

文章编号: 1001-0920(2013)04-0537-05

通信受限网络控制系统的 H_∞ 控制

刘 涛, 张 皓, 陈启军

(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘 要: 针对一类通信受限的网络控制系统, 研究其随机稳定性和 H_∞ 控制问题. 考虑到系统存在随机丢包、时延、对数量化和概率传感器故障等因素, 提出一种新的网络控制系统模型. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 得到了系统随机稳定性的充分条件, 并利用线性矩阵不等式技术, 给出了系统 H_∞ 控制器的设计方法. 数值仿真算例验证了所得结论的有效性.

关键词: 对数量化; 随机丢包; 时延; 概率传感器故障; 网络控制系统

中图分类号: TP273

文献标志码: A

H_∞ control for networked control systems with communication constraints

LIU Tao, ZHANG Hao, CHEN Qi-jun

(School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China. Correspondent: LIU Tao, E-mail: ctaoliu@gmail.com)

Abstract: This paper is concerned with the problems of H_∞ control for networked control systems with communication constraints. An improved networked control system model is proposed, while the effects of logarithmic quantization, packet dropout, delay and probabilistic sensor fault are considered simultaneously. Sufficient condition for the stochastic stability of the closed-loop system is given in terms of linear matrix inequality. A controller is designed such that the closed-loop system is stochastic stable and achieves the given disturbance attenuation level. Numerical example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: logarithmic quantization; random packet dropout; time delay; probabilistic sensor fault; networked control systems

0 引 言

网络控制系统(NCS)是指利用网络将被控对象、传感器、控制器和执行器等节点连接起来形成的闭环反馈控制系统,节点之间通过网络进行信息交换.相比传统的点对点控制系统,网络控制系统具有低成本、高可靠性、便于维护等优点.但是由于系统中网络的存在,导致了诸多新问题的出现,例如系统中存在时延、丢包和传感器故障等因素,影响了系统的稳定性.因此网络控制系统的稳定性和控制问题是目前的研究热点之一^[1].

NCS中的随机时延和丢包问题是影响系统稳定性的最主要因素之一.文献[2-9]大多采用Bernoulli随机分布序列或Markov链进行建模,提出了各种

NCS模型,并基于这些模型分析了随机时延以及丢包对系统稳定性的影响.针对存在量化器的网络控制系统,目前大部分文献主要针对对数量化器和时变量化器两类量化器进行研究.文献[1,9-10]研究了存在对数量化器的网络控制系统的量化控制和滤波等问题.文献[11-12]研究了时变量化器.而关于概率传感器故障的文献^[13-16],大多利用Bernoulli随机分布序列对传感器进行建模,并假设系统中每个传感器的故障率都相同.

本文针对存在对数量化、随机时延、丢包和概率传感器故障的NCS,研究系统的稳定性条件和 H_∞ 控制问题.通过对上述网络因素建模,提出一种新的NCS模型,该模型考虑了每个传感器的故障率.采用

收稿日期: 2011-12-14; 修回日期: 2012-04-26.

基金项目: 国家863计划项目(2009AA043001); 国际科技合作项目(2009DFA12520, 2010DFA12210, 1016704500); 国家自然科学基金项目(60904015, 61004028).

作者简介: 刘涛(1982-),男,博士生,从事网络控制系统的研究; 陈启军(1966-),男,教授,博士生导师,从事机器人及智能控制等研究.

扇形界方法处理量化器误差, 运用 Lyapunov 稳定性理论以及自由权重矩阵的方法, 给出了基于线性矩阵不等式 (LMI) 的系统随机稳定的条件以及 H_∞ 控制器的设计方法.

1 系统描述

本文研究的被控对象的状态空间方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(kT) + E\omega(t), \\ z(t) = Cx(t) + D\omega(t), \quad t \in [kT, (k+1)T). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态向量; $u(kT) \in \mathbf{R}^m$ 为采样控制输入; $z(t) \in \mathbf{R}^q$ 为受控输出; $\omega(t) \in \mathbf{R}^p$ 为扰动输入. A, B, C, D, E 为具有适当维数的常数矩阵. 这里 $u(kT)$ 为静态采样控制器, 其增益矩阵为 K . 假设 (A, B) 是可镇定的.

假设在每个采样周期内, 网络通道上只有一个数据包传输. 定义 $\zeta = \{i_1, i_2, \dots\}$, 该集合为离散时间 $1, 2, \dots$ 的子集, 集合的元素为数据包从传感器成功传输到执行器的时间点. 下面介绍丢包过程的数学模型.

