

文章编号: 1001-0920(2013)04-0595-05

## 基于多参数规划的单交叉口排队长度均衡控制

郝建根, 侯忠生, 柳向斌

(北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 交叉口信号控制是城市交通管理的重要手段, 解决城市拥堵问题需考虑交叉口的信号优化控制策略. 鉴于此, 针对四相位定周期单交叉口, 采用存储转发方法建模, 以排队长度均衡为性能指标, 基于多参数规划方法离线地给出交叉口信号的优化配时策略. 该策略根据交叉口车辆到达率, 实时地调整各相位绿灯时间, 以实现整个信号周期内绿灯时间的充分利用. 通过 PARAMICS 平台进行的仿真实验表明了所提出控制策略的有效性.

**关键词:** 排队长度均衡; 信号配时; 存储转发; 多参数规划

**中图分类号:** TP271

**文献标志码:** A

## Vehicle queuing length balanced-control of the signalized isolated intersection via multi-parametric programming

HAO Jian-gen, HOU Zhong-sheng, LIU Xiang-bin

(School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China.  
Correspondent: HOU Zhong-sheng, E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn)

**Abstract:** Intersection signal control is one of the essential approaches to urban transport management. The optimal signal timing strategy of intersection should be considered in order to solve the traffic congestion. A signalized intersection with four phases is investigated by the store-and-forward modeling, and a performance index based on queuing length balancing is proposed. The signal timing strategy is solved off-line via multi-parametric programming. According to the vehicle arrival rate, the green time of each phase is adjusted on-line based on the strategy to efficiently utilize passing time in whole cycle. The simulation on PARAMICS platform shows the effectiveness of the proposed strategy.

**Key words:** queuing length balancing; signal timing; store-and-forward; multi-parametric programming

### 0 引言

目前应用广泛的交通信号控制策略为定时控制和感应控制<sup>[1]</sup>. 定时控制中信号周期和绿灯时间均固定, 不能根据实时的交通状况调整绿灯时间; 感应控制根据车辆到达情况进行控制, 虽然能有效利用车辆到达信息, 但未考虑整个交叉口的交通状况. 采用上述两种控制策略经常会导致交叉口出现某一相位的排队长度远大于另一相位排队长度的现象.

Gazis 等<sup>[2]</sup>首次将存储转发建模方法应用于交通控制中, 该建模方法将交叉口在整个采样周期内看作连续的动态系统, 从而避免引入过多的离散变量, 已成功地应用于交通走廊集中控制<sup>[3]</sup>和城市交通感应控制策略<sup>[4]</sup>. 现有的研究均以支路中的车辆数作为状

态变量<sup>[4-6]</sup>, 均未考虑同一支路中不同相位排队长度对交叉口通行效率的影响.

传统的饱和交叉口控制策略没有考虑性能优化的问题. 文献[8]将系统的初始状态作为参数向量, 应用多参数规划理论将系统最优控制问题转化为多参数规划问题, 通过离线求解该问题, 得到受控系统最优控制律的显式表达式. 当系统初始状态变化时, 无需反复求解优化控制问题, 从而提高了受控系统的控制性能.

考虑到多参数规划理论的优点, 本文将该理论引入交叉口的控制中, 实现各相位间的协调优化控制. 以四相位定周期单交叉口为研究对象, 利用存储转发方法建模, 提出了基于排队长度均衡的性能指标. 利

收稿日期: 2011-12-29; 修回日期: 2012-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60834001, 61040050); 工业控制技术国家重点实验室开放课题项目(ICT1114); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(2011JBM008).

作者简介: 郝建根(1983-), 男, 博士生, 从事智能交通系统的研究; 侯忠生(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事无模型自适应控制理论、数据驱动控制等研究.

用多参数规划方法进行信号优化配时, 实现根据交叉口车辆达到率实时分配绿灯时间, 从而使整个周期的绿灯时间得到充分利用. 通过仿真实验表明了所提出控制策略的有效性.

