

文章编号: 1001-0920(2013)04-0489-06

转移概率未知下具有双 Markov 链的网络控制系统控制器设计

朱 进, 王林鹏, 奚宏生

(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230027)

摘 要: 研究一类基于 Markov 模型的网络控制系统的稳定性和镇定控制器设计问题. 针对网络控制系统中受控对象模型的随机切换和通信过程中的丢包问题, 利用具有两个独立 Markov 链的离散时间 Markov 跳跃系统进行建模. 在该 Markov 跳跃系统模态转移概率矩阵部分元素未知的情况下, 充分考虑转移概率的约束条件, 给出系统可镇定的充要条件和状态反馈控制器的设计方法. 最后通过仿真示例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; Markov 跳跃系统; 稳定性和镇定; 转移概率部分未知

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Controller design of networked control systems with two Markov chains under partly unknown transition probabilities

ZHU Jin, WANG Lin-peng, XI Hong-sheng

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China. Correspondent: ZHU Jin, E-mail: jinzhu@ustc.edu.cn)

Abstract: This paper investigates the stability and stabilization problems of networked control systems. By considering the structural stochastic switching of plant and packet dropouts over networks, Markovian jump systems characterized by two independent Markov chains are applied to model such dynamics. Taking into account the incomplete transition descriptions in practice, the necessary and sufficient criteria of stabilization are obtained via the properties of mode transition probabilities. Simultaneously, the state feedback controller is designed to guarantee the stochastic stability of such systems. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control systems; Markovian jump systems; stability and stabilization; partly unknown mode transition probabilities

0 引 言

随着通信网络的飞速发展和传感器技术的不断完善, 网络控制系统(NCS)在工业生产、军事国防、环境监测等领域得到了广泛应用. NCS 利用有线或无线网络将系统各部件(如执行器、传感器以及控制器等)连接起来, 实现了受控系统和通信系统的融合^[1]. 与传统控制系统相比, NCS 具有安装简便、维护成本低廉、功耗小、可远程操作等诸多优点^[2-4]. 然而, 由于网络自身的特性, 数据在传输过程中不可避免地存在丢包、时延、时序错乱等问题. 这些问题会影响系统的控制性能, 严重时甚至导致系统不稳定^[5-6]. 因此, 如何设计控制器保证 NCS 稳定已成为当前研究的热点之一.

针对 NCS 存在的时延和丢包现象, 文献[3]和[4]

分别讨论了基于有线和无线网络的 NCS 镇定控制器设计问题. 文献[5]综述了 NCS 的研究现状, 并对下一步的发展方向进行了展望. 在此基础上, 文献[6]研究了连续时间驱动下受控系统的网络化控制问题, 通过将通信过程中数据包的传输成功与否分别对应于 Markov 跳跃系统(MJS)的两个模态, 把 NCS 建模为二模态的 MJS. 但是, 随着受控对象的结构越来越复杂, 以及现实条件的制约, 基于 Markov 模型的 NCS 研究仍然面临着巨大的挑战. 一方面, NCS 的受控对象会受一些随机事件的影响而发生结构上的切换, 因而单一的由连续时间驱动模型已不能满足目前的研究需求. 由连续时间和离散事件共同驱动的 MJS 已成为一种有效的建模工具, 如文献[7]将 NCS 受控对象的动态模型建模为 MJS. 此外, 由于信号在通信传

收稿日期: 2011-12-14; 修回日期: 2012-05-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60904021, 61074033); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(WK2100060004).

作者简介: 朱进(1978—), 男, 副教授, 从事随机系统的滤波与控制等研究; 王林鹏(1986—), 男, 硕士生, 从事 Markov 跳跃系统控制的研究.

输过程中存在丢包现象,从而导致组成NCS的受控系统 and 通信系统同时发生随机切换,使得传统的具有一个Markov链的MJS已不能准确描述此类NCS的动态特性.

另一方面,基于Markov模型的系统控制理论并不是简单地将子系统进行叠加,其模态转移概率矩阵对MJS的动态特性起到重要的作用^[8].在模态转移概率精确已知的前提下,MJS的稳定性^[9]、滤波^[10]、控制^[11-12]等问题得到了充分的研究.然而考虑到NCS的特性,受控系统模型切换概率与通信系统丢包率的信息难以全部精确获取或者获取代价很高,因此,现实中更普遍的情形是系统模态转移概率部分未知^[13-15],显然,在这种情况下设计NCS鲁棒控制器具有重要的实际意义.

