 $\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq L \|x_1 - x_2\|$.

注 1 1) 在方程(4)中, 矩阵 K 可以通过求解线性矩阵不等式 $XA^T + AX + BY + Y^T B^T < 0$ 获得, 其中 $X > 0$ 且 $X = P^{-1}$, $Y = KX$; 2) 如果 $\partial f_k / \partial x_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, m$) 在紧致集合 W 上是连续的, 假设 2 中的常数可以选取为

$$L = \sup_{x \in W} \left\| \left(\frac{\partial f_k}{\partial x_j} \right)_{m \times n} \right\|.$$

2 自适应模糊逻辑系统设计

假定有未知函数 $f(x)$ 中 $f_k(x)$ 的一组输入输出数据对

$$(x^{(i)}; f_k(x^{(i)})), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

如果系统(1)中的状态变量均可测, 矩阵 B 列满秩, 则可根据 $\tilde{f}(x) = (B^T B)^{-1} B^T [\dot{x} - Ax] - \xi_1(t)$, 利用差分和小波去噪方法^[17]得到式(5)中的函数采样数据. 用于逼近 $f_k(x)$ 的模糊逻辑系统 F^k 的第 i_k 条模糊规则表述为

$$F^k \{i_k\}: \text{ If } x_1 \text{ is } A_{1k}^{i_k} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{2k}^{i_k} \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_{nk}^{i_k}, \text{ Then } \hat{y}_k \text{ is } \omega_k^{i_k}. \quad (6)$$

其中: $i_k = 1, 2, \dots, N_k$, $k = 1, 2, \dots, m$; $A_{jk}^{i_k}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 是模糊集, 且 $A_{jk}^{i_k} \in \{A_{jk}^1, \dots, A_{jk}^{M_{jk}}\}$, M_{jk} 表示 $f_k(x)$ 中输入变量 x_j 的模糊集个数; $\omega_k^{i_k}$ 为常数.

选取以 $a_{j i_k}^k$ 为均值、 $b_{j i_k}^k$ 为方差的高斯型隶属函数

$$u_{A_{jk}^{i_k}} = \exp \left[\frac{-(x_j - a_{j i_k}^k)^2}{2(b_{j i_k}^k)^2} \right], \quad (7)$$

其中 $a_{j i_k}^k$ 和 $b_{j i_k}^k$ 分别选自数据集 $\{a_{jk}^1, \dots, a_{jk}^{M_{jk}}\}$ 和 $\{b_{jk}^1, \dots, b_{jk}^{M_{jk}}\}$.

采用中心平均模糊消除器, 乘积推理规则及单点模糊化处理时, 模糊逻辑系统 F^k 具有如下输出形式:

$$\hat{y}_k(x) = F_k(x) = \frac{\sum_{i_k=1}^{N_k} \omega_k^{i_k} \prod_{j=1}^n u_{A_{jk}^{i_k}}(x_j)}{\sum_{i_k=1}^{N_k} \prod_{j=1}^n u_{A_{jk}^{i_k}}(x_j)}. \quad (8)$$

根据采样的输入数据 $x^{(i)} = (x_1^{(i)} \cdots x_n^{(i)})^T$, F^k 的第 i_k 条模糊规则的激活度为

$$u_{ki_k}^{(i)} = \prod_{j=1}^n u_{A_{jk}^{i_k}}(x_j^{(i)}), \quad (9)$$

相应的输出为

$$\hat{y}_k^{(i)} = F_k^{(i)} = \frac{\sum_{i_k=1}^{N_k} \omega_k^{i_k} u_{ki_k}^{(i)}}{\sum_{i_k=1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)}}. \quad (10)$$

显然,上述 N_k 条规则中, 包含有均值 a_{jk}^q 和方差 b_{jk}^q 的模糊集 A_{jk}^q 的规则数为 $K_{jk} = \prod_{p=1, p \neq j}^n M_{pk}$, $q = 1, 2, \dots, M_{jk}$. 为简单起见, 假设规则库中前 K_{jk} 条规则包含 A_{jk}^q , 则式 (10) 等价于

$$\hat{y}_k^{(i)} = \left\{ \exp \left[\frac{-(x_j^{(i)} - a_{jk}^q)^2}{2(b_{jk}^q)^2} \right] \sum_{i_k=1}^{K_{jk}} \left[\prod_{\bar{k}=1, \bar{k} \neq j}^n \omega_{k\bar{k}}^{i_k} \times u_{A_{k\bar{k}}^{i_k}}(x_{\bar{k}}^{(i)}) \right] + \sum_{i_k=K_{jk}+1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)} \omega_k^{i_k} \right\} / \sum_{i_k=1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)}. \quad (11)$$