## 1 问题描述

### 1.1 四相位单交叉口模型

本文对多相位交叉口中典型的四相位进行研究. 常见的四相位交叉口相序为东西直行、东西左转、南北直行、南北左转, 如图 1 所示. 各方向排队长度定义如下:

1) 相位 1 (东西直行), 西向东直行和东向西直行排队长度分别为  $x_{1,5}(k)$  和  $x_{5,1}(k)$ ;

2) 相位 2 (东西左转), 西向北左转和东向南左转排队长度分别为  $x_{2,6}(k)$  和  $x_{6,2}(k)$ ;

3) 相位 3 (南北直行), 北向南直行和南向北直行排队长度分别为  $x_{3,7}(k)$  和  $x_{7,3}(k)$ ;

4) 相位 4 (南北左转), 北向东左转和南向西左转排队长度分别为  $x_{4,8}(k)$  和  $x_{8,4}(k)$ .

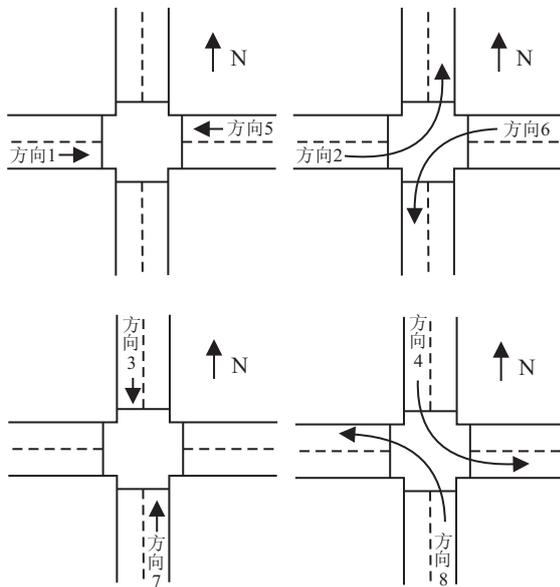


图 1 四相位单交叉口相序

**注 1** 各方向排队长度的获取方法为: 当该方向对应相位的绿灯放行时间结束时, 未能通过交叉口的车辆数为该方向的排队长度.

为了便于简化系统分析和控制策略的设计, 选择相向而行的两个行驶方向中排队长度较大者作为相位排队长度变量  $x_i(k)$ , 具体定义为

$$x_i(k) = \max\{x_{i,i+4}(k), x_{i+4,i}(k)\}, i = 1, 2, 3, 4. \quad (1)$$

**注 2** 在实际控制中, 为了避免相位排队长度变量  $x_i(k)$  在  $x_{i,i+4}(k)$  和  $x_{i+4,i}(k)$  之间频繁切换, 引入滞回系数  $h$ , 该值可根据交叉口的当前车辆通行率来确定. 例如, 当连续多个信号周期  $x_{i,i+4}(k) + h <$

$x_{i+4,i}(k)$  时, 可将  $x_{i+4,i}(k)$  作为当前相位的排队长度变量.

根据存储转发建模方法, 交叉口各相位排队长度在采样周期内的动态是连续的, 并满足以下守恒方程:

$$x_i(k+1) = x_i(k) + T[d_i(k) - v_i(k)]. \quad (2)$$

其中:  $i$  为相位序号,  $i = 1, 2, 3, 4$  分别表示相位东西直行、东西左转、南北直行、南北左转;  $T$  为采样时间间隔 (s), 一般要求不小于交叉口信号周期  $C$ <sup>[5]</sup>, 以下仅考虑  $T = C$  的情形;  $d_i(k)$  为  $[kT, (k+1)T]$  时段内车辆到达率 (veh/s), 可由历史数据事先估计得到;  $v_i(k)$  为  $[kT, (k+1)T]$  时段内车辆消散率 (veh/s), 与对应相位有效绿灯时间相关, 反映了采样时间间隔内车辆的平均消散率, 可表示为

$$v_i(k) = g_i(k)S_i/C, \quad (3)$$

$g_i(k)$  为相位  $i$  的绿灯时间 (s),  $S_i$  为相位  $i$  的饱和流率 (veh/h), 是已知常数.

将式 (3) 代入 (2), 整理可得四相位定周期单交叉口的动态方程为

$$x(k+1) = x(k) - Sg(k) + Cd(k); \quad (4)$$

$$\text{s.t. } g_{\min} \leq g(k) \leq g_{\max}, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^4 g_i(k) \leq C - L. \quad (6)$$

其中

$$x(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k), x_4(k)]^T;$$

$$g(k) = [g_1(k), g_2(k), g_3(k), g_4(k)]^T;$$

$$S = \text{diag}(S_1, S_2, S_3, S_4);$$

$g_{\min}$  和  $g_{\max}$  分别为已知的最小和最大绿灯时间;  $L$  为损失时间, 包括整个信号周期中红灯时间、黄灯时间和绿灯初黄灯末的损失时间.

