第 28 卷 第 4 期
Vol. 28 No. 4

控 制 与 决 策
Control and Decision

2013 年 4 月
Apr. 2013

文章编号: 1001-0920 (2013) 04-0600-05

基于状态观测器的多面体不确定随机广义系统鲁棒预测控制

刘晓华, 韩 旭

(鲁东大学 数学与信息学院，山东 烟台 264025)

摘 要: 针对 Itô 型多面体不确定随机广义系统, 提出一种离线观测器型鲁棒预测控制器的综合方法. 通过构造带有误差项的增广随机 Lyapunov 函数, 运用多维 Itô 公式和 LMI 方法, 将 “min-max” 随机规划问题等价转化为一组线性矩阵不等式的求解问题; 给出了控制器存在的充分条件和参数表达式, 证明了初始时刻的可行解可以保证闭环广义系统的随机容许性. 仿真算例验证了该方法的有效性.

关键词: 鲁棒预测控制；随机广义系统；Itô 公式；状态观测器；线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Robust model predictive control for stochastic singular systems with polytopic uncertainty based on state observer

LIU Xiao-hua, *HAN Xu*

(School of Mathematics and Information，Ludong University，Yantai 264025，China. Correspondent：LIU Xiao-hua，E-mail：xhliu_yt@sina.com)

Abstract: The problem of robust predictive control is investigated for stochastic singular systems with polytopic uncertainty, and a design method of robust predictive controller based on off-line state observer is proposed. By constructing the Lyapunov function with the error terms, using multidimensional Itô formula and LMI methods, the “min-max” stochastic programming problem is converted into the solvability problem of a group of LMIs, and then the expression and sufficient conditions for the existence of the control law are given. It is proved that the stochastic admissible property of the closed-loop singular systems is guaranteed by the initial feasible solutions of the optimization problem. A simulation example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: robust model predictive control；stochastic singular systems；Itô formula；state observer；linear matrix inequality

0 引 言

近年来, 在化工、冶炼等过程控制中有着广泛应用的线性系统预测控制, 已扩展到广义系统、随机系统等复杂控制系统. 文献 [1] 针对连续时间范数有界不确定广义系统, 给出了鲁棒预测控制性能指标的上界和系统稳定的充分条件. 文献 [2] 对于具有随机不确定参数的系统, 通过构建终端不等式约束保证系统的随机稳定性, 提出了一种预测控制器的综合方法. 文献 [3] 则研究了离散 Markov 跳变系统预测控制器的综合问题. 随机广义系统由于具有更强的应用背景, 其研究已引起学术界越来越多的关注[4-5], 但关于随机广义系统预测控制的研究还比较少.

由于不易直接量测或者量测设备经济上的局限性, 使得系统不能直接在物理上实现状态反馈, 此时基于受控对象的输入量和输出量的状态观测器控制便成为工程中常用的控制策略. 文献 [6] 针对一类不确定广义时滞系统, 讨论了观测器型鲁棒预测控制问题. 文献 [7] 研究了一类线性不确定时滞 Markov 跳变系统的控制问题, 针对能量有界的输入噪声, 设计了基于观测器的优化鲁棒 H_∞ 控制器.

本文针对一类状态不可测的 Itô 型多面体不确定随机广义系统, 研究观测器型鲁棒预测控制器的综合问题. 离线设计系统的状态观测器, 构造带有误差项的增广随机 Lyapunov 函数; 运用多维 Itô 公式, 求得二次型性能指标的上界; 通过在线求解一个等价的凸

收稿日期: 2011-11-21；**修回日期:** 2012-03-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174097).

作者简介: 刘晓华(1959−), 男, 教授, 博士生导师, 从事预测控制、自适应控制等研究；韩旭(1987−), 男, 硕士生, 从事预测控制的研究.

优化问题, 确定预测控制器的参数及其存在的充分条件, 并证明闭环广义系统的随机容许性. 通过数值仿真验证了所提出方法的有效性.