定义逼近误差目标函数为

$$E_k = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [f_k(x^{(i)}) - \hat{y}_k^{(i)}]^2. \quad (12)$$

参照文献 [16] 中的方法, 若要使模糊逻辑系统的输出误差最小, 则可使用最陡梯度下降算法, 即沿误差最陡梯度下降方向修正参数 a_{jk}^q , b_{jk}^q 和 $\omega_k^{i_k}$, 于是可得如下参数自适应律:

$$a_{jk}^q(l+1) = a_{jk}^q(l) + \frac{\eta_a}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ [f_k(x^{(i)}) - \hat{y}_k^{(i)}] \frac{(x_j^{(i)} - a_{jk}^q(l))}{(b_{jk}^q(l))^2} \times \sum_{i_k=1}^{K_{jk}} [u_{ki_k}^{(i)} \omega_k^{i_k}(l) - u_{ki_k}^{(i)} \hat{y}_k^{(i)}] / \sum_{i_k=1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)} \right\}, \quad (13)$$

$$b_{jk}^q(l+1) = b_{jk}^q(l) + \frac{\eta_b}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ [f_k(x^{(i)}) - \hat{y}_k^{(i)}] \times \frac{(x_j^{(i)} - a_{jk}^q(l))^2}{(b_{jk}^q(l))^3} \times \sum_{i_k=1}^{K_{jk}} [u_{ki_k}^{(i)} \omega_k^{i_k}(l) - u_{ki_k}^{(i)} \hat{y}_k^{(i)}] / \sum_{i_k=1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)} \right\}, \quad (14)$$

$$\omega_k^{i_k}(l+1) = \omega_k^{i_k}(l) + \frac{\eta_\omega}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ u_{ki_k}^{(i)} [f_k(x^{(i)}) - \hat{y}_k^{(i)}] / \sum_{i_k=1}^{N_k} u_{ki_k}^{(i)} \right\}. \quad (15)$$

其中: $\eta_a, \eta_b, \eta_\omega$ 是估计速率系数; $l = 1, 2, \dots$ 是迭代次数. 在每一次迭代过程中, 式 (13)~(15) 的自适应律可以自动地更新参数向量, 直到目标函数趋于零.

具有形如式 (6) 的模糊规则以及输出 (8) 的模糊逻辑系统 F^k 连同自适应律 (13)~(15) 一起构成了用

于逼近系统 (1) 中 $f_k(x)$ 的自适应模糊逻辑系统, 记为 AF^k . 显然有 $F^k(x) = AF^k(x)$.

现考虑一个非零的时间变量参数 $\rho = \rho(t)$, 将其引入式 (8), 得到

$$\tilde{y}_k(x) = F_k\left(\frac{x}{\rho}\right) = \frac{\sum_{i_k=1}^{N_k} \omega_k^{i_k} \prod_{j=1}^n u_{A_{jk}^{i_k}}\left(\frac{x_j}{\rho}\right)}{\sum_{i_k=1}^{N_k} \prod_{j=1}^n u_{A_{jk}^{i_k}}\left(\frac{x_j}{\rho}\right)}. \quad (16)$$

3 同步控制器设计

利用上述自适应模糊逻辑系统 (8) 对未知非线性函数进行逼近, 需进行下列假设.

假设 3 针对系统 (1), 存在 m 个正常数 ε_k (可能是未知的) 和形如式 (8) 的模糊逻辑系统满足

$$\sup_{x \in W} \left| \frac{1}{g} f_k(x) - F_k(x) \right| \leq \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

如果假设 3 成立, 则有

$$\sup_{x \in W} \left\| \frac{1}{g} f(x) - F(x) \right\| \leq \sqrt{\sum_{k=1}^m \varepsilon_k^2} \triangleq \varepsilon,$$

其中 $F(x) = (F_1(x), \dots, F_m(x))^T$. 为了表示方便, 分别用 $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(t)$, $\hat{L} = \hat{L}(t)$ 表示 ε 和 L 的估计值, 而 $\tilde{\varepsilon} = \hat{\varepsilon} - \varepsilon$ 和 $\tilde{L} = \hat{L} - L$ 表示估计误差.

