第 28 卷 第 4 期
Vol. 28 No. 4

控 制 与 决 策
Control and Decision

2013 年 4 月
Apr. 2013

文章编号: 1001-0920 (2013) 04-0627-05

一类非线性系统的无超调控制

陈小平[a], 徐红兵[b]

(电子科技大学 a. 空天科学技术研究院，b. 自动化工程学院，成都 611731)

摘 要: 针对一类严格反馈非线性系统, 利用后推法设计一种无超调跟踪控制律. 对于阶数小于 4 的对象, 给出了控制律参数应满足的充要条件; 对于阶数更高的对象, 给出了求解一个充分条件的方法. 该控制律适用于零与非零初始条件, 且参考输出不限制为阶跃信号. 通过两个数值仿真例子验证了所提出控制律的有效性.

关键词: 无超调控制；严格反馈非线性系统；后推法

中图分类号: TP273　　**文献标志码:** A

Non-overshooting control for a class of nonlinear systems

CHEN Xiao-ping[a], *XU Hong-bing*[b]

(a. Institute of Astronautics and Aeronautics，b. School of Automation，University of Electronic Science and Technology of China，Chengdu 611731，China. Correspondent：CHEN Xiao-ping，E-mail：xpchen@uestc.edu.cn)

Abstract: A non-overshooting control law for a class of strict-feedback nonlinear systems is developed by using the backstepping method. For the systems with an order smaller than forth, a sufficient and necessary condition to assure no overshoot is presented; while for those with a higher order, a method to derive sufficient conditions is proposed. The control law is applied to both zero and non-zero initial conditions, and moreover does not require the reference to be a step signal. Two simulation examples demonstrate the effectiveness of the control law.

Key words: non-overshooting control；strict-feedback nonlinear systems；backstepping

0 引 言

控制工程中的很多问题, 往往要求实现系统输出对参考信号的小超调甚至无超调跟踪, 例如高精度车床的进给控制, 雕刻机探针的位置控制等.

近十几年来, 线性系统的无超调控制问题得到较多的研究[1-7]. 对于单入-单出低阶线性系统, 通过分析响应或误差的解析表达式, 容易求取无超调的充要条件[1-3, 6]. 对于高阶或多入-多出系统, 通过分析误差的脉冲响应函数[4-5]或采用基于状态空间描述的分析方法[7], 也得到了一些充分条件.

非线性系统的无超调控制具有挑战性, 研究结果很少, 仅见文献 [8] 针对一类特殊非线性系统, 给出了一种无超调控制设计方法. 该文的研究思路是: 利用 backstepping[9]技术构造控制律, 获得了链式的闭环误差动态方程, 其第 1 个状态为跟踪误差; 通过选择设计参数保证所用状态的初值为负,以使得所有状态在收敛过程中都保持为负. 这种通过所有状态恒负来保证第 1 个状态恒负的思路显然具有较大的保守性, 所获得的条件都是充分的, 但不一定必要.

本文借助于 backstepping 技术, 为严格反馈非线性系统设计无超调控制律, 构造出相同于文献 [8] 中式 (10) ~ (11) 的链式误差动态方程. 与文献 [8] 不同的是, 本文对于阶数小于 4 的对象, 求解了设计参数和初值应满足的充要条件; 对于阶数更高的对象, 给出了求解一个充分条件的方法. 与文献 [8] 中的条件相比, 不管对于低阶或高阶对象, 本文获得的无超调条件覆盖的参数域更广. 通过仿真例子验证了本文控制律和参数条件的有效性, 同时反映了文献 [8] 中条件的保守性.

1 问题提出

考虑如下严格反馈非线性系统:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_i = x_{i+1} + \varphi_i(\bar{x}_i),\ i = 1, 2, \cdots, n-1,\\
&\dot{x}_n = u + \varphi_n(\bar{x}_n),\\
&y = x_1.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

收稿日期: 2011-11-09；**修回日期:** 2012-04-05.

基金项目: 国家863计划项目(2009AA7060501).