### 1.2 排队长度均衡的控制思想

排队长度均衡<sup>[7]</sup>的控制思想是根据交叉口车辆到达率实时合理地分配绿灯时间, 保证绿灯时间充分利用. 以两相位交叉口为例, 假定分配给两个相位的绿灯时间相同, 如果两个相位的车辆到达率相同, 则两个相位的排队长度相差不大; 如果相位 1 的车辆到达率大于相位 2, 则相位 1 的排队长度必大于相位 2, 此时配时方案不合理. 排队长度均衡是指尽可能给排队长度较长的相位分配较多的绿灯时间.

根据上述排队长度均衡的控制思想, 可以认为排队长度均衡是使各相位的排队长度趋于一致, 即使得各相位间的排队长度差尽量小, 同时各相位排队长度也尽量小, 而路网中车辆的平均延误与平均排队长度成正比<sup>[11]</sup>. 基于以上考虑, 定义排队长度均衡性能指

标为

$$J = e(k+1)^T Q e(k+1) + x(k+1)^T R x(k+1). \quad (7)$$

其中

$$e(k+1) = [e_{1,2}, e_{1,3}, e_{1,4}, e_{2,3}, e_{2,4}, e_{3,4}]^T,$$

$$e_{i,j}(k+1) = x_i(k+1) - x_j(k+1), 1 \leq i < j \leq 4;$$

$Q$ 为相位间排队长度均衡权重;  $R$ 为各相位排队长度均衡权重.  $Q$ 权重系数的选取可考虑以下两种情形:

- 1) 当相位间排队长度相互影响较大时取为  $1/(x_{i,\max} + x_{j,\max})$ , 如东西直行和东西左转间的排队长度;
- 2) 当相位间相互影响较小时取为 0, 如东西直行和南北直行间的排队长度.  $R$ 权重系数可取为  $1/x_{i,\max}$ , 其中  $x_{i,\max}$  和  $x_{j,\max}$  分别为相位  $i, j$  各方向最大允许排队车辆数.

## 2 四相位定周期单交叉口多参数规划策略

本文的目标是在各相位满足绿灯时间约束的条件下, 寻找最优控制序列  $\{g(k)\}$ , 使得系统性能指标最小, 实现交叉口各相位排队长度的均衡控制. 目前大部分研究采用二次规划方法进行在线求解<sup>[5-6]</sup>, 导致控制信号的实时性降低. 为了快速获得系统的优化控制信号, 本文利用多参数二次规划方法对四相位单交叉口信号优化配时策略进行离线求解.

令  $X(k) = x(k) + Cd(k)$ , 则式(4)可改写为

$$x(k+1) = X(k) - Sg(k). \quad (8)$$

将式(8)代入(7), 整理可得如下优化问题:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} X(k)^T Y X(k) + \\ &\min_{g(k)} \left\{ \frac{1}{2} g(k)^T H g(k) + X(k)^T F g(k) \right\}, \\ \text{s.t. } &Gg(k) \leq W + EX(k). \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $Y, H, F, G, W, E$  由  $S, Q, R$  和约束条件确定.

令  $z \triangleq g(k) + H^{-1}F^T X(k)$ , 式(9)忽略含  $X(k)$  的二次项后可转换为

$$\begin{aligned} J_z &= \min_z \frac{1}{2} z^T H z, \\ \text{s.t. } &Gz \leq W + SX(k). \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $S = E + GH^{-1}F^T$ . 排队长度参数向量  $X(k)$  仅在式(10)的约束条件中出现, 至此, 已将四相位单交叉口信号优化配时问题转化为标准的多参数二次规划问题, 求解步骤如下<sup>[8]</sup>.