考虑如下扩展误差闭环系统 (EECS):

$$\dot{e} = Ae + B[f(y) - f(x) + \xi_2(t) - \xi_1(t) + gu], \quad (17a)$$

$$\dot{\rho} = \pi(e, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L}), \quad (17b)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \Psi(e, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L}), \quad (17c)$$

$$\dot{\hat{L}} = \Phi(e, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L}), \quad (17d)$$

$$u = u(x, y, \rho). \quad (17e)$$

EECS 中的状态变量为 $\mathbf{X} = (e^T, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L})^T$, $\pi(\cdot)$ 为参数 ρ 的自适应律, 估计向量 $\hat{\varepsilon}$ 和 \hat{L} 的自适应律分别为 $\Psi(\cdot)$ 和 $\Phi(\cdot)$, $u = u(x, y, \rho)$ 为控制器.

控制目标是: 设计控制器 (17e) 和自适应律 (17b)~(17d), 使状态 $\mathbf{X} = (e^T, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L})^T$ 有界并且使驱动系统 (1) 和响应系统 (2) 渐近同步, 即 $e \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$.

针对上述控制目标, 对响应系统 (2) 提出如下控制方案:

$$u = \begin{cases} 0, & \|e\| > |\rho|\alpha; \\ u_a + u_b, & \|e\| \leq |\rho|\alpha. \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$u_a = Ke + \nu, \quad u_b = F\left(\frac{x}{\rho}\right) - F\left(\frac{y}{\rho}\right),$$

$$\nu = \begin{cases} -\frac{B^T P e}{\|e^T P B\|} \frac{(\bar{g} + 1)\|Ke\| + \omega_1(t) + \omega_2(t)}{g}, \\ e^T P B \neq 0; \\ 0, & e^T P B = 0. \end{cases}$$

且参数自适应律分别为

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \frac{1}{2\rho\alpha^2}\{\delta + [2\|A\| + 2\|B\|\hat{L}]\|e\|^2 + \\ 2\|B\| \cdot \|e\|[\omega_1(t) + \omega_2(t)]\}, \|e\| > |\rho|\alpha; \\ -2\frac{\beta_1}{\rho}\|PB\| \cdot \|e\|[\alpha\hat{L}(1 + |\rho|) + 2\bar{g}\hat{\varepsilon}], \\ \|e\| \leq |\rho|\alpha; \end{cases} \quad (19)$$

$$\dot{\varepsilon} = \begin{cases} 0, \|e\| > |\rho|\alpha; \\ 4\beta_2\bar{g}\|PB\| \cdot \|e\|, \|e\| \leq |\rho|\alpha; \end{cases} \quad (20)$$

$$\dot{L} = \begin{cases} 2\lambda\|B\| \cdot \|e\|^2, \|e\| > |\rho|\alpha; \\ 2\beta_3\alpha(1 + |\rho|)\|PB\| \cdot \|e\|, \|e\| \leq |\rho|\alpha. \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\delta, \lambda, \beta_1, \beta_2$ 和 β_3 分别是调节正常数; α 是大于零的设计常数, 且满足 $\{x \| \|x\| \leq \alpha\} \subseteq W$.

定理 1 考虑驱动系统(1)和响应系统(2), 如果假设 1~假设 3 成立, 则通过控制器(18)和自适应律(19)~(21)的作用, 可以达到控制目标的要求.

证明 可通过如下两种情形进行证明.