作者简介: 陈小平(1970−), 男, 高级工程师, 从事导航与运动控制技术的研究；徐红兵(1966−), 男, 教授, 博士生导师, 从事控制科学与工程等研究.

其中: x_i, y 和 u 分别表示系统状态、输出和输入; $\bar{x}_i = [x_1, \cdots, x_i]^{\mathrm{T}}$; 非线性项 $\varphi_i(\cdot)$ 是 $n-1$ 次可微的.

用 $y_r(t)$ 表示 n 次时间可微的参考信号, 并定义误差

$$e(t) \triangleq y_r(t) - y(t). \tag{2}$$

基于式 (2), 本文无超调的含义是: 若 $e(t)$ 的符号在 $t \in [0, +\infty)$ 内不发生变化, 则无超调. 本文的研究目标是: 为系统 (1) 设计控制律, 以保证闭环输出 $y(t)$ 渐近跟踪 $y_r(t)$, 而且 $e(t)$ 在 $t \in [0, +\infty)$ 时段内不变号. 为简便起见, 不失一般性, 这里仅讨论使 $e(t)$ 非负的情况, 即保证

$$e(t) \geqslant 0, \ \forall t \geqslant 0. \tag{3}$$

2 控制律设计与无超调条件分析

2.1 控制律设计

对于系统 (1), 考虑如下形式的坐标变换:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1} - y_r^{i-1}, \ i = 1, 2, \cdots, n. \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} &\alpha_0 = 0, \\ &\alpha_i(\bar{x}_i, \bar{y}_r^{i-1}) = -c_i z_i - \varphi_i + \dot{\alpha}_{i-1}, \ i \geqslant 1. \end{aligned} \tag{5}$$

这里: $\bar{y}_r^{i-1} = [y_r, \cdots, y_r^{i-1}]^{\mathrm{T}}$; $c_i > 0$ 是反馈增益; $\dot{\alpha}_{i-1}$ 是 α_{i-1} 的时间导数, 其解析表达式为

$$\dot{\alpha}_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \Big[\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j}(x_{j+1} + \varphi_j) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{j-1}} y_r^j \Big]. \tag{6}$$

在 z_i 坐标系中, 设计控制律

$$u = \alpha_n + y_r^n, \tag{7}$$

联立式 (1) 和 (4) ∼ (7), 得到 z_i 坐标系中的闭环系统为

$$\begin{aligned} &\dot{z}_i = -c_i z_i + z_{i+1}, \ i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ &\dot{z}_n = -c_n z_n. \end{aligned} \tag{8}$$

对于系统 (8), 容易验证其特征根为 $-c_i < 0, i = 1, 2, \cdots, n$, 因此当 $t \to \infty$ 时, $z_i(t) \to 0$. 由变换 (4) 的可逆性和 $y_r(t)$ 的光滑性易知, x_i 是收敛的.

2.2 无超调条件分析

由式 (1) ∼ (2) 和 (4) ∼ (5) 可得

$$e(t) = -z_1(t), \tag{9}$$

因此, 条件 $e(t) \geqslant 0$ 等价于条件 $z_1(t) \leqslant 0$.

对方程 (8) 进行拉氏变换可得

$$\begin{aligned} &z_i(s) = \frac{z_i(0)}{s + c_i} + \frac{z_{i+1}(s)}{s + c_i}, \ i = 1, 2, \cdots, n-1, \\ &z_n(s) = \frac{z_n(0)}{s + c_n}. \end{aligned} \tag{10}$$

其中: $z_i(s)$ 表示 $z_i(t)$ 的拉氏变换, $z_i(0)$ 表示 z_i 坐标系中状态的初值.