1　问题描述

Itô 型随机广义系统是一类典型的随机广义系统, Profimatics 公司建立的描述石油催化裂化过程的模型[8]即为一个 Itô 型随机广义系统.

考虑如下 Itô 型随机广义系统:

$$\Sigma:\begin{cases} M\mathrm{d}x=(A(t)x(t)+B(t)u(t))\mathrm{d}t+\\ \qquad C x(t)\mathrm{d}\omega(t),\\ x(0)=x_0\in R^n,\\ y=Dx(t),\\ [A(t)\quad B(t)]\in\Omega. \end{cases}\tag{1}$$

其中: $M\in R^n$ 为奇异矩阵; C 为已知的适维矩阵; x, u, y 分别为系统的状态、输入、输出; Ω 表示多面体模型, 不确定性可测, 具体形式如下:

$$\Omega=\Big\{[A\quad B]|[A(\lambda)\quad B(\lambda)]=\sum_{i=1}^{h}\lambda_i[A_i\quad B_i],\\ \sum_{i=1}^{h}\lambda_i=1,\ \lambda_i\geqslant 0\Big\},\tag{2}$$

A_i、B_i 为已知的适维矩阵. 假设对于任何初值 x_0, 系统 (1) 满足随机微分方程解的存在且唯一性条件[10].

引理 1[1]　系统 (1) 是正则、无脉冲的, 如果存在矩阵 $P\in R^{n\times n}$, 使得下式成立:

$$A^{\mathrm{T}}P+P^{\mathrm{T}}A<0,\ M^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}M\geqslant 0.$$

定义 1[5]　称系统 (1) 是鲁棒随机稳定的, 如果对于每一个初始状态 x_0 及所有不确定性 (2), 均存在一个有限正常数 $T(x_0)$ 使下式成立:

$$E\Big[\int_0^\infty ||x(t)||^2\mathrm{d}t|x_0\Big]\leqslant T(x_0).$$

定义 2　称系统 (1) 是随机容许的, 如果系统是正则、无脉冲、随机稳定的.

考虑无限时域鲁棒预测控制滚动优化的性能指标为

$$\min_{u(kT+\tau,kT),\tau\geqslant 0}\ \max_{[A(t)\ B(t)]\in\Omega} J_k,\tag{3}$$

$$J_k=E\int_0^\infty (x(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}Qx(kT+\tau,kT)+\\ u(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}Ru(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau.\tag{4}$$

其中: E 表示期望; $Q>0$, $R>0$ 为加权矩阵; T 为采样周期.

针对系统 (1), 当系统状态不可测时, 离线设计如下形式的状态观测器:

$$\begin{cases} M\mathrm{d}\bar{x}=(A(t)\bar{x}(t)+B(t)u(t)+L(y-Dx(t)))\mathrm{d}t+\\ \qquad C\bar{x}(t)\mathrm{d}\omega(t),\\ u=K\bar{x}(t). \end{cases}$$

其中: $\bar{x}(t)$ 为状态 $x(t)$ 的重构状态, L 为离线设计的观测器增益. 假设初始状态估计值满足 $\bar{x}(0)=x_0$, $e(t)=x(t)-\bar{x}(t)$ 为观测误差. 在每一个采样时刻 kT, 用估计值 $\bar{x}(kT)$ 表示状态 kT 时刻的测量值, $\bar{x}(kT+\tau,kT)$ 表示基于系统 Σ 的 $kT+\tau$ 时刻的状态预测值, $u(kT+\tau,kT)$ 表示求解随机规划 (SP) 问题 (3) 得到的 $kT+\tau$ 时刻的受控输入.

鲁棒预测控制的目的是在每一采样时刻 kT, 设计观测器型控制器

$$u=K\bar{x},\tag{5}$$

使闭环系统是随机容许的.