情形 1: $\|e\| > |\rho|\alpha$. 此情形中, 需要证明在有限的时间内状态向量 $\mathbf{X} = (e^T, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L})^T$ 能进入集合 $D = \{\mathbf{X} \| \|e\| \leq |\rho|\alpha\}$ 中. 为此, 令 $s = s(e, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L}) = \|e\|^2 - \rho^2\alpha^2 + 0.5\hat{\varepsilon}^2 + 0.5\lambda^{-1}\hat{L}^2$, 容易看出当 $\|e\| > |\rho|\alpha$ 时, $s > 0$. 考虑关于 s 的正定函数 $\bar{V} = \frac{1}{2}s^2$, 通过使用式(18)~(21), 正定函数 \bar{V} 关于时间 t 的导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} &= s(\dot{e}^T e + e^T \dot{e} - 2\rho\dot{\rho}\alpha^2 + \hat{\varepsilon}\dot{\hat{\varepsilon}} + \lambda^{-1}\hat{L}\dot{\hat{L}}) \leq \\ & s\{2\|A\| \cdot \|e\|^2 + 2\|e\| \cdot \|B\|[\|L\|e\| + \omega_1(t) + \\ & \omega_2(t)] - 2\rho\dot{\rho}\alpha^2 + \lambda^{-1}\hat{L}\dot{\hat{L}}\} = \\ & s\{[2\|A\| + 2\|B\|\hat{L}]\|e\|^2 + 2\|e\| \cdot \|B\|[\omega_1(t) + \\ & \omega_2(t)] - 2\rho\dot{\rho}\alpha^2 + \hat{L}[\lambda^{-1}\dot{\hat{L}} - 2\|B\| \cdot \|e\|^2]\} = \\ & -\delta s < 0. \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)容易看出, 状态向量 \mathbf{X} 能够在有限时间内到达滑模面 $s = 0$, 注意到 $\{\mathbf{X} | s = 0\} \subseteq D$, 情形 1 得以证明.

情形 2: $\|e\| \leq |\rho|\alpha$. 此情形中, 需考虑正定函数

$$V(t) = e^T P e + 0.5\beta_1^{-1}\rho^2 + 0.5\beta_2^{-1}\hat{\varepsilon}^2 + 0.5\beta_3^{-1}\hat{L}^2.$$

若假设 1~假设 3 成立, 则正定函数 V 关于时间 t 的导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -e^T Q e + 2e^T P B g \left\{ \left(1 - \frac{1}{g}\right) K e + \frac{1}{g} [\xi_2(t) - \right. \\ & \left. \xi_1(t)] + \nu \right\} + 2e^T P B g \left\{ \frac{1}{g} [f(y) - f(x)] + \right. \\ & \left. u_b \right\} + \beta_1^{-1}\rho\dot{\rho} + \beta_2^{-1}\hat{\varepsilon}\dot{\hat{\varepsilon}} + \beta_3^{-1}\hat{L}\dot{\hat{L}}. \end{aligned} \quad (23)$$

通过使用控制器(18), 可得

$$2e^T P B g \left\{ \left(1 - \frac{1}{g}\right) K e + \frac{1}{g} [\xi_2(t) - \xi_1(t)] + \nu \right\} =$$

$$\begin{cases} -\|e^T P B\| \frac{[(\bar{g} + 1)\|K e\| + \omega_1(t) + \omega_2(t)]g}{g} + \\ 2 \begin{cases} 2e^T P B [(g - 1)K e + \xi_2(t) - \xi_1(t)], e^T P B \neq 0; \\ 0, e^T P B = 0 \end{cases} \leq \\ 2\|e^T P B\| [(\bar{g} + 1)\|K e\| + \omega_1(t) + \omega_2(t)] \left[1 - \frac{g}{\bar{g}}\right] \leq 0. \end{cases} \quad (24)$$

类似地, 有

$$\begin{aligned} & 2e^T P B g \left\{ \frac{1}{g} [f(y) - f(x)] + u_b \right\} \leq \\ & 2\|e^T P B\| g \left\{ \frac{1}{g} \|f(y) - f(x)\| + \right. \\ & \left. \frac{1}{g} \left\| f\left(\frac{x}{\rho}\right) - f\left(\frac{y}{\rho}\right) \right\| + 2\sqrt{\sum_{k=1}^m \varepsilon_k^2} \right\} \leq \\ & 2\|PB\| \cdot \|e\| [\alpha(\hat{L} - \tilde{L})(1 + |\rho|) + 2\bar{g}(\hat{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon})]. \end{aligned} \quad (25)$$

由式(23)~(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -e^T Q e + 2\|PB\| \cdot \|e\| [\alpha\hat{L}(1 + |\rho|) + 2\bar{g}\hat{\varepsilon}] + \\ & \beta_1^{-1}\rho\dot{\rho} + \hat{\varepsilon}[\beta_2^{-1}\dot{\hat{\varepsilon}} - 4\bar{g}\|PB\| \cdot \|e\|] + \\ & \tilde{L}[\beta_3^{-1}\dot{\hat{L}} - 2\alpha(1 + |\rho|)\|PB\| \cdot \|e\|] = \\ & -e^T Q e < 0. \end{aligned} \quad (26)$$