本文通过分析NCS的特征,在受控对象模型的切换与通信过程中的丢包同时存在的条件下,将其建模为一类具有两个独立Markov链的离散时间MJS,其中一个Markov链用来描述通讯过程的丢包现象,而受控对象动态模型的切换服从另一个Markov链.在两个Markov链模态转移概率矩阵均有部分元素未知的情况下,研究系统的随机稳定性.通过Lyapunov方法,充分考虑模态转移概率的性质,给出NCS可镇定的充要条件,并利用LMI方法得到状态反馈控制器.最后通过仿真示例验证了该方法的有效性.

1 问题描述

考虑NCS模型如图1所示,受控系统部分由两个节点组成:执行器/传感器节点和控制节点^[4].其中: τ_k^{as} 、 τ_k^{sc} 、 τ_k^{ca} 分别表示数据包在执行器、传感器、控制器之间的传输时延, τ_k^c 表示控制器信息处理时延.图1中的数据通信过程为:传感器通过网络将受控对象的状态信息反馈给控制器,控制器根据反馈信息计算控制量,并通过网络将指令输出给执行器,从而完成控制目标.

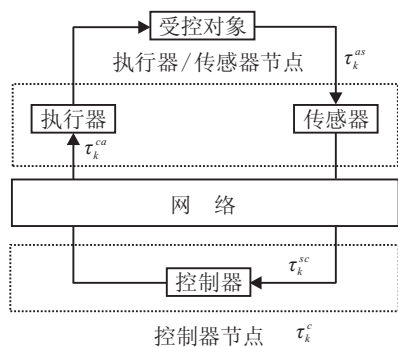


图1 网络控制系统模型

对本文考虑的NCS作如下假设.

假设1^[4] NCS受控系统中执行器/传感器节点

为时钟驱动,控制器节点为事件驱动,所有数据均存放在单个数据包中,通信网络采用UDP(user datagram protocol)传输方式.即执行器/传感器节点每隔 T 秒采样一次,执行器接收并执行控制信号;传感器将受控对象状态信息压缩为数据包并通过网络传输给控制器;控制器节点由反馈信息触发,根据接收到的反馈信息计算控制量,并将控制信息通过网络输出给执行器.

假设2 NCS通信系统总时延 $\tau_k = \tau_k^{as} + \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} + \tau_k^c$.当 $\tau_k > T$ 时,可分为两种情况:1)控制器没有收到传感器的反馈信息,因未被触发而不计算控制量;2)控制器收到反馈信息,但根据反馈信息得到的控制量 u_k 未作用于受控对象的状态 x_{k+1} .这两种情况都可视为通信时延引起丢包,系统将数据包丢弃,控制器采用零信号进行补偿^[16].而当 $0 \leq \tau_k \leq T$ 时,表明通信时延没有导致丢包.

当数据包在反馈回路中因为网络的特性而丢失时,如传感器到控制器的受控对象信息丢失,控制器到执行器的控制信号传输丢失,或数据包由于网络诱导时延主动丢弃时,控制信号将不能作用于受控对象.同时考虑到受控系统动态模型的随机Markov切换,得到NCS模型如下:

$$x_{k+1} = A(r_k)x_k + B(r_k)C(s_k)u_k. \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbf{R}^n$, $u_k \in \mathbf{R}^m$ 分别是系统状态向量和控制输入向量; $A(r_k)$, $B(r_k)$, $C(s_k)$ 是与模态有关的合适维数的矩阵; $\{r_k\}$ 和 $\{s_k\}$ 是定义在完备概率空间上的两个独立Markov链, $r_k = i \in \mathcal{I} = \{1, 2, \dots, I\}$ 表示受控系统模态, $s_k = m \in \mathcal{M} = \{1, 2\}$ 表示通信系统模态.在本文中,假设 $m = 1$ 表示数据包未丢失,则 $C(m) = \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为单位阵; $m = 2$ 表示数据包丢失,即 $C(m) = \mathbf{0}$. $\{r_k\}$, $\{s_k\}$ 的模态转移概率矩阵分别是 $P = [p_{ij}]_{I \times I}$, $Q = [q_{mn}]_{M \times M}$,即

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1I} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{I1} & p_{I2} & \cdots & p_{II} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

即Markov链的模态转移概率为

$$\begin{aligned} \mathcal{P}\{r_{k+1} = j | r_k = i\} &= p_{ij}, \\ \mathcal{P}\{s_{k+1} = n | s_k = m\} &= q_{mn}. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\sum_{j=1}^I p_{ij} = 1$, $\sum_{n=1}^M q_{mn} = 1$.为便于表示,用 A_i 表示 $A(r_k = i)$, C_m 表示 $C(s_k = m)$.