2　主要结果

将观测器型控制器 (5) 代入系统 (1), 则有

$$M\mathrm{d}\dot{x}=[(A+BK)x-BKe]\mathrm{d}t+Cx\mathrm{d}\omega,$$
$$M\mathrm{d}e=(A-LD)e\mathrm{d}t+Ce\mathrm{d}\omega.$$

令

$$X=\begin{bmatrix} x\\ e\end{bmatrix},\ \bar{M}=\begin{bmatrix} M & 0\\ 0 & M\end{bmatrix},\ \bar{C}=\begin{bmatrix} C & 0\\ 0 & C\end{bmatrix},$$
$$\bar{A}=\begin{bmatrix} A+BK & -BK\\ 0 & A-LD\end{bmatrix},$$

则闭环增广系统可写为

$$\bar{M}\mathrm{d}X=\bar{A}X\mathrm{d}t+\bar{C}X\mathrm{d}\omega.\tag{6}$$

为设计控制器, 定义如下的增广随机 Lyapunov 函数:

$$V(x(t))=X^{\mathrm{T}}\bar{M}^{\mathrm{T}}\bar{P}^{\mathrm{T}}X.\tag{7}$$

其中: P 满足 $M^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}M\geqslant 0$, $\bar{P}=\begin{bmatrix} P & 0\\ 0 & P\end{bmatrix}$.

引理 2[5]　对于系统 (1), 如果存在矩阵 $P>0$, 使得

$$P^{\mathrm{T}}A+A^{\mathrm{T}}P+C^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}PC<0,\ M^{\mathrm{T}}P=P^{\mathrm{T}}M\geqslant 0,$$

则系统 (1) 是鲁棒随机稳定的.

由引理 2 可得如下定理:

定理 1　对于系统 (1), 在采样时刻 kT, 如果 SP 问题

$$\min_{u(kT+\tau,kT)=Kx(kT+\tau,kT),\tau\geqslant 0}\ \max_{F^{\mathrm{T}}F\leqslant I} J_k,\tag{8}$$

$$\text{s.t.}\ \ H<0\tag{9}$$

有解, 其中

$$H=\begin{bmatrix} f_1 & -P^{\mathrm{T}}BK\\ -(BK)^{\mathrm{T}}P & f_2\end{bmatrix},$$

$$f_1=P^{\mathrm{T}}(A+BK)+(A+BK)^{\mathrm{T}}P+C^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}PC+\\ Q+K^{\mathrm{T}}RK,$$

$f_2 = P^{\mathrm{T}}(A-LD)+(A-LD)^{\mathrm{T}}P+C^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}PC$,

则有 $\max J_k \leqslant V(X(kT))$, 且系统存在观测器型预测控制器 (5), 使闭环增广系统 (6) 是随机容许的.

证明

$$\max J_k = \max E\int_0^{\infty}(x(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}Qx(kT+\tau,kT)+ u(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}Ru(kT+\tau,kT))\mathrm{d}\tau = \max E\int_0^{\infty}X(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} Q+K^{\mathrm{T}}RK & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\times X(kT+\tau,kT)\mathrm{d}\tau+E\int_0^{\infty}\mathrm{d}V(X(kT+\tau,kT))+ V(X(kT)),$$

其中 X 为 $2n$ 维 Itô 过程. 由 Itô 公式 [10] 有

$$\max J_k = \max E\int_0^{\infty}X(kT+\tau,kT)^{\mathrm{T}}H\times X(kT+\tau,kT)]\mathrm{d}\tau+V(X(kT)).$$

由式 (9) 可得 $\max J_k \leqslant V(X(kT))$.