不等式(26)表明, EECS(17)的状态向量 $\mathbf{X} = (e^T, \rho, \hat{\varepsilon}, \hat{L})^T$ 是有界的; 从式(17),(18)及假设 2 和假设 3 容易看出, $\dot{e}(t)$ 在情形 2 中是有界的, 根据 Barbalat 引理可知 $e \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$. \square

4 仿真算例

例 1 考虑 Lorenz 混沌驱动系统, 其动态方程为

$$\dot{x} = Ax + Bf(x). \quad (27)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -36 & 36 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}.$$

响应系统表示如下:

$$\dot{y} = Ay + B[f(y) + \xi_2(t) + gu]. \quad (28)$$

其中: 有界干扰 $\xi_2(t) = \begin{bmatrix} \xi_{21}(t) \\ \xi_{22}(t) \end{bmatrix}$, $1 \leq g \leq 2$.

在仿真过程中, 假设 $f(x)$ 是未知的, 变量 x_1, x_2, x_3 的论域均为 $[-30, 30]$, 将论域模糊划分成 3 个模糊集 {负(N), 零(Z), 正(P)}; 自适应模糊逻辑系统的构造需要利用 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的采样数据, 为了避免规则冗余, 基于采样数据使用差商替代微商的方法了解未知

非线性函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的变量个数, 以便构造规则前件. 本例从采样数据求出的梯度值中检验到 $f_1(x)$ 与变量 x_2 无关, $f_2(x)$ 中与变量 x_3 无关. 上列3个模糊集合的隶属函数均为高斯型函数, a_{jk}^q 和 b_{jk}^q 的初始值分别为 $a_{jk}^1 = -30, a_{jk}^2 = 0, a_{jk}^3 = 30, b_{jk}^q = 30$, 其中 $j = 1, 2, 3, q = 1, 2, 3, k = 1, 2$. 用于逼近 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的模糊逻辑系统各由9条规则组成, 如表1所示.

表1 逼近 $f(x)$ 的模糊规则

x_2/x_3	x_1		
	N	Z	P
N	500/-500	0.1/0.1	-500/500
Z	0.1/0.1	0.1/0.1	0.1/0.1
P	-500/500	0.1/0.1	500/-500

现对 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 各采样120个数据, $\eta_a = \eta_b = 10^{-5}, \eta_\omega = 70$, 使用式(13)~(15)的学习迭代算法来更新参数 $a_{jk}^q, b_{jk}^q, \omega_k^{i_k}$, 经过2000次的迭代后, 相应的误差指标 E_k 的仿真结果如图1所示.

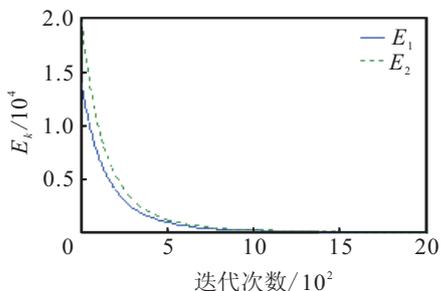


图1 逼近 $f(x)$ 的累积误差曲线

从图1可以看出, 经过迭代后形成的自适应模糊逻辑系统有较好的逼近精度.

将构造好的模糊逻辑系统应用到同步控制器(18)中, 仿真的其他参数为: $\delta = 50, \lambda = 0.001, \alpha = 10, \beta_1 = 0.002, \beta_2 = \beta_3 = 10^{-5}$; 状态变量初始值为: $x_j(0) = 10, y_j(0) = 1, \rho(0) = 1, \hat{\varepsilon} = 0.8, \hat{L}(0) = 0.5$; 干扰 $\xi_2(t) = \begin{bmatrix} 0.5 \sin t \\ 0.3 \cos t \end{bmatrix}$. 图2和图3为驱动响应同步的仿真结果.