考虑系统的模态转移概率部分未知,即模态转移概率矩阵 P 和(或) Q 中部分元素未知,例如,对于

$r_k \in \{1, 2, 3, 4\}$, $s_k \in \{1, 2\}$ 的NCS模型, 其模态转移概率矩阵分别为

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & ? & p_{13} & ? \\ ? & p_{22} & ? & p_{24} \\ p_{31} & ? & p_{33} & ? \\ ? & p_{42} & ? & p_{44} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} ? & ? \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中“?”表示未知的元素. 令 $\mathcal{I} = \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i} + \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}$, $\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m} + \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m}$. 其中

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i} &= \{j, p_{ij} \text{ is known}\}, \\ \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i} &= \{j, p_{ij} \text{ is unknown}\}, \\ \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m} &= \{n, q_{mn} \text{ is known}\}, \\ \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m} &= \{n, q_{mn} \text{ is unknown}\}. \end{aligned} \quad (5)$$

下面给出系统随机稳定性的定义.

定义 1 对于系统(1), 如果对于任意的初始状态 $x_0 \in \mathbf{R}^n$ 和初始模态 $r_0 \in \mathcal{I}$, $s_0 \in \mathcal{M}$, 有

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|x_k\|^2 | x_0, r_0, s_0\right\} < +\infty, \quad (6)$$

则系统是随机稳定的.

2 主要结果

首先考虑具有一个Markov链的MJS, 根据其对应的随机稳定性定义, 文献[14]给出了其转移概率部分未知情况下的稳定性充要条件.

引理 1^[14] 如果转移概率部分未知的Markov跳跃线性系统 ($u_k \equiv 0$) 是随机稳定的, 当且仅当存在 $A_i > 0$ 满足

$$A_i^T \left[\sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ij} A_j + \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}\right) A_j \right] A_i - A_i < 0. \quad (7)$$

注 1 对于系统(1), 当无控制输入, 即 $u_k \equiv 0$ 时, 其动态模型与传统的MJS相同, 故稳定性条件与引理1相同. 但是考虑到丢包的存在, 其系统可镇定条件不能由引理1简单地扩展得到. 状态反馈控制器

$$u_k = K(r_k, s_k) x_k \quad (8)$$

不仅与受控系统模态 r_k 有关, 也与通讯系统模态 s_k 有关. 为便于表示, $K(r_k, s_k)$ 可表示为 K_{im} .

由式(8)状态反馈控制器, 可得到如下定理.

定理 1 如果系统(1)是随机可镇定的, 当且仅当存在 $A_{im} > 0$ 和 K_{im} , 使得

$$\begin{aligned} &(A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T) \left\{ \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} p_{ik} q_{ml} A_{kl} + \right. \\ &\left. \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}\right) \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{ml} A_{jl} + \right. \\ &\left. \left(1 - \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{ml}\right) \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik} A_{kn} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}\right) \left(1 - \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{ml}\right) A_{jn} \right\} \times \\ &\left. (A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} < 0 \right. \end{aligned} \quad (9)$$

对于所有的 $i \in \mathcal{I}$, $m \in \mathcal{M}$ 成立.