定义 1 丢包过程定义如下:

$$\eta_k = \{i_{k+1} - i_k, i_k \in \zeta\}, \quad (2)$$

其中 η_k 在集合 $\psi = \{1, 2, \dots, \sigma\}$ 中取值, σ 为最大丢包上界.

定义 2 丢包过程称为 Markovian 丢包, 仅当其受控于定义在概率空间 $(\Omega, \mathbf{F}, \mathbf{P})$ 上的离散 Markov 链, 同时在集合 ψ 中取值, 且服从下列转移概率矩阵:

$$\lambda_{ij} = \Pr(\eta_{k+1} = j | \eta_k = i) \geq 0, \quad i, j \in \psi, \quad (3)$$

其中 $\sum_{j=1}^{\sigma} \lambda_{ij} = 1, i \in \psi$.

利用变采样周期将系统 (1) 进行离散化, 采样周期为 $\hat{T} = \eta_k T$, 离散化后的系统为

$$\begin{cases} x(k + \eta_k) = G(\eta_k)x(k) + H(\eta_k)u(k) + F(\eta_k)\omega(k), \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $G(\eta_k) = e^{A\eta_k T}$, $H(\eta_k) = \int_0^{\eta_k T} e^{As} ds B$, $F(\eta_k) = \int_0^{\eta_k T} e^{As} ds E$.

本文采用的对数量化器为

$$U = \{u_i = \rho^i u_0, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}, \quad u_0 > 0,$$

其中 $\rho \in (0, 1)$ 为量化密度, 则量化器 $f(\cdot)$ 定义如下:

$$f(v) = \begin{cases} u_i, & \frac{1}{1+\delta}u_i < v \leq \frac{1}{1-\delta}u_i; \\ 0, & v = 0; \\ -f(-v), & v < 0. \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\delta = (1 - \rho)/(1 + \rho)$.

设计的非模态依赖控制器为

$$u(k) = f(K\Pi x(k - \tau_k)), \quad 0 \leq \tau_k \leq \tau_M. \quad (6)$$

其中: $\Pi = \text{diag}\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\}$, K 为待求的控制增益, τ_k 为传感器到执行器的随机时延, τ_M 为时延上界, π_i 表示每个传感器的故障情况. $\pi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是 n 个不相关的随机变量, 且与扰动输入无关. 假设 π_i 的概率密度函数为 $F(\pi_i)$, 取值范围为 $[0, 1]$, 且 π_i 的数学期望和方差分别为 α_i 和 β_i^2 .

量化误差定义如下:

$$e(k) = f(u(k)) - u(k) = \Delta_f u(k). \quad (7)$$

由扇形界方法可知, $\Delta_f \in [-\delta, \delta]$, 闭环系统的状态空间方程可改写为

$$\begin{aligned} x(k + \eta_k) &= \\ G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K\Pi x(k - \tau_k) + F_i \omega(k) &= \\ G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + & \\ H_i(I + \Delta_f)K\bar{\Pi}x(k - \tau_k) + F_i \omega(k), & \\ z(k) &= Cx(k) + D\omega(k), \\ x(k) &= X(k), \quad k = -\tau_M, -\tau_M + 1, \dots, 0. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $X(k)$ 是系统的初始状态, 而

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} &= \Xi\{\Pi\} = \sum_{j=1}^n \alpha_j \Upsilon_j, \\ \Upsilon_j &= \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{j-1}, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-j}\}, \\ G_i &= G_{\eta_k=i}, \quad H_i = H_{\eta_k=i}, \\ F_i &= F_{\eta_k=i}, \quad i = 1, \dots, \sigma. \end{aligned}$$

注 1 式 (6) 描述了含有多传感器的控制输入, 其中矩阵 Π 表示传感器故障的数据丢失情况. 在现有文献中, 大多数传感器故障模型采用 Bernoulli 随机序列建模方法, 因此模型中所有传感器的故障情况完全一致. 而本文所建立的传感器故障模型考虑了每个传感器的故障概率各不相同, 显然这种建模方法更加符合现实情况.

在给出本文的主要结论之前, 首先给出证明过程中将用到的定义和引理.