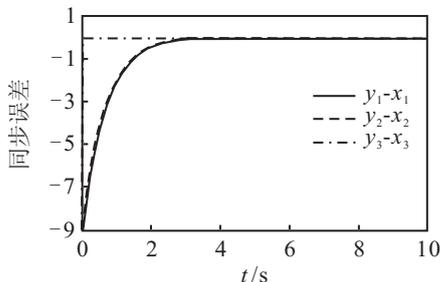


图2 同步误差曲线

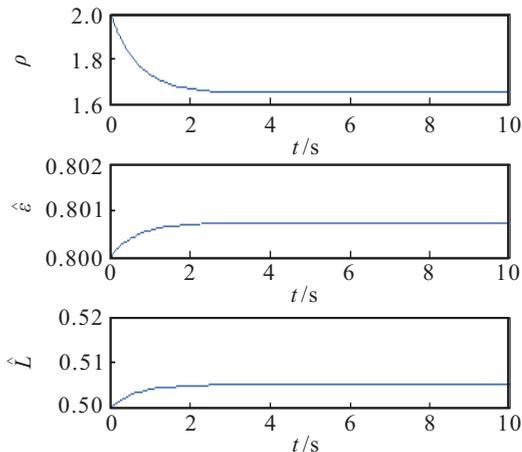


图3 参数 ρ , 估计变量 $\hat{\varepsilon}$ 和 \hat{L} 的时间响应曲线

例2 为了进一步说明本文方法的优越性, 将所提出的方法与文献[12]提出的方法进行比较. 文献[12]考虑了如下Duffing混沌驱动系统, 并完成了对状态 x_1 的同步控制, 其动态方程表示为

$$\dot{x} = Ax + B[f(x) + \xi_1(t)]. \tag{29}$$

其中

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$f(x) = -x_1^3 - 0.25x_2, \xi_1(t) = 0.4 \cos t.$$

响应系统表示如下:

$$\dot{y} = Ay + B[f(y) + \xi_2(t) + gu]. \tag{30}$$

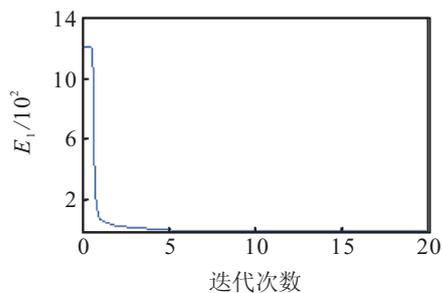
其中: 有界干扰 $\xi_2(t) = \sin t, 1 \leq g \leq 2$.

在仿真过程中, 假设 $f(x)$ 是未知的, 可以构造形如式(8)的自适应模糊逻辑系统逼近该未知非线性函数. 假定 x_1, x_2 的论域均为 $[-4, 4]$, 论域都模糊划分成3个模糊集{负(N), 零(Z), 正(P)}, 它们的隶属函数均为高斯型函数, a_{jk}^q 和 b_{jk}^q 的初始值分别为 $a_{jk}^1 = -4, a_{jk}^2 = 0, a_{jk}^3 = 4, b_{jk}^q = 0.4$, 其中 $j = 1, 2, q = 1, 2, 3, k = 1$. 用于逼近 $f(x)$ 的模糊逻辑系统由9条规则组成, 如表2所示.

表2 逼近 $f(x)$ 的模糊规则

x_2	x_1		
	N	Z	P
N	100	1	-100
Z	100	1	-100
P	100	1	-100

现对 $f(x)$ 采样120个数据, $\eta_a = \eta_b = 4.22 \times 10^{-4}, \eta_\omega = 0.1$. 使用式(13)~(15)的学习迭代算法更新参数 $a_{jk}^q, b_{jk}^q, \omega_k^{i_k}$, 经过200次的迭代后, 其累计误差指标 E_1 的仿真结果如图4所示. 从图4可以看出, 经过迭代最后形成的模糊逻辑系统有效地提高了逼近精度.

图4 逼近 $f(x)$ 的累积误差曲线

将上列自适应模糊逻辑系统运用到同步控制器(18)中,仿真的其他参数为: $\delta = 50$, $\lambda = 0.001$, $\alpha = 10$, $\beta_1 = 0.002$, $\beta_2 = \beta_3 = 10^{-5}$; 状态变量初始值为: $x_j(0) = 0$, $y_j(0) = 1$, $\rho(0) = 1$, $\hat{\varepsilon} = 0.8$, $\hat{L}(0) = 0.5$. 图5和图6为驱动响应同步的仿真结果.