对式 (10) 进行迭代运算可得

$$z_1(s) = \sum_{i=1}^{n} z_{1i}(s), \tag{11}$$

其中

$$z_{1i}(s) = z_i(0) \Big/ \prod_{j=1}^{i} (s + c_j). \tag{12}$$

式 (11) 和 (12) 说明, $z_1(s)$ 等于 n 个组份之和. 为了实现 $z_1(t) \leqslant 0$, 文献 [8] 的思路是: 合理选择 c_i 使得 $z_i(0) < 0, i = 1, 2, \cdots, n$. 这种选择导致 $z_{1i}(s)$ 具有负的脉冲响应, 即 $z_{1i}(t) < 0$. 显然, 为了保证 $z_1(t) \leqslant 0$, 并没有必要要求 $z_j(t) \leqslant 0, j = 2, 3, \cdots, n$. 从这个角度看, 文献 [8] 的思路是保守的. 下面将分别针对低阶和高阶对象, 给出无超调的充要条件和求解一个充分条件的方法, 以获得更广的参数覆盖域, 减小保守性.

1) $n = 1$ 情况.

对于一阶对象, 控制律 (7) 变成

$$u = \underbrace{c_1(y_r - y)}_{\text{P control}} - \varphi_1(y) + \dot{y}_r, \tag{13}$$

获得的闭环系统是 $\dot{z}_1 = -c_1 z_1$. 显然, 保证 $z_1(t) \leqslant 0$ 的充要条件是

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ c_1 > 0. \end{cases} \tag{14}$$

与文献 [8] 中结果的区别是: 条件 (14) 涵盖了 $z_1(0) = 0$ 的情况.

2) $n = 2$ 情况.

对于 $n = 2$, 控制律 (7) 变成

$$\begin{aligned} u = &-c_1 c_2 x_1 - \Big(c_1 + c_2 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}\Big)(x_2 + \varphi_1) - \\ &\varphi_2 + c_1 c_2 y_r + (c_1 + c_2)\dot{y}_r + \ddot{y}_r. \end{aligned} \tag{15}$$

由式 (11) 可得相应的 $z_1(s)$ 的表达式为

$$z_1(s) = \frac{z_1(0)(s + c_2) + z_2(0)}{(s + c_1)(s + c_2)}. \tag{16}$$

直接解析 $z_1(t)$, 并通过简单的分析可知, $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当下列条件之一成立:

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ z_2(0) \leqslant 0; \end{cases} \tag{17}$$

$$\begin{cases} z_1(0) < 0, \\ z_2(0) > 0, \\ z_2(0)/z_1(0) \geqslant c_1 - c_2. \end{cases} \tag{18}$$

对于二阶对象 (1), 有如下结论:

定理 1 应用控制律 (15) 于 $n = 2$ 的对象 (1), 闭环响应 $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当条件 (17) 或 (18) 成立.

注 1 利用文献 [8] 的思路获得的条件是 $z_i(0) < 0, i = 1, 2$. 该条件显然只是条件 (17) 的一个真子集 (因为条件 (17) 允许 $z_1(0) = 0$ 和/或 $z_2(0) = 0$); 而且式 (18) 说明, 定理 1 条件包含了 $z_2(0) > 0$ 的可能.

当 $\varphi_1(x_1) = \varphi_2(\bar{x}_2) \equiv 0$ 时, 即当 (1) 为双积分时,

式 (15) 变成

$$u = \underbrace{c_1c_2(y_r - x_1)}_{\text{P control}} + \underbrace{(c_1 + c_2)(\dot{y}_r - x_2)}_{\text{D control}} + \ddot{y}_r. \tag{19}$$

显然, 式 (19) 比标准 PD 控制律多了 $\ddot{y}_r$ 项. 这一项的作用很重要, 因为标准 PD 控制律无法实现对双积分的无超调阶跃响应控制[6].

3) $n = 3$ 情况.