定义 3 若系统 (8) 为随机稳定, 仅当对于有限个初始状态 $x_0 = x(0)$, $\eta_0 = \eta(0)$ 和 $\omega(k) = 0$ 时, 系统满足下列不等式:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|x(k)\|^2 | x_0, \eta_0\right\} < \infty. \quad (9)$$

由上述定义可知, H_∞ 控制器的设计问题可归纳为以下两个方面:

1) 闭环系统为随机稳定;

2) 对于给定常数 $\gamma > 0$, 在零初始条件下, 受控输出满足

$$\sum_{k=0}^{\infty} \Xi \{z^T(k)z(k)\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \omega^T(k)\omega(k). \quad (10)$$

引理 1 针对相同系统, 离散状态下的随机稳定性等价于连续状态下的随机稳定性.

根据上述引理, 连续系统(1)的稳定性问题可以转化为分析离散系统的稳定性.

引理 2 对于适维常数矩阵 $Q = Q^T, H, E$, 若 $\Delta^T \Delta \leq I$, 则下列不等式等价:

- 1) $Q + H\Delta E + E^T \Delta^T H^T < 0$;
- 2) 存在标量 $\epsilon > 0$, 满足不等式

$$\begin{bmatrix} Q & * & * \\ H^T & -\epsilon^{-1} & * \\ E & 0 & -\epsilon \end{bmatrix} < 0.$$

2 主要结果

定理 1 对于给定的反馈增益矩阵 K 和量化密度 $0 < \rho < 1$, 闭环系统(8)随机稳定, 如果存在矩阵 $P_i > 0, Q > 0, R > 0$ 和标量 ϵ_1 满足下列 LMI:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & * & * & * \\ \Gamma_2 & \Gamma_3 & * & * \\ \Gamma_4 & \Gamma_5 & -\tau_M R & * \\ \bar{P}\Lambda_i G_i & \bar{P}\Lambda_i H_i K \bar{\Pi} & 0 & -\bar{P}\Lambda_i \\ QG_i & QH_i K \bar{\Pi} & 0 & 0 \\ \tau_M R(G_i - I) & \tau_M R H_i K \bar{\Pi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_i^T \bar{P}\Lambda_i \\ 0 & \epsilon_1 K \bar{\Pi} & 0 & 0 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ -Q & * & * & * \\ 0 & -\tau_M R & * & * \\ H_i^T Q & \tau_M H_i^T R & -\frac{\epsilon_1}{\delta^2} I & * \\ 0 & 0 & 0 & -\epsilon_1^{-1} I \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= M_1 + M_1^T + N_1 + N_1^T - P_i, \\ \Gamma_2 &= -M_1 + M_2 - N_1 + N_2, \\ \Gamma_3 &= -M_2 - M_2^T - N_2 - N_2^T - Q + \\ &\quad \sum_{j=1}^n \beta_j^2 (1 + \delta)^2 (H_i K \Upsilon_j)^T \bar{P}\Lambda_i H_i K \Upsilon_j + \\ &\quad \sum_{i=j}^n \beta_j^2 (1 + \delta)^2 (H_i K \Upsilon_j)^T Q H_i K \Upsilon_j + \\ &\quad \tau_M \sum_{j=1}^n \beta_j^2 (1 + \delta)^2 (H_i K \Upsilon_j)^T R H_i K \Upsilon_j, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_4 &= -\tau_M (M_1 + N_1), \quad \Gamma_5 = -\tau_M (M_2 + N_2), \\ \bar{P} &= [P_1 \ \cdots \ P_\sigma], \end{aligned}$$

$$A_i = [\lambda_{i1} I_n \ \cdots \ \lambda_{i\sigma} I_n]^T, \quad i = 1, 2, \dots, \sigma.$$

证明 构造如下形式的 Lyapunov 函数:

$$V(x(k), \eta_k) = V_1(x(k), \eta_k) + V_2(x(k), \eta_k) + V_3(x(k), \eta_k). \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(x(k), \eta_k) &= x^T(k)P_i x(k), \\ V_2(x(k), \eta_k) &= \sum_{k-\tau_k}^{k-1} x^T(k)Qx(k), \\ V_3(x(k), \eta_k) &= \sum_{l=-\tau_k}^{-1} \sum_{s=k+l}^{k-1} e^T(s)R e(s). \end{aligned}$$