证明 充分性. 首先对于 $r_k = i, s_k = m$, 构造 Lyapunov 函数

$$V(x_k, r_k, s_k, k) = x_k^T A_{im} x_k. \quad (10)$$

由式(10)可得

$$\Delta V(k, k+1) =$$

$$E\{V(x_{k+1}, r_{k+1}, s_{k+1}, k+1) | x_k, i, m, k\} -$$

$$V(x_k, r_k, s_k, k) =$$

$$x_k^T (A_i + B_i C_m K_{im})^T \left(\sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{M}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} \right) \times$$

$$(A_i + B_i C_m K_{im}) x_k - x_k^T A_{im} x_k =$$

$$x_k^T \left[(A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T) \left(\sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{M}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} \right) \times \right.$$

$$(A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} \left. \right] x_k =$$

$$x_k^T \left[(A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T) \left(\sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} + \right. \right.$$

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} +$$

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} +$$

$$\left. \sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} \right) \times$$

$$(A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} \left. \right] x_k =$$

$$x_k^T \left[(A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T) \left\{ \sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} p_{ij} q_{mn} A_{jn} + \right. \right.$$

$$\left. \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}\right) \sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}} \times \right.$$

$$\left. q_{mn} A_{jn} + \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{mk}\right) \sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m}} p_{ij} \times \right.$$

$$\left. \frac{q_{mn}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{mk}} A_{jn} + \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}\right) \times \right.$$

$$\left. \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{mk}\right) \sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}} \sum_{n \in \mathcal{M}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^m}} \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}} \times \right.$$

$$\left. \frac{q_{mn}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}^m}} q_{mk}} A_{jn} \right\} (A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} \left. \right] x_k < 0.$$

对于未知的转移概率, 其必满足

$$\sum_{j \in \mathcal{I}_{\mathcal{U}\mathcal{K}^i}} \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}^i}} p_{ik}} = 1,$$

$$\sum_{n \in \mathcal{M}_{U\mathcal{K}}^m} \frac{q_{mn}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{mk}} = 1. \quad (11)$$

故可得到

$$\begin{aligned} \Xi_{im} = & \sum_{j \in \mathcal{I}_{U\mathcal{K}}^i} \sum_{n \in \mathcal{M}_{U\mathcal{K}}^m} \frac{p_{ij}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik}} \times \\ & \frac{q_{mn}}{1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{mk}} \left(A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T \right) \times \\ & \left\{ \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} p_{ik} q_{ml} A_{kl} + \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik} \right) \times \right. \\ & \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{ml} A_{jl} + \left(1 - \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{ml} \right) \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik} A_{kn} + \\ & \left. \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik} \right) \left(1 - \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{ml} \right) A_{jn} \right\} \times \\ & (A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} < 0. \quad (12) \end{aligned}$$

由未知转移概率的任意性可知式(12)与式(9)等价,故根据 Lyapunov 定理可知系统随机稳定.

必要性. 如果系统(1)是随机稳定的,即

$$\mathbf{E} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|x_k\|^2 | x_0, r_0, s_0 \right\} < +\infty. \quad (13)$$

考虑令

$$x_k^T \hat{\Lambda}(r_k, s_k) x_k \triangleq \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=k}^T x_t^T R(r_t, s_t) x_t \right\}, \quad (14)$$

其中 $R(r_t, s_t) > 0$. 假设 $x_k \neq 0$, 由式(13)和 $R(r_t, s_t) > 0$ 可知, 当 $T \rightarrow \infty$ 时, $x_k^T \hat{\Lambda}(r_k, s_k) x_k$ 极限存在. 令

$$\begin{aligned} x_k^T \Lambda(r_k, s_k) x_k & \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} x_k^T \hat{\Lambda}(r_k, s_k) x_k = \\ & \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{E} \left\{ \sum_{t=k}^T x_t^T R(r_t, s_t) x_t \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

由 x_k 的任意性可知

$$\Lambda(r_k, s_k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \hat{\Lambda}(r_k, s_k). \quad (16)$$

由式(15)可得 $\Lambda(r_k, s_k) > 0$. 考虑

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \{ x_k^T \hat{\Lambda}(r_k, s_k) x_k - x_{k+1}^T \hat{\Lambda}(r_{k+1}, s_{k+1}) x_{k+1} \\ | x_k, r_k, s_k \} = \\ x_k^T \left\{ \hat{\Lambda}(r_k, s_k) - (A_i + B_i C_m K_{im})^T \times \right. \\ \left. \left[\sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{M}} p_{ij} q_{mn} \hat{\Lambda}(r_k, s_k) \right] (A_i + B_i C_m K_{im}) \right\} x_k = \\ x_k^T R(r_k, s_k) x_k > 0. \quad (17) \end{aligned}$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时, 由式(17)可知存在 $\Lambda(r_k, s_k)$ 满足式(12). 由式(9)与(12)的等价性可知, 存在 $\Lambda(r_k, s_k)$