**Step 1:** 在问题(10)的可行域(使得问题(10)可行的状态集合)中, 任意选取初始参数向量  $X(k) = X_0$ , 求解得到问题(10)的可行解  $z_0$ .

**Step 2:** 将可行解  $z_0$  代入式(10)的约束条件中, 整理可得, 所有起作用的约束(等式约束)满足  $\hat{G}z_0 = \hat{S}x_0 + \hat{W}$ , 所有不起作用的约束(不等式约束)满足  $\check{G}z_0 < \check{S}X_0 + \check{W}$ .

**Step 3:** 当问题(10)非退化时, 求得最优控制律  $z = H^{-1}\hat{G}^T(\hat{G}H^{-1}\hat{G})(\hat{W} + \hat{S}X(k))$ , 可见  $z$  是排队长度参数向量  $X(k)$  的仿射函数.

**Step 4:** 初始参数向量  $x_0$  对应的凸划分区域  $CR_0$  满足

$$\begin{aligned} GH^{-1}\hat{G}^T(\hat{G}H^{-1}\hat{G}^T)^{-1}(\hat{W} + \hat{S}X(k)) &\leq W + SX(k), \\ (\hat{G}H^{-1}\hat{G}^T)^{-1}(\hat{W} + \hat{S}X(k)) &\geq 0. \end{aligned}$$

**Step 5:** 参照文献[8]中定理3的方法, 将剩余的可行域划分为若干个凸区域  $CR_i$ .

**Step 6:** 每一个可行域  $CR_i$  中相应控制律的求解过程同 Step 2 ~ Step 4.

实际应用中, 单交叉口的排队长度均衡控制可按如下步骤进行: 1) 离线求解式(10), 得到可行域中各个凸划分区域的最优控制律; 2) 采集当前信号周期各相位的排队长度; 3) 结合事先估计得到的车辆到达率, 判断交叉口系统的状态处于哪个凸划分区域, 根据各凸划分区域的控制律, 计算下一个周期的信号配时方案.

## 3 基于 PARAMICS 平台的仿真研究

为了验证基于排队长度均衡性能指标的信号优化策略的有效性, 利用 PARAMICS 平台对四相位单交叉口信号控制进行仿真研究.

### 3.1 PARAMICS 平台

PARAMICS 平台是由英国 Quadstone 公司开发的微观交通流仿真系统, 目前已得到广泛应用, 与 TSIS 和 VISSIM 软件相比, 能够更好地实现 ITS 系统的模拟仿真, 特别是在出行信息诱导、交通事件、交通流预测和自适应控制方法等方面优势明显.

PARAMICS 编程工具提供了 QPO, QPX, QPG 和 QPS 等 4 类函数, 本文仿真实验采用 qps\_SIG\_action (设置各相位的信号配时) 和 qpg\_STA\_count (获取选定道路、车道上行驶车辆数) 函数, 相关参数见表 1.

表 1 PARAMICS 相关参数

	参 数	数 值
PARAMICS 主要参数	仿真时长(HH:MI:SS)	1:00:00
	时间步长	2
	支路长度/m	500
其他参数	信号周期/s	90
	损失时间/s	8
	最小绿灯时间/s	8
	最大绿灯时间/s	50
	相位饱和流率/(veh/s)	0.5
	单车道最大允许排队车辆数/veh	70

仿真对象为单向 3 车道四相位单交叉口, 其中直行为 2 车道, 左转为 1 车道. PARAMICS 通过 demand, profile, matrix 文件对小区流量的释放规律进行控制.

其中: demand 文件给定仿真周期内各小区之间的 OD 流量; profile 文件将一个仿真周期分成多个时间间隔, 用户可以设置各时间间隔内释放车辆的比例, 达到交通量动态变化的效果; matrix 文件建立了 demand 和 profile 之间的对应关系. 仿真车辆释放规律配置信息见表 2~表 4, 车辆分别从小区 1~小区 4(西向、南向、东向、北向)驶入交叉口.