此时, 控制律 (7) 变成

$$\begin{aligned} u = & -c_1c_2c_3x_1 - \Big[c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3 + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} + \\ & \Big(c_1 + c_2 + c_3 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}\Big)\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} + (x_2 + \varphi_1)\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial^2 x_1}\Big] \times \\ & (x_2 + \varphi_1) - \Big(c_1 + c_2 + c_3 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2}\Big) \times \\ & (x_3 + \varphi_2) + c_1c_2c_3y_r + (c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)\dot{y}_r + \\ & (c_1 + c_2 + c_3)\ddot{y}_r + \dddot{y}_r - \varphi_3. \end{aligned} \tag{20}$$

对应 $z_1(s)$ 的表达式形式为

$$z_1(s) = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{(s + c_1)(s + c_2)(s + c_3)}.$$

其中

$$\begin{aligned} & a_2 = z_1(0), \\ & a_1 = c_2z_1(0) + c_3z_1(0) + z_2(0), \\ & a_0 = c_2c_3z_1(0) + c_3z_2(0) + z_3(0). \end{aligned} \tag{21}$$

为便于分析, 定义 $z_1(s)$ 的分子多项式函数 $f(x)$ 为

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0,\ x \in R. \tag{22}$$

将式 (21) 代入 (22), 并分别取 $x = -c_1, -c_2, -c_3$, 可得

$$\begin{aligned} f(-c_1) = & z_3(0) + (c_3 - c_1)z_2(0) + \\ & (c_2 - c_1)(c_3 - c_1)z_1(0), \end{aligned} \tag{23}$$

$$f(-c_2) = z_3(0) + (c_3 - c_2)z_2(0), \tag{24}$$

$$f(-c_3) = z_3(0). \tag{25}$$

对于 c_1, c_2, c_3 这 3 个正常数, 它们之间存在 4 种典型关系: 1) 3 个互不相等, 不妨设 $c_1 < c_2 < c_3$; 2) 仅较大的两个相等, 不妨设 $c_1 < c_2 = c_3$; 3) 仅较小的两个相等, 不妨设 $c_1 = c_2 < c_3$; 4) 3 个都相等, 即 $c_1 = c_2 = c_3$. 针对这 4 种典型关系, 分别应用文献 [2] 中的引理 A1 ~ A4, 可得如下的结论:

结论 1　当 $c_1 < c_2 < c_3$ 时, $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当下列条件之一成立:

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) \leqslant 0, \\ f(-c_2) \geqslant 0; \end{cases} \tag{26}$$

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) \leqslant 0, \\ f(-c_2) < 0, \\ f(-c_3) \geqslant f(-c_2); \end{cases} \tag{27}$$

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) \leqslant 0, \\ f(-c_2) < 0, \\ f(-c_3) < f(-c_2), \\ \dfrac{c_3 - c_1}{c_2 - c_1}\ln\dfrac{f(-c_1)}{f(-c_2)} \geqslant \ln\dfrac{f(-c_2)}{f(-c_3)}. \end{cases} \tag{28}$$

结论 2　当 $c_1 < c_2 = c_3$ 时, $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当下列条件之一成立:

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) \leqslant 0, \\ f(-c_3) \geqslant f(-c_1); \end{cases} \tag{29}$$

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) < 0, \\ f(-c_3) < f(-c_1), \\ \dfrac{(c_1 - c_3)z_2(0)}{f(-c_3)} \geqslant \ln\dfrac{f(-c_3)}{f(-c_1)}. \end{cases} \tag{30}$$

结论 3　当 $c_1 = c_2 < c_3$ 时, $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当下列条件之一成立:

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) = 0, \\ (c_3 - c_1)z_1(0) + z_2(0) \leqslant 0; \end{cases} \tag{31}$$

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) < 0, \\ f(-c_3) \geqslant f(-c_1); \end{cases} \tag{32}$$

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ f(-c_1) < 0, \\ f(-c_3) < f(-c_1), \\ \dfrac{[(c_3 - c_1)z_1(0) + z_2(0)](c_3 - c_1)}{f(-c_1)} \geqslant \ln\dfrac{f(-c_1)}{f(-c_3)}. \end{cases} \tag{33}$$

结论 4　当 $c_1 = c_2 = c_3$ 时, $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当下列条件之一成立:

$$\begin{cases} z_1(0) \leqslant 0, \\ z_2(0) \leqslant 0, \\ z_3(0) \leqslant 0; \end{cases} \tag{34}$$

$$\begin{cases} z_1(0) < 0, \\ 2z_1(0)z_3(0) \geqslant z_2^2(0). \end{cases} \tag{35}$$

综合上述分析, 可得如下的设计结果:

定理 2　控制律 (20) 作用于 $n = 3$ 的对象 (1), 闭环响应 $z_1(t) \leqslant 0$ 当且仅当条件 (26) ~ (35) 其中之一成立.