矩阵 P_i, Q, R 为待求矩阵. 引入新变量 $e(k)$ 满足如下关系:

$$e(k) = x(k+1) - x(k).$$

由数学期望定义可知, $\Xi[\Pi - \bar{\Pi}] = \text{diag}\{0, \dots, 0\}$. 下面采用自由权矩阵方法, 对系统的稳定性进行分析. 对于 $\eta_k = i, \eta_{k+1} = j$, 有如下关系:

$$\begin{aligned} \Delta V_1(x(k), \eta_k) &= \\ \Xi[V_1(x(k+\eta_k)) | \eta_k = i] - V_1(x(k), \eta_k = i) &= \\ \Xi[(G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))^T \bar{P}\Lambda_i (G_i x(k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))] - x^T(k)P_i x(k) &= \\ (G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))^T \bar{P}\Lambda_i \times \\ (G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k)) - \\ x^T(k)P_i x(k) + \sum_{j=1}^n \beta_j^2 (H_i(I + \Delta_f)K \Upsilon_j \times \\ x(k - \tau_k))^T \bar{P}\Lambda_i H_i(I + \Delta_f)K \Upsilon_j x(k - \tau_k) + \\ 2\xi^T(k, l)M \left[x(k) - x(k - \tau(k)) - \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} e(l) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_2(x(k), \eta_k) &= \\ \Xi[V_2(x(k+\eta_k)) | \eta_k = i] - V_2(x(k), \eta_k = i) &\leq \\ \Xi[(G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))^T Q (G_i x(k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + H_i(I + \Delta_f) \times \\ K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))] - x^T(k - \tau_k)Qx(k - \tau_k) &= \\ (G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k))^T Q \times \\ (G_i x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k)) - \end{aligned}$$

$$x^T(k - \tau_k)Qx(k - \tau_k) + \sum_{j=1}^n \beta_j^2(H_i(I + \Delta_f)K \times \\ \Upsilon_j x(k - \tau_k))^T Q H_i(I + \Delta_f)K \Upsilon_j x(k - \tau_k) + \\ 2\xi^T(k, l)N \left[x(k) - x(k - \tau(k)) - \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} e(l) \right], \quad (14)$$

$$\Delta V_3(x(k), \eta_k) = \\ \Xi[V_3(x(k + \eta_k)) | \eta_k = i] - V_3(x(k), \eta_k = i) = \\ \tau_M \Xi \{ [(G_i - I)x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k)]^T R((G_i - I)x(k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K(\Pi - \bar{\Pi})x(k - \tau_k) + \\ H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k)) \} - \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} e^T(l)Re(l) = \\ \tau_M \{ [(G_i - I)x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k)]^T \times \\ R((G_i - I)x(k) + H_i(I + \Delta_f)K \bar{\Pi} x(k - \tau_k)) + \\ \tau_M \sum_{j=1}^n \beta_j^2(H_i(I + \Delta_f)K \Upsilon_j x(k - \tau_k))^T R H_i \times \\ (I + \Delta_f)K \Upsilon_j x(k - \tau_k) - \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} e^T(l)Re(l) \}. \quad (15)$$

其中

$$\xi(k, l) = [x^T(k) \quad x^T(k - \tau_k) \quad e^T(l)]^T, \\ M = [M_1^T \quad M_2^T \quad 0]^T, \quad N = [N_1^T \quad N_2^T \quad 0]^T.$$

由式(13)~(15)可得

$$\Delta V(x(k), \eta_k) = \\ \Xi[V(x(k + \eta_k)) | \eta_k = i] - V(x(k), \eta_k = i) = \\ \Delta V_1(x(k), \eta_k) + \Delta V_2(x(k), \eta_k) + \Delta V_3(x(k), \eta_k) \leq \\ \frac{1}{\tau_M} \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} \xi^T(k, l) \Psi_i \xi(k, l). \quad (16)$$

其中

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & * & * \\ \Gamma_2 & \Gamma_3 & * \\ \Gamma_4 & \Gamma_5 & -\tau_M R \end{bmatrix} + \Theta_{11}^T \bar{P} \Lambda_i \Theta_{11} + \Theta_{11}^T Q \Theta_{11} + \\ \Theta_{12}^T \tau_M R \Theta_{12} + L_1 \Delta_f L_k + L_k^T \Delta_f L_1^T, \\ \Theta_{11} = [G_i \quad H_i K \bar{\Pi} \quad 0], \\ \Theta_{12} = [G_i - I \quad H_i K \bar{\Pi} \quad 0], \\ L_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad (\bar{P} \Lambda_i H_i)^T \quad (Q H_i)^T \quad (\tau_M R H_i)^T]^T, \\ L_k = [0 \quad K \bar{\Pi} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