表 2 demand 配置信息

	小区 1	小区 2	小区 3	小区 4	总计
小区 1	0	0	1300	200	1500
小区 2	200	0	0	800	1000
小区 3	900	300	0	0	1200
小区 4	0	700	300	0	1000
总计	1100	1000	1600	1000	4700

表 3 profile 配置信息

周期	1~4	5~8	9~22	23~26	27~40	总计
profile1	16	12	28	16	28	100

表 4 matrix 配置信息

	小区 1	小区 2	小区 3	小区 4
小区 1	1	1	1	1
小区 2	1	1	1	1
小区 3	1	1	1	1
小区 4	1	1	1	1

### 3.2 离线多参数二次规划的求解

对于四相位单交叉口, 整个可行区域可以划分为 16 个凸区域. 四相位单交叉口系统的状态  $X(k) \in \mathbf{R}^4$ , 为了简要说明多参数二次规划结果, 以两相位单交叉口为例, 相关参数设置如下: 信号周期为  $C = 90\text{ s}$ , 损失时间为  $L = 4\text{ s}$ , 最小绿灯时间为  $g_{\min} = 26\text{ s}$ , 最大绿灯时间为  $g_{\max} = 60\text{ s}$ , 相位饱和流率为  $S_i = 0.5\text{ veh/s}$ . 整个可行区域共划分为 6 个凸区域, 如图 2 所示, 其中交叉口在区域 1、区域 2、区域 6 处于饱和状态, 在区域 3、区域 4、区域 5 处于非饱和状态.

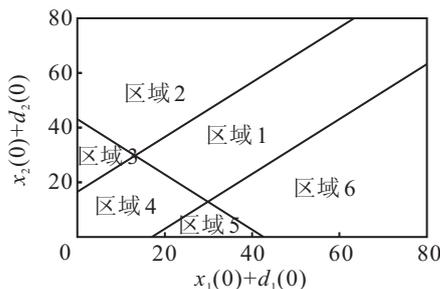


图 2 两相位单交叉口凸区域划分结果

以下仅给出在饱和状态下凸划分区域对应的交叉口信号配时控制律:

$$g(k) = \begin{cases} \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 43 \\ 43 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X(k) \leq \begin{bmatrix} 17 \\ 17 \\ -43 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} 26 \\ 60 \end{bmatrix}, \begin{cases} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} X(k) \leq \begin{bmatrix} -43 \\ -17 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} 60 \\ 26 \end{bmatrix}, \begin{cases} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} X(k) \leq \begin{bmatrix} -17 \\ -43 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{cases} \end{cases}$$

其中  $X(k) = [x_1(k) + Cd_1(k), x_2(k) + Cd_2(k)]^T$ .

从以上控制律可以看出, 对于排队长度较长的相位会分配较长的绿灯时间, 这与排队长度均衡的基本思想是一致的.

### 3.3 PARAMICS 仿真

整个仿真时长为 1 小时, 共有 40 个信号周期, 由表 3 可见, 仿真中共有两个过饱和阶段(第 1~8 周期和第 23~26 周期). 分别将定时控制、感应控制、均衡控制策略应用于单交叉口控制, 各相位排队长度的变化过程如图 3~图 5 所示, 直线为相位 1, 虚线为相位 2, 点线为相位 3, 点划线为相位 4. 由图 3~图 5 可见, 采用定时控制和感应控制策略时, 相位 1 的排队长度一直处于未消散状态; 采用基于均衡的优化控制策略时, 交叉口各相位间排队长度逐步达到了均衡. 为了比较以上 3 种控制策略的控制效果, 选取交叉口服务车辆总数和平均旅行时间作为评价指标. 由表 5 的各项评价指标可见, 与定时控制、感应控制相比, 均衡控制策略对应的服务车辆总数分别增加 6.7%、7.0%, 平均旅行时间分别降低 32.6%、28.7%, 控制效果明显占优.

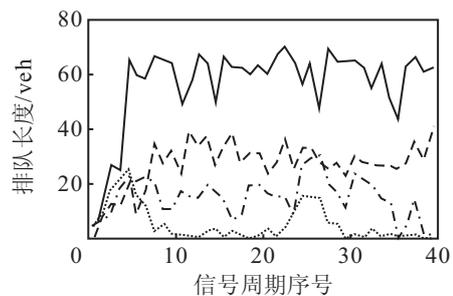


图 3 定时控制时各相位排队长度

以下重点分析均衡控制策略. 如图 5 所示, 对于第 1 个过饱和阶段的第 1~8 周期, 由于车辆到达率较大, 各相位的排队长度均衡增长, 第 9~13 周期车辆到达率变小, 各相位的排队长度逐步均衡消散; 在