> 0 使得式(9)成立. \square

注 2 注意到模态转移概率精确已知可视为转移概率部分未知的一种特殊情况, 当具有双 Markov 链的 MJS 模态转移概率全部精确已知时, 其可镇定性条件(9)将退化为

$$\begin{aligned} (A_i^T + K_{im}^T C_m^T B_i^T) \left\{ \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} \sum_{l \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} p_{ik} q_{ml} A_{kl} \right\} \times \\ (A_i + B_i C_m K_{im}) - A_{im} < 0. \quad (18) \end{aligned}$$

由定理 1 得到系统(1)可镇定的充要条件, 下面给出状态反馈控制器设计方法.

推论 1 如果存在矩阵 $X_{im} > 0$ 和 Y_{im} , 使得

$$\begin{bmatrix} -X_{im} & \Theta^T \\ * & \Phi \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

对于所有 $i \in \mathcal{I}, m \in \mathcal{M}, \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^j \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i, \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^n \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m$ 均成立, 则存在状态反馈控制器(8)使得系统(1)随机镇定, 且控制器增益为

$$K_{im} = Y_{im} X_{im}^{-1}. \quad (20)$$

式(19)中

$$\Theta = \begin{bmatrix} \alpha_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} (A_i X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} + B_i C_m Y_{im}) \\ \alpha_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} (A_i X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} + B_i C_m Y_{im}) \\ \vdots \\ \beta_{i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} (A_i X_{i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} + B_i C_m Y_{im}) \\ \vdots \\ \gamma_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i m} (A_i X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i m} + B_i C_m Y_{im}) \\ \vdots \\ \delta_{im} A_{im} (A_i X_{im} + B_i C_m Y_{im}) \end{bmatrix},$$

$$\alpha_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} = \sqrt{p_{i \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} q_{m \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}},$$

$$\beta_{i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} = \sqrt{\left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik} \right) q_{m \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}},$$

$$\gamma_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i m} = \sqrt{p_{i \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{mk} \right)},$$

$$\delta_{im} = \sqrt{\left(1 - \sum_{k \in \mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i} p_{ik} \right) \left(1 - \sum_{k \in \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m} q_{mk} \right)},$$

$$\Phi = \text{diag}[-X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, -X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, \dots, -X_{i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, \dots, -X_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i m}, \dots, -X_{im}].$$

证明 由式(9)与 Schur 补引理可得

$$\begin{bmatrix} -\Lambda_{im} & \Psi^T \\ * & \Gamma \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma = \text{diag}[-\Lambda_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, -\Lambda_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, \dots, -\Lambda_{i \mathcal{M}_{\mathcal{K}}^m}, \\ \dots, -\Lambda_{\mathcal{I}_{\mathcal{K}}^i m}, \dots, -\Lambda_{im}], \end{aligned}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \alpha_{\mathcal{I}\kappa_1^i\mathcal{M}\kappa_1^m} \Lambda_{\mathcal{I}\kappa_1^i\mathcal{M}\kappa_1^m} (A_i + B_i C_m K_{im}) \\ \alpha_{\mathcal{I}\kappa_1^i\mathcal{M}\kappa_2^m} \Lambda_{\mathcal{I}\kappa_1^i\mathcal{M}\kappa_2^m} (A_i + B_i C_m K_{im}) \\ \vdots \\ \beta_{i\mathcal{M}\kappa_1^m} \Lambda_{i\mathcal{M}\kappa_1^m} (A_i + B_i C_m K_{im}) \\ \vdots \\ \gamma_{\mathcal{I}\kappa_1^i m} \Lambda_{\mathcal{I}\kappa_1^i m} (A_i + B_i C_m K_{im}) \\ \vdots \\ \delta_{im} \Lambda_{im} (A_i + B_i C_m K_{im}) \end{bmatrix}$$

令 $X_{im} \triangleq \Lambda_{im}^{-1}$, $Y_{im} \triangleq K_{im} X_{im}$, 式(21)矩阵两边同乘以 $\text{diag}\{X_{im}, X_{\mathcal{I}\kappa_1^i\mathcal{M}\kappa_1^m}, \dots\}$ 即可得式(19). \square