注 2　按文献 [8] 的思路获得的条件 ($z_i(0) < 0$, $i = 1, 2, 3$) 只是上述条件 (27) 或 (29) 或 (32) 或 (34) 的一个真子集, 因此也只是定理 2 条件的一个真子集; 而且定理 2 中其他条件, 如 (26), (28), (30), (31), (33), (35) 都可能包含 $z_2(0) > 0$ 和/或 $z_3(0) > 0$ 的情况, 后

面的仿真例子2将证实这一点.

当对象(1)为三重积分链, 即$\varphi_1(x_1)=\varphi_2(\bar{x}_2)=\varphi_3(\bar{x}_3)\equiv 0$时, 式(20)变成

$$u=\underbrace{c_1c_2c_3(y_r-x_1)}_{\text{P control}}+\underbrace{(c_1c_2+c_1c_3+c_2c_3)(\dot{y}_r-x_2)}_{\text{D control}}+\underbrace{(c_1+c_2+c_3)(\ddot{y}_r-x_3)}_{\text{D}^2\text{ control}}+\dddot{y}_r. \quad (36)$$

式(36)比标准PDD^{2}多了$\dddot{y}_r$项. 该项的作用很重要, 因为由文献[10]中的引理8.1可知, 对于三重积分链, 标准PDD^{2}控制无法获得无超调的阶跃响应.

注3 这里只讨论了4种典型情况, 并没有涵盖所有可能的情况. 其他情况的结果都可从上述结果中简单推出. 例如, 对于$c_1>c_2>c_3$的情形, 只需把式(26)～(28)中的$f(-c_3)$和$f(-c_1)$分别替换为$f(-c_1)$和$f(-c_3)$即可.

4) $n\geqslant 4$情况.

随着n的增大, 直接分析$z_1(s)$或$z_1(t)$都很复杂. 若采用文献[8]的思路, 获得的条件又过于保守. 这里给出一种折中方法: 先依次合并$z_{1i}(s)\,(i=1,2,\cdots,n)$中相邻的2项或3项, 以获得粒度更大的$m$个组份$Z_{1j}\,(j=1,2,\cdots,m)$, 显然有$n/3\leqslant m\leqslant n/2$; 然后利用上述2阶、3阶对象的结果和文献[5]的Fact 4, 求解Z_{1j}脉冲响应非正的充分(或充要)条件, 再取其交集, 即可得到$z_1(s)$脉冲响应处处非正的一个充分条件. 例如, 对于$n=4$, $z_1(s)$的表达式(11)可重新分解为

$$z_1(s)=Z_{11}(s)+Z_{12}(s). \quad (37)$$

其中: $Z_{11}(s)$和$Z_{12}(s)$可由下式

$$\begin{aligned}&Z_{11}(s)=z_{11}(s)+z_{12}(s)+z_{13}(s),\\&Z_{12}(s)=z_{14}(s),\end{aligned} \quad (38)$$

或

$$\begin{aligned}&Z_{11}(s)=z_{11}(s)+z_{12}(s),\\&Z_{12}(s)=z_{13}(s)+z_{14}(s)\end{aligned} \quad (39)$$

给出. $z_{1i}(s)$的表达式见式(12), $i=1,2,3,4$.

对于分解形式(38), 利用上述三阶对象的分析结果, 可以得到$Z_{11}(s)$脉冲响应处处非正的充要条件, 而对于$Z_{12}(s)$, 也易知其脉冲响应处处非正的充要条件是$z_4(0)\leqslant 0$. 显然, 这两个条件的交集是$z_1(s)$脉冲响应处处非正的一个充分条件. 这个交集不为空, 因为条件$z_j(0)\leqslant 0\,(j=1,2,3,4)$属于这个交集. 利用这种方法, 对于分解式(39), 也能获得一个充分条件.