SP 问题 (8) 有解, 不妨设 $u_k = K_k x$, P_k 为其最优解, 则将其代入式 (9), 不等式成立, 此时式 (9) 可表示为

$$\bar{A}^{\mathrm{T}}\bar{P}+\bar{P}^{\mathrm{T}}\bar{A}+\bar{C}^{\mathrm{T}}\bar{M}^{\mathrm{T}}\bar{P}\bar{C}+\begin{bmatrix} Q+K^{\mathrm{T}}RK & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}<0,$$

所以

$$\bar{A}^{\mathrm{T}}\bar{P}+\bar{P}^{\mathrm{T}}\bar{A}+\bar{C}^{\mathrm{T}}\bar{M}^{\mathrm{T}}\bar{P}\bar{C}<0,\ \bar{A}^{\mathrm{T}}\bar{P}+\bar{P}^{\mathrm{T}}\bar{A}<0.$$

由引理 1 和引理 2 可知, 闭环系统 (6) 是正则、无脉冲且随机稳定的; 由定义 2 可知, 闭环系统 (6) 是随机容许的. □

预测控制器设计的难点在于求解滚动优化环节中的 SP 问题 (8), 下面对其作进一步等价转化.

定理 2 SP 问题 (8) 与以下优化问题等价:

$$\min V(X(kT)),\quad \text{s.t. 式 (9)}. \tag{10}$$

证明过程与文献 [3] 中引理 1 的证明类似, 此处略.

为利用 LMI 方法求解优化问题 (10), 现引入如下结论:

引理 3 (Schur 补)[11] 假设对称矩阵 $F = \begin{bmatrix} A & B^{\mathrm{T}}\\ B & C\end{bmatrix}$, 以下两个结论等价:

1) 若 C 是非奇异的, 则 $F>0$ 的充分必要条件是 $C>0$ 且 $A-B^{\mathrm{T}}C^{-1}B>0$;

2) 若 A 是非奇异的, 则 $F>0$ 的充分必要条件是 $A>0$ 且 $C-B^{\mathrm{T}}A^{-1}B>0$.

引理 4[1] 若 M 为奇异矩阵, 秩为 r, 则存在正交矩阵 $U=[U_1,U_2]$, $V=[V_1,V_2]$ 使得 $M = U\begin{bmatrix} \Sigma_r & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}V^{\mathrm{T}}$, 且 $MV_2=0, U_2^{\mathrm{T}}M=0$.

引理 5[1] 1) 所有满足 $ZM^{\mathrm{T}} = MZ^{\mathrm{T}} \geqslant 0$ 的 Z, 均可表示为 $Z = MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}}$. 其中: $W\geqslant 0\in R^{r\times r}$, $S\in R^{n\times(n-r)}$. 若 Z 非奇异, 则 $W>0$.

2) 若 $MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2$ 非奇异, 则存在 $\hat{W}$ 使得 $(MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})^{-T} = U_1\hat{W}U_1^{\mathrm{T}}M+U_2\hat{S}$. 其中 $\hat{W} = \Sigma_r^{-1}W^{-1}\Sigma_r^{-1}$, $\hat{S} = U_2^{\mathrm{T}}(MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})^{-\mathrm{T}}$.

由以上引理, 利用 LMI 方法, 可确定出控制器存在的充分条件及其显式表达式如下.

定理 3 对于系统 (1), kT 时刻的优化问题 (10) 等价于如下 LMI 优化问题:

$$\min_{\gamma,W,Y,S,G}\gamma; \tag{11}$$

$$\text{s.t.}\ \begin{bmatrix} 1 & x(kT)^{\mathrm{T}}V_1 & e(kT)^{\mathrm{T}}V_1\\ * & W & 0\\ * & * & W\end{bmatrix}>0, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} & -B_iY^{\mathrm{T}} & Y & L_{14} & L_{15} & 0\\ * & L_{22} & 0 & 0 & 0 & L_{15}\\ * & * & -rR^{-1} & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -rQ^{-1} & 0 & 0\\ * & * & * & * & -W & 0\\ * & * & * & * & * & -W\end{bmatrix}<0. \tag{13}$$

当 LMI 优化问题有解时, 系统存在观测器型预测控制器 (5), 使闭环增广系统 (6) 是随机容许的. 其中

$$L_{11} = (MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})A_i^{\mathrm{T}}+ A_i(MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}+YB_i^{\mathrm{T}}+B_iY^{\mathrm{T}},$$
$$L_{14} = MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}},$$
$$L_{15} = (MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})C^{\mathrm{T}}V_1,$$
$$L_{22} = (MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})A^{\mathrm{T}}+ A(MV_1WV_1^{\mathrm{T}}+SV_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}-G-G^{\mathrm{T}},$$

$*$ 表示相应矩阵的对称块矩阵, $i=1,2,\cdots,h$.