3 仿真示例

考虑式(1)所示NCS模型, 其中受控系统模型有3个模态, 即

$$I = \{1, 2, 3\}, A_1 = \begin{bmatrix} 1.4 & -0.5 \\ 1.1 & -0.6 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.3 \\ -2.5 & 0.0 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 3.0 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

通讯系统丢包现象建模为二模态Markov链, 其中 $C_1 = \mathbf{I}$, $C_2 = \mathbf{0}$. 受控系统的模态转移速率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & (0.4) & (0.1) \\ (0.2) & (0.5) & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix},$$

描述通讯系统丢包现象的模态转移速率矩阵为

$$Q = \begin{bmatrix} (0.8) & (0.2) \\ 0.9 & 0.1 \end{bmatrix},$$

P 和 Q 中括号内的数值表示控制器设计时未知的转移概率.

当转移概率全部精确已知时, 利用Matlab的LMI工具箱, 可得 $s_k = 1$ 时, 控制增益为

$$K_{11}' = [-0.8065 \quad 0.2861],$$

$$K_{21}' = [-1.2286 \quad 0.3162],$$

$$K_{31}' = [0.4511 \quad -0.0635].$$

$s_k = 2$ 时, 有

$$K_{12}' = K_{22}' = K_{32}' = \mathbf{0}.$$

当转移概率部分未知时, $s_k = 1$ 的控制器增益为

$$K_{11} = [-0.4177 \quad 0.2234],$$

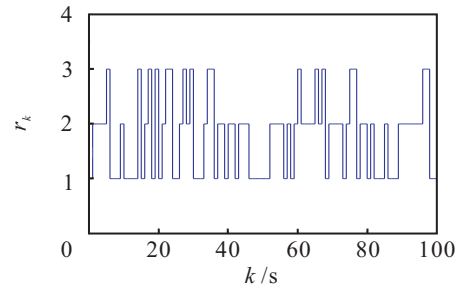
$$K_{21} = [-0.2101 \quad 0.0953],$$

$$K_{31} = [-0.3828 \quad 0.1258].$$

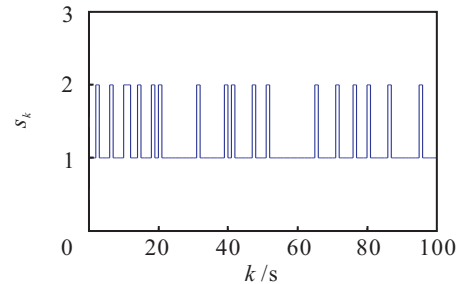
当 $s_k = 2$ 时, 控制器增益为

$$K_{12} = K_{22} = K_{32} = \mathbf{0}.$$

对于给定的系统初值 $x_0 = [10, -10]^T$, $r_0 = 1$, $s_0 = 1$, 分别在转移概率精确已知和部分未知的情况下, 采用所得控制器进行仿真. 其中: 模态 r_k 和 s_k 跳



(a) 可控系统模态跳变



(b) 通讯系统模态跳变

图2 NCS 模态跳变

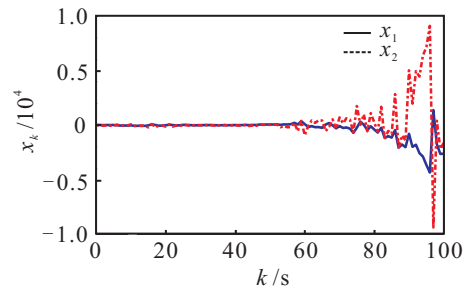


图3 无镇定控制器时状态

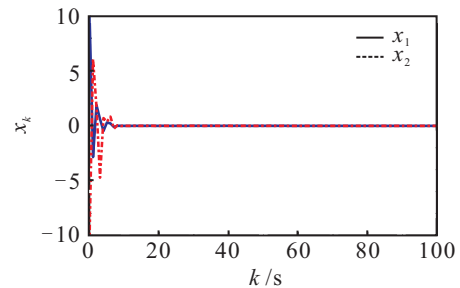


图4 转移概率已知下有镇定控制器时状态

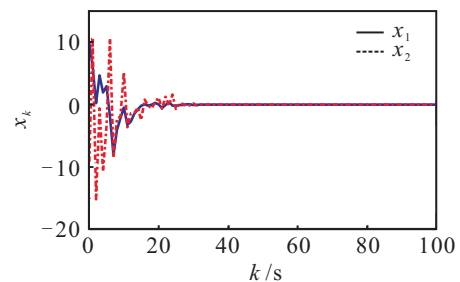


图5 转移概率未知下有镇定控制器时状态

变过程如图 2 所示; 无镇定控制器时系统状态曲线如图 3 所示; 转移概率精确已知情况下有镇定控制器时的系统状态曲线如图 4 所示; 而当转移概率部分未知时, 通过推论 1 仍可设计控制器使系统稳定, 状态如图 5 所示.