上述分解思想的可行性由如下引理保证:

引理 1 大于或等于4的自然数n总可以分解成n_1个2和n_2个3之和, 即

$$n=2n_1+3n_2, \quad (40)$$

其中$n_1\geqslant 0$和$n_2\geqslant 0$为整数.

证明 借助于数学归纳法完成.

1) 证明$n=4$(偶数)和$n=5$(奇数)时, 分解关系式(40)成立. 显然, 对于$n=4$, 可取$n_1=2$, $n_2=0$; 对于$n=5$, 可取$n_1=1$, $n_2=1$.

2) 假设$n=k\geqslant 4$时式(40)成立, 即有

$$k=2k_1+3k_2. \quad (41)$$

其中: k为偶数时, $k_1\geqslant 1$, $k_2\geqslant 0$; k为奇数时, $k_1\geqslant 0$, $k_2\geqslant 1$.

3) 证明$n=k+1$时, 这种分解关系也成立. 这里给出一种构造性证明. 当k为偶数时, 由式(41)可得

$$k+1=2(k_1-1)+3(k_2+1). \quad (42)$$

即说明$k+1$可以分解成(k_1-1)个2和(k_2+1)个3之和, 而且结合第2)步的假设可知, $(k_1-1)\geqslant 0$, $(k_2+1)\geqslant 1$. 当k为奇数时, 由式(41)可得

$$k+1=2(k_1+2)+3(k_2-1). \quad (43)$$

即说明$k+1$可以分解成(k_1+2)个2和(k_2-1)个3之和, 而且结合第2)步的假设可知, $(k_1+2)\geqslant 2$, $(k_2-1)\geqslant 0$. 这表明, 不管$k+1$为奇数还是偶数, 都有分解关系式(40)成立. □

引理1说明, 对于任意的$n=k\geqslant 4$, 总可以把$z_1(s)$分解成$m\,(m=n_1+n_2)$个组份之和. 实际上, 它们的脉冲响应非正条件的交集构成了$z_1(s)$脉冲响应非正的一个充分条件. 这个交集不为空, 因为条件$z_j(0)\leqslant 0\,(j=1,2,\cdots,n)$显然属于该集合.

3 数值仿真

例1 选取文献[8]中的例子2, 这里考虑二阶对象(1). 其中: 非线性项$\varphi_1(x_1)={x_1}^2$, $\varphi_2(\bar{x}_2)\equiv 0$; 参考信号$y_r(t)=1-\sin t$; 初始条件$x_1(0)=0$, $x_2(0)=1$. 相应地, $z_1(0)=-1$.

对于控制律(15), 选择$c_1=1.5$, $c_2=2$, 该组增益比文献[8]中的增益($c_1=c_2=3$)小, 而且导致$z_2(0)=0.5>0$. 这样的参数取值满足本文条件(18), 相应的控制效果如图1所示. 可见, $z_1(t)$和$z_2(t)$都渐近收敛到零, 而且$z_1(t)$保持恒负, $z_2(t)$恒正.

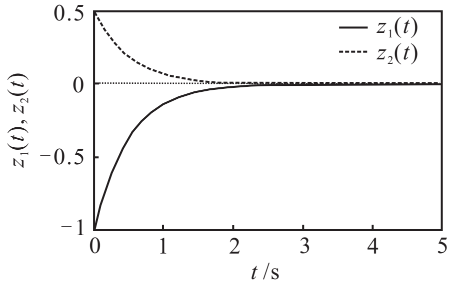

图 1 二阶对象的控制效果

例 2　考虑三阶对象 (1). 其中: 非线性项 $\varphi_1(x_1) = {x_1}^2$, $\varphi_2(\bar{x}_2) = {x_2}^2$, $\varphi_3(\bar{x}_3) = x_1x_2x_3$; 参考信号 $y_r(t) = 1 - \sin t$; 初始条件 $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$, $x_3(0) = -5$. 相应地, $z_1(0) = -1$.