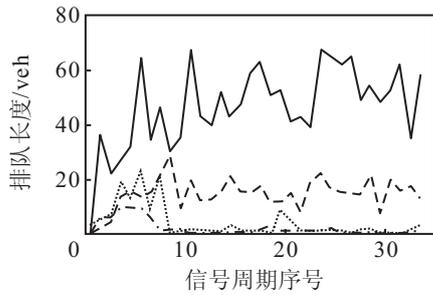


图4 感应控制时各相位排队长度

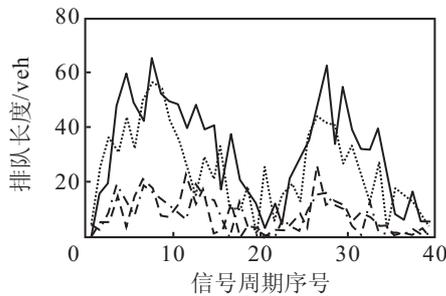


图5 均衡控制时各相位排队长度

表5 3种控制策略评价指标比较

	服务车辆总数/veh	平均旅行时间/s
定时控制	4 157	275.06
感应控制	4 146	260.03
均衡控制	4 436	185.41

第2个过饱和阶段,各相位的排队长度也是均衡形成和消散的.由于直行方向为1车道,左转为2车道,相位1或相位3的排队长度是相位2或相位4排队长度的两倍.

在仿真过程中,各信号周期车辆释放率由随机数生成器(RNG)产生,此时各相位的车辆到达率与事先估计得到的到达率并不完全相同.当交叉口处于饱和状态时,排队长度较长,车辆到达率的随机波动对排队长度均衡的影响不是很明显.当处于非饱和状态时,排队长度较短,车辆到达率的随机波动对排队长度均衡的影响较大.

#### 4 结 论

本文针对饱和单交叉口提出了一种基于排队长度均衡的性能指标,利用多参数二次规划进行离线优化,得到了排队长度参数向量和最优控制律之间分段仿射的显式表达形式,减少了在线计算时间,加快了信号配时策略的求取速度,使得各相位的绿灯时间能够根据当前排队长度和车辆到达情况进行实时调整.最后利用PARAMICS交通仿真软件验证了所提出控制策略的有效性.

#### 参考文献(References)

- [1] Gordon L, Tighe W. Traffic control systems handbook[M]. Washington: FHWA, 2005: 21-35.
- [2] Gazis D C, Potts R B. The oversaturated intersection[C]. Proc of the 2nd Int Symposium on Theory of Road Traffic Flow. London: OECD, 1963: 221-237.
- [3] Papageorgiou M. An integrated control approach for traffic corridors[J]. Transportation Research Part C, 1995, 3(1): 19-30.
- [4] Dinopoulou V, Diakaki C, Papageorgiou M. Simulation investigations of the traffic-responsive urban control strategy TUC[C]. Proc of IEEE Intelligent Transportation Systems Conf. Dearborn, 2000: 458-463.
- [5] Aboudolas K, Papageorgiou M, Kouvelas A, et al. A rolling-horizon quadratic-programming approach to the signal control problem in large-scale congested urban road networks[J]. Transportation Research Part C, 2010, 18(5): 680-694.
- [6] Aboudolas K, Papageorgiou M, Kosmatopoulos E. Store-and-forward based methods for the signal control problem in large-scale congested urban road networks[J]. Transportation Research Part C, 2009, 17(2): 163-174.
- [7] 赵欢. 单信号交叉口绿灯时间无模型自适应控制[D]. 北京: 北京交通大学电子信息工程学院, 2009: 20-32. (Zhao H. Green time model free adaptive control of isolated intersection[D]. Beijing: School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, 2009: 20-32.)
- [8] Bemporad A, Morari M, Dua V, et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems[J]. Automatica, 2002, 38(1): 3-20.
- [9] Bemporad A, Borrelli F, Morari M. Model predictive control based on linear programming—The explicit solution[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(12): 1974-1985.
- [10] 张聚, 王万良. 基于动态规划的约束优化问题多参数规划求解方法及应用[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1135-1138. (Zhang J, Wang W L. Dynamic-programming-based multi-parametric programming method for constrained optimal control problem and its applications[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(6): 1135-1138.)
- [11] Rosenkrantz W A. Little's theorem: A stochastic integral approach[J]. Queueing Systems, 1992, 12(3/4): 319-324.