证明 首先对优化问题 (10) 进行等价转化, 即

$$\min\gamma;\quad \text{s.t. 式(9)},\quad V(X(kT))<\gamma. \tag{14}$$

要证明此定理成立, 只需证明式 (9)、(14) 与 (12)、(13) 等价即可.

由引理 4, 存在正交矩阵 $U=[U_1,U_2]$, $V=[V_1, V_2]$, 使得 $MV_2=0, U_2^{\mathrm{T}}M=0$.

因 $M^{\mathrm{T}}P = P^{\mathrm{T}}M > 0$, 不等式两边同时左乘

$P^{-\mathrm{T}}$, 右乘 P^{-1}, 并令 $Z = P^{-\mathrm{T}}$, $P^{-1} = Z^{\mathrm{T}}$, 则有 $ZM^{\mathrm{T}} = MZ^{\mathrm{T}}$. 由引理 5, 存在 $\tilde{W}$、$\tilde{S}$ 使得

$$Z = MV_1\tilde{W}V_1^{\mathrm{T}} + \tilde{S}V_2^{\mathrm{T}},$$

$$P = Z^{\mathrm{T}} = (MV_1\tilde{W}V_1^{\mathrm{T}} + \tilde{S}V_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = U_1\hat{W}U_1^{\mathrm{T}}M + U_2\hat{S}.$$

其中

$$\hat{W} = \Sigma_r^{-1}\tilde{W}^{-1}\Sigma_r^{-1},$$

$$\hat{S} = U_2^{\mathrm{T}}(MV_1\tilde{W}V_1^{\mathrm{T}} + \tilde{S}V_2^{\mathrm{T}})^{-\mathrm{T}}.$$

由 $U_1^{\mathrm{T}}M = \Sigma_rV_1^{\mathrm{T}}$, $U_2^{\mathrm{T}}M = 0$, 有

$$M^{\mathrm{T}}P = M^{\mathrm{T}}(U_1\hat{W}U_1^{\mathrm{T}}M + U_2\hat{S}) = M^{\mathrm{T}}U_1\hat{W}U_1^{\mathrm{T}}M = V_1\tilde{W}^{-1}V_1^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

所以

$$V(X(kT)) = x(kT)^{\mathrm{T}}V_1\tilde{W}^{-1}V_1^{\mathrm{T}}x(kT) + e(kT)^{\mathrm{T}}V_1\tilde{W}^{-1}V_1^{\mathrm{T}}(kT),$$

进而, 式 (14) 等价于

$$x(kT)^{\mathrm{T}}V_1\tilde{W}^{-1}V_1^{\mathrm{T}}x(kT) + e(kT)^{\mathrm{T}}V_1\tilde{W}^{-1}V_1^{\mathrm{T}}e(kT) < \gamma. \tag{16}$$

对于式 (9), 不等式两边同时左乘 $\begin{bmatrix} Z & 0 \\ 0 & Z \end{bmatrix}$, 右乘 $\begin{bmatrix} Z^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & Z^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$, 并将式 (15) 代入. 令 $\tilde{Y} = ZK^{\mathrm{T}}$, $\tilde{G} = LDZ^{\mathrm{T}}$, 由引理 3, 式 (9) 可以转化为

$$\begin{bmatrix} f_3 & -B\tilde{Y}^{\mathrm{T}} & \tilde{Y} & Z & ZC^{\mathrm{T}}V_1 & 0 \\ * & f_4 & 0 & 0 & 0 & ZC^{\mathrm{T}}V_1 \\ * & * & -R^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\tilde{W} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\tilde{W} \end{bmatrix} < 0,$$

$$f_3 = ZA^{\mathrm{T}} + AZ^{\mathrm{T}} + \tilde{Y}B^{\mathrm{T}} + B\tilde{Y}^{\mathrm{T}},$$

$$f_4 = ZA^{\mathrm{T}} + AZ^{\mathrm{T}} - \tilde{G} - \tilde{G}^{\mathrm{T}}. \tag{17}$$