由引理2可知, 存在标量 ε_1 满足

$$L_1 \Delta_f L_k + L_k^T \Delta_f L_1^T \leq \varepsilon_1^{-1} L_1 \Delta_f^2 L_1^T + \varepsilon_1 L_k^T L_k. \quad (17)$$

注意到 $\Delta_f^2 \leq \delta^2 I$, 应用 Schur 补引理可知式(11)

等价于 $\Psi_i < 0$. 式(16)可以写成

$$\Delta V(x(k), \eta_k) = \\ \Xi[V(x(k + \eta_k)) | \eta_k = i] - V(x(k), \eta_k = i) \leq \\ -\min\{\lambda_{\min}(-\Psi_i)\} |x(k)|^2 = -\mu |x(k)|^2, \quad (18)$$

由此可得

$$\Xi[V(x(k + \eta_k)) | \eta_k = i] - V(x(k), \eta_k = i) \leq \\ -\mu \Xi \left\{ \sum_{k=0}^{k+\eta_k} |x(k)|^2 \right\}, \quad (19)$$

显然有

$$\Xi \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} |x(k)|^2 \right\} \leq \frac{1}{\mu} \Xi \{V(x(0), \eta_0)\} \leq \infty. \quad (20)$$

由定义3可知, 系统(8)为随机稳定. \square

定理2 对于系统(8), 给定量化密度 $0 < \rho < 1$.

如果存在适维矩阵 $P_i > 0, Q > 0, R > 0, X_i > 0, Y > 0, Z > 0, K$ 和标量 ε_2 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_1 & * & * & * & * & * & * \\ \Theta_{21} & -X_i & * & * & * & * & * \\ \Theta_{21} & 0 & -Y & * & * & * & * \\ \tau_M \Theta_{22} & 0 & 0 & -\tau_M Z & * & * & * \\ \tilde{\Gamma}_2 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\Gamma}_3 & * & * \\ 0 & \varepsilon_2 H_i^T & \varepsilon_2 H_i^T & \varepsilon_2 H_i^T & \varepsilon_2 \tilde{\Gamma}_4 & -\frac{\varepsilon_2}{\delta^2} I & * \\ \tilde{\Gamma}_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$\bar{P} \Lambda_i X_i = I, \quad Q Y = I, \quad R Z = I. \quad (22)$$

则存在控制器(6)确保系统(8)随机稳定, 且满足给定的 H_∞ 扰动衰减性能. 其中

$$\tilde{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & * & * & * \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & * & * \\ D^T C & 0 & -\gamma^2 I + D^T D & * \\ \Gamma_4 & \Gamma_5 & 0 & -\tau_M R \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{11} = M_1 + M_1^T + N_1 + N_1^T - P_i + C^T C,$$

$$\Gamma_{21} = -M_1 + M_2 - N_1 + N_2,$$

$$\Gamma_{22} = -M_2 - M_2^T - N_2 - N_2^T - Q,$$

$$\Theta_{21} = [G_i \quad H_i K \bar{\Pi} \quad F_i \quad 0],$$

$$\Theta_{22} = [G_i - I \quad H_i K \bar{\Pi} \quad F_i \quad 0],$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = [\Phi^T \quad \Phi^T \quad \tau_M \Phi^T]^T,$$

$$\Phi = [\phi_1^T \quad \phi_2^T \quad \cdots \quad \phi_n^T]^T,$$

$$\phi_j = [0 \quad \beta_j H_i K \Upsilon_j \quad 0 \quad 0], \quad j = 1, 2, \cdots, n,$$

$$\tilde{\Gamma}_3 = \text{diag}\{-X_i, \cdots, -X_i, -Y, \cdots, -Y,$$

$$-\tau_M Z, \cdots, -\tau_M Z\}_{3n},$$

$$\tilde{\Gamma}_4 = [H_i^T, \cdots, H_i^T]_{3n},$$

$$\tilde{\Gamma}_5 = [0 \quad K \bar{\Pi} \quad 0 \quad 0],$$

$$\bar{P}^T = [P_1 \ \cdots \ P_\sigma],$$

$$A_i = [\lambda_{i1} I_n \ \cdots \ \lambda_{i\sigma} I_n], \ i = 1, 2, \dots, \sigma.$$

证明过程略.