比较图 4 和图 5 可知, 转移概率精确已知情况下, 系统状态 x_k 在仿真第 8 步左右收敛; 而转移概率部分未知时, 状态 x_k 在仿真第 25 步左右收敛, 因此转移概率所知信息的精确程度影响了系统状态的收敛速度.

4 结 论

本文利用具有双 Markov 链的跳跃系统对 NCS 进行建模, 其中两个 Markov 链分别用来描述受控系统模型的切换和通信系统中的丢包. 考虑此 Markov 模型的模态转移概率部分未知, 充分利用转移概率的约束条件, 给出了 NCS 可镇定的充要条件, 进而根据 LMI 得到系统状态反馈控制器的设计方法. 最后通过仿真示例验证了该方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Chamaken A, Litz L. Joint design of control and communication in wireless networked control systems: A case study[C]. Proc of the 2010 American Control Conf. Baltimore, 2010: 1835-1840.
- [2] Bushnell L G. Networks and control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 22-23.
- [3] 邱占芝, 张庆灵, 刘明. 有时延和数据包丢失的网络控制系统控制器设计[J]. 控制与决策, 2006, 21(6): 625-630. (Qiu Z Z, Zhang Q L, Liu M. Controller design for networked control systems with time-delay and data packet dropout[J]. Control and Decision, 2006, 21(6): 625-630.)
- [4] Ploplys N J, Kawka P A, Alleyne A G. Closed-loop control over wireless networks[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2004, 24(3): 58-71.
- [5] 李洪波, 孙增圻, 孙富春. 网络控制系统的发展现状及展望[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 238-243. (Li H B, Sun Z Q, Sun F C. Networked control systems: An overview of state-of-the-art and prospect in future research[J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(2): 238-243.)
- [6] Kawaka P A, Alleyne A G. Robust wireless servo control using a discrete-time uncertain Markovian jump linear model[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(3): 733-742.
- [7] Liu M, Ho D W C, Niu Y. Stabilization of Markovian jump linear system over networks with random communication delay[J]. Automatica, 2009, 45(2): 416-421.
- [8] Costa O L V, Fragoso M D, Marques R P. Discrete-time Markov jump linear systems[M]. London: Springer, 2005: 37-41.
- [9] Mao X. Stability of stochastic differential equations with Markovian switching[J]. Stochastic Processes and Their Applications, 1999, 79(1): 45-67.
- [10] Shi P, Boukas E K, Agarwal R K. Kalman filtering for continuous-time uncertain systems with Markovian jumping parameters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(8): 1592-1597.
- [11] 张宏礼, 井元伟, 姜囡, 等. 具有跳跃时滞的跳跃线性离散系统的控制器设计[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 754-758. (Zhang H L, Jing Y W, Jiang N, et al. Controller design for linear jump system in discrete time domains with jump time-delays[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 754-758.)
- [12] Zhu J, Xi H S, Xiao X B, et al. Guaranteed control performance robust LQG regulator for discrete-time Markovian jump systems with uncertain noise[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(4): 885-891.
- [13] Zhang L X, Boukas E K. Stability and stabilization of Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities[J]. Automatica, 2009, 45(2): 463-468.
- [14] Zhang L X, Lam J. Necessary and sufficient conditions for analysis and synthesis of Markov jump linear systems with incomplete transition descriptions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(7): 1695-1701.
- [15] 盛立, 高明. 转移概率部分未知的随机 Markov 跳跃系统的镇定控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(11): 1716-1720. (Sheng L, Gao M. Stabilization control of stochastic Markov jump systems with partly unknown transition probabilities[J]. Control and Decision, 2011, 26(11): 1716-1720.)
- [16] Guo Y F, Li S Y. Transmission probability condition for stabilisability of networked control systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(4): 672-682.