将 $Z = MV_1\tilde{W}V_1^{\mathrm{T}} + \tilde{S}V_2^{\mathrm{T}}$ 代入, 并令 $Y = \gamma\tilde{Y}W = \gamma\tilde{W}S = \gamma\tilde{S}G = \gamma\tilde{G}$, 因为不等式 (17) 对于 $[A, B]$ 是仿射的, 所以式 (17) 等价于 (13), 式 (16) 等价于 (12).

由 $\tilde{Y} = ZK^{\mathrm{T}}$, 可得控制器增益为

$$K = Y^{\mathrm{T}}(MV_1WV_1^{\mathrm{T}} + SV_2^{\mathrm{T}})^{-\mathrm{T}}.$$

优化问题 (11) 是由 SP 问题 (8) 等价转化得来, 其最优解即为 SP 问题 (8) 的最优解. 由定理 1 可知, 闭环系统 (6) 是随机容许的. □

注 1 定理 3 表明, kT 时刻的滚动优化问题可等价转化为优化问题 (11).

注 2 本文的状态观测器是离线设计的, 观测器增益 L 可依据 Luenberger 方法[9]选取. 由定理 3 可知, 本文设计的控制器可以保证闭环增广系统的随机稳定性, 即观测误差系统是稳定的, 因此, 观测器是收敛的.

注 3 定理 3 给出了预测控制器存在的一个充分条件, 当 Q、R 的模 $||Q||$ 和 $||R||$ 逼近于 0 时, 本条件可视为控制器存在的充要条件.

定理 4 凸优化问题 (11) 在 kT 时刻的任意可行解, 在 $NT(N \geqslant k)$ 时刻仍是可行的.

证明过程与文献 [6] 中引理 3 的证明类似, 此处略.

根据定理 3 提出的鲁棒预测控制器的综合方法, 可以确定出在 kT 时刻, 使闭环系统随机容许的控制律 K_k; 而定理 4 表明, 初始采样时刻的可行解保证优化问题 (11) 始终存在可行解, 即可以滚动优化下去.

3 仿真算例

利用以上结果, 考虑不确定随机广义系统 (1). 其中

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ A(\theta) = \begin{bmatrix} -2+\theta_1 & 1 & 0 \\ 0.5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1+\theta_1 \end{bmatrix},$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5\theta_2 & 0 \\ 0 & 1+\theta_2 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1.7 \\ -1.2 \\ 1 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ R = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

针对系统 (1), 根据 Luenberger 方法, 设计离线状态观测器, 取观测器增益

$$L = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.7 & 1.3 \\ 0.2 & -0.6 & 0.1 \\ 1.4 & 0.5 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$\theta_1 \in [0, 0.2],\ \theta_2 \in [-0.1, 0.1].$$

当 θ_1、θ_2 变动时, 上述模型用多面体模型来表述, 即

$$\Omega = C_o\left\{\left(\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0.5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0.05 & 0 \\ 0 & 0.9 \end{bmatrix}\right),\right.$$

$$\left(\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0.5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.05 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}\right),$$

$$\left(\begin{bmatrix}-1.8 & 1 & 0\\ 0.5 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -0.8\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 0\\ -0.05 & 0\\ 0 & 0.9\end{bmatrix}\right),$$

$$\left(\begin{bmatrix}-1.8 & 1 & 0\\ 0.5 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -0.8\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0.05 & 0\\ 0 & 1.1\end{bmatrix}\right)\Bigg\}.$$

利用LMI工具箱中的gevp求解器求解优化问题(11)并仿真, 可得系统的输入和状态如图1和图2所示.