对于控制律 (20), 选择 $c_1 = 1$, $c_2 = 4$, $c_3 = 2$. 该组增益导致 $z_2(0) = 1 > 0$, $z_3(0) = 2 > 0$, $f(-c_1) = 0$, $f(-c_2) = 0$, $f(-c_3) = 2$, 而且条件 (26) 满足, 相应的控制效果如图 2 所示. 从图 2 可以看出, $z_1(t)$, $z_2(t)$ 和 $z_3(t)$ 渐近收敛到零, 而且 $z_1(t)$ 保持恒负, $z_2(t)$ 和 $z_3(t)$ 恒正.

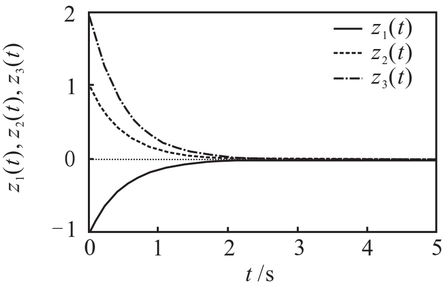

图 2　三阶对象的控制效果

4　结　论

非线性系统的无超调控制问题具有挑战性. 本文基于坐标变换和后推法, 为一类严格反馈非线性系统设计了无超调控制律. 针对阶数低于 4 的对象, 给出了无超调的充要条件; 针对阶数等于或高于 4 的对象, 给出了求解一个充分条件的方法. 该控制律实现了闭环系统输出对参考信号 (可为非阶跃类型的信号) 的无超调跟踪, 而且初始条件允许非零.

参考文献(References)

[1] Jayasuriya S, Song J W. On the synthesis of compensators for nonovershooting step response[J]. ASME J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1996, 118(4): 757-763.

[2] Lin S K, Fang C J. Nonovershooting and monotone nondecreasing step responses of a third-order SISO linear system[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(9): 1299-1303.

[3] Beker O, Hollot C V, Chait Y. Plant with integrator: An example of reset control overcoming limitations of linear feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(11): 1797-1799.

[4] Darbha S, Bhattacharyya S P. On the synthesis of controllers for a nonovershooting step response[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 797-799.

[5] Bement M, Jayasuriya S. Construction of a set of nonovershooting tracking controllers[J]. ASME J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2004, 126(3): 558-567.

[6] 朱波, 王新华, 蔡开元. 双积分系统阶跃响应快速无超调控制: 一种增益切换非线性 PD 控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1119-1125.
(Zhu B, Wang X H, Cai K Y. Fast and nonovershooting control for double-integral system with step input: Nonlinear PD control based on gain-switching[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(10): 1119-1125.)

[7] Schmid R, Ntogramatzidis L. Achieving a nonovershooting transient response with multivariable dynamic output feedback tracking controllers[C]. The 48th IEEE Conf on Decision and Control and the 28th Chinese Control Conf. 2009: 5328-5332.

[8] Krstic M, Bement M. Nonovershooting control of strict-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(12): 1938-1943.

[9] Krstic M, Kokotovic P V, Kanellakopoulos I. Nonlinear and adaptive control design[M]. Washingtion: Wiley, 1995: 22-65.

[10] Goodwin G C, Graebe S F, Salgado M E. Control system design[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2000: 30-50.

(上接第626页)

[11] Hu T, Lin Z L. Properties of the composite quadratic Lyapunov functions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(7): 1162-1167.

[12] Mason O, Shorten R. On common quadratic Lyapunov functions for stable discrete-time LTI systems[J]. IMA J of Applied Maths, 2004, 69(3): 271-283.

[13] Knorn F, Mason O, Shorten R. On linear co-positive Lyapunov functions for sets of linear positive systems[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1943-1947.

[14] Cheng D, Guo L, Huang J. On quadratic Lyapunov function[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(5): 885-890.

[15] Wagener A. Geometric division with a fixed point: Not half the cake, but at least $4/9$[J]. Group Decision Negotiation, 2006, 15(1): 43-53.