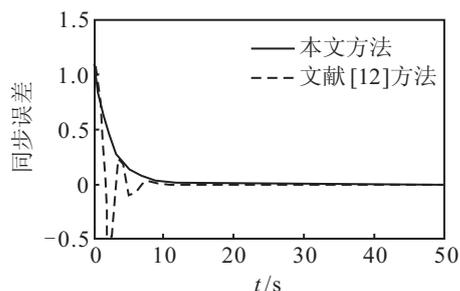
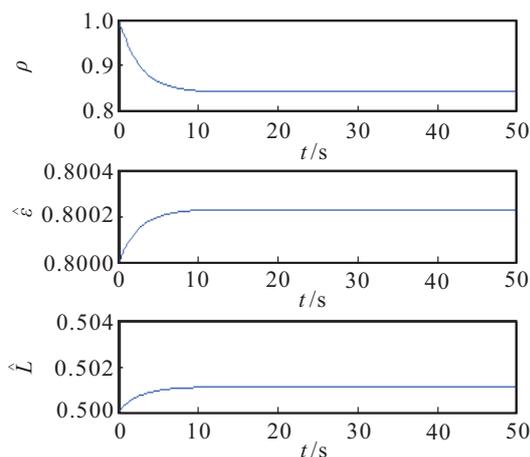


图5 同步相应曲线及同步误差曲线

图6 本文方法中参数 ρ , 估计变量 $\hat{\varepsilon}$ 和 \hat{L} 的时间响应曲线

从例1和例2的仿真结果可以看出,本文提出的同步控制方法中均只用了9条模糊规则来逼近混沌驱动系统中非线性函数,在有模糊逻辑系统参与的同步控制器和参数自适应律的共同作用下,混沌驱动系统与响应系统能够达到渐近同步.值得注意的是:文献[12]提出的同步控制方法中使用了36条模糊规则用于逼近Duffing混沌系统中的未知非线性函数,并且从图6可以看出文献[12]的同步控制方法在同步的过程中是有振荡的.通过比较,可以得出本文提出的同步控制算法运算量小,控制效果优于文献[12]中所提出的同步控制算法.

5 结论

本文将自适应辨识以及一个时变伸缩参数 $\rho = \rho(t)$ 引入模糊逻辑系统中,针对一类混沌系统,提出一种带有参数自适应的驱动响应同步控制器的设计方法,并通过仿真验证了该方法的可行性和有效性.首先利用采样数据信息和梯度方法设计一种具有自适应功能的模糊逻辑系统来逼近混沌系统中的未知非线性函数,该模糊逻辑系统在较少的模糊规则下能有效地使累积误差充分小,提高了逼近精度和模糊规则选取的合理性;在整个同步控制设计过程中,只有3个参数需要自动调整,自适应律的个数明显减少,从而减轻了在线运算量;并且在本文中,参数自适应律的个数与模糊逻辑系统中规则数无关,因此,具有更少模糊规则的模糊逻辑系统有了用武之地.

参考文献(References)

- [1] Pecora L M, Carrol T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.
- [2] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. A unified approach to controlling chaos via an LMI-based fuzzy control systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1998, 45(10): 1021-1040.
- [3] Kim J H, Park C W, Kim E, et al. Fuzzy adaptive synchronization of uncertain chaotic systems[J]. Physics Letters A, 2005, 334(9): 295-305.
- [4] Nijmeijer H, Mareels Iven M Y. An observer looks at synchronization[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I, 1997, 44(10): 882-890.
- [5] Antonio L, Elena P, Arturo Z R. Adaptive observer with persistency of excitation for synchronization of chaotic systems[J]. IEEE Trans on Ciucuits and Systems I, 2009, 56(12): 2703-2716.
- [6] Li W L, Chang K M. Robust synchronization of drive-response chaotic systems via adaptive sliding mode control[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 39(15): 2086-2092.
- [7] Chen M, Jiang C S, Jiang B, et al. Sliding mode synchronization controller design with neural network for uncertain chaotic systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 39(4): 1856-1863.
- [8] Hyun C H, Kim J H, Kim E, et al. Adaptive fuzzy observer based synchronization design and secure communication of chaotic systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 27(3): 930-940.
- [9] Liu Y, Zhao S W. T-S fuzzy model-based impulsive control for chaotic systems and its application[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2011, 81(11): 2507-2516.

(下转第1328页)