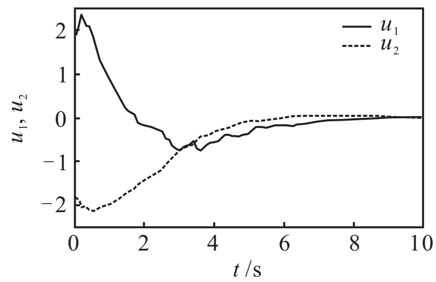

图 1　系统输入曲线

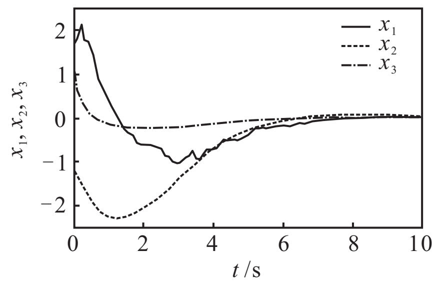

图 2　系统状态曲线

图1和图2表明, 在本文设计的控制器作用下, 系统状态渐近趋于零, 即系统是随机稳定的.

4 结　论

本文针对一类状态不可测的Itô型多面体不确定随机广义系统, 设计了离线观测器型鲁棒预测控制器. 基于多维Itô公式及增广随机Lyapunov函数, 求得性能指标的上界, 将SP问题转化为一个等价的凸优化问题; 确定出鲁棒预测控制器的显式表达式, 并以线性矩阵不等式的形式给出了控制器存在的充分条件. 最后, 通过仿真结果验证了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Zhang L Q, Huang B. Robust model predictive control of singular systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 1000-1006.

[2] Couchman P D. Stochastic MPC with inequality stability constraints[J]. Automatic, 2006, 42(6): 2169-2174.

[3] Park B G, Kwon W H. Robust one step receding horizon control of discrete time Markovian jump uncertain systems[J]. Automatic, 2002, 38(1): 1229-1235.

[4] Ma Shuping, Boukas E K. Stability and robust stabilization for uncertain discrete stochastic hybrid singular systems with time-delay[C]. Proc of the 47th IEEE Conf on Decision and Control. Mexico, 2008: 3415-3420.

[5] Wu L G, Daniel W C. Sliding mode control of singular stochastic hybrid systems[J]. Automatic, 2010, 46(8): 779-783.

[6] 刘晓华, 杨园华. 基于观测器的不确定广义时滞系统鲁棒预测控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 607-616.
(Liu X H, Yang Y H. Robust model predictive control of singular systems with delayed-state and parameter uncertainty based on state observer[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 607-616.)

[7] 何舒平, 刘飞. 基于观测器的不确定时滞Markov跳变系统 H_∞ 控制[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(12): 2117-2121.
(He S P, Liu F. Observer-based H_∞ control for uncertain time-delay systems with Markov jumps[J]. Engineering Systems and Electronics, 2007, 29(12): 2117-2121.)

[8] 王朝珠, 戴立意. 广义动态系统[J]. 控制理论与应用, 1986, 3(1): 1-10.
(Wang C Z, Dai L Y. Dynamic singular systems[J]. Control Theory & Application, 1986, 3(1): 1-10.)

[9] 段广仁. 鲁棒Luenberger观测器设计[J]. 自动化学报, 1992, 18(6): 742-747.
(Duan G R. Design of robust Luenberger observer)[J]. Acta Automatica Sinica, 1992, 18(6): 742-747.)

[10] 胡适耕. 随机微分方程[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 37-81.
(Hu S G. Stochastic differential equations[M]. Beijing: Science Press, 2008: 37-81.)

[11] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 6-22.
(Yu L. Robust control－Using linear matrix inequalities[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 6-22.)