3 仿真示例

假设网络控制系统中被控对象的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(kT) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \omega(t), \\ z(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t), \end{aligned}$$

$$t \in [kT, (k+1)T).$$

系统的采样周期为 $T = 0.2\text{s}$, 标量 $\gamma = 1.2$, 对数量化器的量化密度为 $\rho = 0.8$, 网络丢包上界为 $\sigma = 3$, 最大时延上界为 $\tau_M = 2$. 系统模态之间的转移概率矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

另外, π_i 的概率密度函数分别为

$$F(\pi_1) = \begin{cases} 0.1, & \pi_1 = 0; \\ 0.2, & \pi_1 = 0.5; \\ 0.7, & \pi_1 = 1. \end{cases} \quad F(\pi_2) = \begin{cases} 0.2, & \pi_2 = 0; \\ 0.2, & \pi_2 = 0.5; \\ 0.6, & \pi_2 = 1. \end{cases}$$

π_1 和 π_2 的数学期望和方差分别为 $\alpha_1 = 0.71, \beta_1^2 = 0.12$ 和 $\alpha_2 = 0.61, \beta_2^2 = 0.17$.

利用前面提到的系统离散化方法, 可以得到具有3种模态的随机切换系统. 根据定理2的方法, 利用锥补线性化方法, 得到的控制器增益矩阵为

$$K = [-0.9539 \quad -0.9903].$$

为了验证本文设计方法的有效性, 任意给定一组 Markovian 丢包过程和随机时延的曲线轨迹. 假设系统的初始状态为 $x_0 = [0.5, -1]^T$, 且系统的扰动输入为

$$\omega(k) = \begin{cases} \sin(0.5k), & 50 \leq k \leq 70; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

利用上述方法设计控制器, 系统的状态响应曲线如图1所示. 从图1中可以看出, 当系统存在对数量化, 通讯时延随机变化, 且具有一定概率的丢包和传

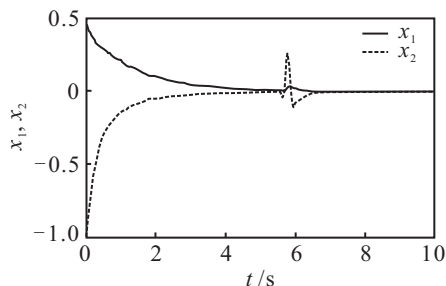


图1 系统状态响应曲线

感器故障的情况下, 控制器仍可以快速达到稳定状态.

4 结论

本文针对一类存在对数量化、丢包、随机时延和概率传感器故障的网络控制系统, 研究其 H_∞ 控制问题. 采用扇形界的方法处理对数量化误差, 利用 Lyapunov 稳定性理论给出了系统随机稳定性的充分条件, 并给出了 LMI 形式的 H_∞ 控制器的设计方法. 数值仿真表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Elia S, Mitter S K. Stabilization of linear systems with limited information[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(9): 1384-1400.
- [2] Zhang W, Yu L. Modelling and control of networked control systems with both networked-induced delay and packet-dropout[J]. Automatica, 2008, 44(12): 3206-3210.
- [3] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(3): 511-518.
- [4] Zhang L, Shi Y, Chen T, et al. A new method for stabilization of networked control systems with random delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(8): 1171-1181.
- [5] Huang D, Nguang S K. State feedback control of uncertain networked control systems with random delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(3): 829-834.
- [6] 邱丽, 胥布工, 黎善斌. 具有模态依赖时延的网络控制系统的 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(4): 571-576. (Qiu L, Xu B G, Li S B. H_∞ control for networked control systems with mode-dependent time-delays[J]. Control and Decision, 2011, 26(4): 571-576.)
- [7] Rasool F, Nguang S K. Quantised robust H_∞ output feedback control of discrete-time systems with random communication delays[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(11): 2252-2262.
- [8] Ye X, Liu S, Liu P X. Modelling and stabilization of networked control system with packet loss and time-varying delays[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(6): 1094-1100.
- [9] Niu Y, Jia T, Wang X, et al. Output-feedback control design for NCSs subject to quantization and dropout[J]. Information Sciences, 2009, 52(7): 1314-1319.
- [10] Fu M, Xie L. The sector bound approach to quantized feedback control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(11): 1698-1712.
- [11] Liberzon D. Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals[J]. Automatica, 2003, 39(9): 1543-1554.