# 环空钻柱三维二重非线性动力学问题的研究

#### 刘延强

(石油大学(华东)机械系,山东东湾 257062)

摘要 通过对大挠度钻柱受力变形特点及其环空旋转状态下与井壁接触机理的分析,根据动力学原理,建立和进一步完善钻柱与井壁动态摩擦接触模型。根据有限元理论,提出了 Wilson - 法与 Newton - Raphson 法相结合的模式,解决钻柱二重非线性动力学问题。计算分析结果说明,文中理论模型是可行的,不仅更完善,而且更简便;动态非线性效应分析得到了与静态分析相似的结论;钻柱与井壁各种接触形式或并存或交替都有可能;转速较高时动态影响不容忽视。

关键词 大挠度,钻柱,环空动力学,二重非线性,接触模型

# 引 言

在钻井过程中,钻柱的弯曲、旋转及其与井眼的作用而产生振动,影响着钻具钻进.对旋转钻柱动态分析,文 [1] 放弃了前人关于钻柱-井壁接触的一切假设(包括撞击或连续接触、纯滚动或滑动等),建立了一般接触模型,使钻柱-井壁接触这一关键问题的计算得到较大程度的完善.但主要局限于小挠度分析.90年代以来,大曲率水平井钻探日益增加,这要求钻柱动态模型考虑非线性问题.文中将就此对钻柱动态分析模型进一步研究和完善,以更准确和广泛的了解下部钻具组合(BHA)的动态响应,进而更有效地井眼轨迹控制.更是对这类二重(几何、边界)非线性动力学问题算法的探讨.

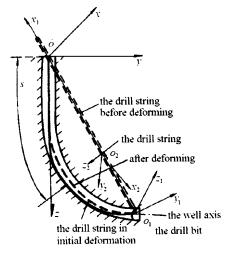


图 1 钻柱变形及有关坐标系 Fig. 1 The deformation behaviors of drill string and relative coordinate systems

# 1 大挠度钻柱动力学有限元分析和方程

## 1.1 钻柱的受力变形描述

由于难以避免方位漂移,弯曲井眼轴线一般为空间曲线. 钻井中钻柱在重力、钻压、扭矩、泥浆浮力和井壁约束等作用下,产生三维变形. 一方面随井轴弯曲而弯曲称为初位移,另一方面相对井轴也有变形称为计算位移(图1). 大曲率井眼中钻柱产生大挠度,但钻柱很长且柔性较好,变形一般不是塑性的,仍为小变形,属几何非线性问题;环空旋转钻柱位移受到井筒限制,产生了钻柱与井壁的接触边界问题,这些接触的位置、形式是未知的,且随时间变化,形成了接触非线性问题. 钻柱大位

移主要表现于初位移部分,计算位移相对很小. 初位移可通过测井数据逼近计算事先确定. 故可以井轴为基准轴、计算位移为基本未知量<sup>[2]</sup>.

为了便于描述钻柱的受力变形 ,采用如下坐标系:(1) oxyz 坐标系描述井轴. 井口为 o 点,x , y ,z 轴的单位正向矢量分别为 i ,j ,k ,指向北、东、下;(2)  $o_1$   $x_1$   $y_1$   $z_1$  坐标系描述钻柱初位移.  $o_1$  点在钻头 , $x_1$  指向井口 , $y_1$  与  $x_1$  共铅垂面并偏上 , $z_1$  轴水平 . 其单位正向矢量分别为  $i_1$  , $j_1$  , $k_1$  .设 oxyz 坐标系下 , $o_1$  点坐标为( $x_{o_1}$  , $y_{o_1}$  , $z_{o_1}$  ),则  $i_1$  =  $\{-x_{o_1}/f$  ,  $-y_{o_1}/f$  ,  $-z_{o_1}/f\}$  =  $\{a\}$  , $\{a$ 

oxyz 的坐标变换矩阵为 $[t_1] = \{a\}$  {b} ;(3)  $o_2 x_2 y_2 z_2$  坐标系描述钻柱受力变形.  $o_2$  点在研究点的 {c} 初

变形前位置,在  $x_1$  轴上, $x_2$  沿井轴切向(称轴向), $x_2$  与  $x_2$  共铅垂面并偏下(称井斜方向), $y_2$  轴水平(称方位方向). 其单位正向矢量分别为  $i_2$ , $i_2$ , $i_2$ , $i_2$ . 设 oxyz 坐标系下,井轴上任一点 M(x,y,z) 的矢径 R,是井深(实际弧长)s 的单值函数,则  $i_2 = R(s) = \{a_1\}$ ,  $i_2 = k_1 \times i_2 = \{b_1\}$ ,

$$\mathbf{k}_2=\mathbf{i}_2$$
  $\mathbf{x}\mathbf{j}_2=\{c_1\}$ ,从坐标系  $o_2$   $x_2$   $y_2$   $z_2$  到  $oxyz$  的坐标变换矩阵为[ $t$ ]= $\begin{cases} \{a_1\}\\ \{b_1\} \} \end{cases}$ . 进而知从坐标  $ch$ 

系  $o_1 x_1 y_1 z_1$  到  $o_2 x_2 y_2 z_2$  的坐标变换矩阵为[ $t_2$ ] = [t]<sup>-1</sup>[ $t_1$ ].

#### 1.2 钻柱单元动力学非线性方程

据有限元理论将钻柱离散为二结点三维刚架单元(图 2(a)),视钻头处铰支,并眼为圆孔.建立单元坐标系  $lx_3 y_3 z_3$ ,其三轴与  $o_1 x_1 y_1 z_1$  三轴同向.一般结构动态分析中,有限元方程为

$$[m]^{e}\{\ddot{u_{g}}\}^{e} + [c]^{e}\{\dot{u_{g}}\}^{e} + [k]^{e}\{u_{g}\}^{e} = \{p\}^{e}$$

其中: $\{\vec{u}_s\}^c$ , $\{\vec{u}_s\}^c$ , $\{\vec{u}_s\}^c$ ,分别为单元加速度,速度,位移向量; $[m]^c$ 为单元质量矩阵; $[c]^c$ 为单元阻尼矩阵,多采用线性瑞雷阻尼,即  $[c]^c = a[m]^c + b[k]^c$ ,a,b 为由固有频率和阻尼比确定的常数; $[k]^c$  为单元刚度矩阵,线性问题为常矩阵,对非线性问题为位移的函数; $[p]^c$  为单元载荷向量。文中认为由于钻柱。井壁接触位置未知且随时间变化,不存在恒定的各阶固有频率,常数 a, b 不便确定;同时瑞雷阻尼本身就较粗糙,钻柱的阻尼很复杂,既存在泥浆、井壁等的外阻尼,也有内阻尼,简单阻尼模型远非能表达,故不宜用瑞雷阻尼,应通过建立钻柱。

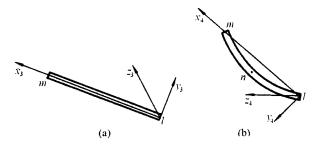


图 2 单元及其坐标系

Fig. 2 The element and their coordinate systems

井壁动态接触模式和应用经验公式加以考虑. 设单元计算位移向量,初位移向量分别为  $\{u_i\}^c$ , $\{u_0\}^c$ ,则

$$\{u_g\}^e = \{u\}^e + \{u_0\}^e, \qquad \{\ddot{u_g}\}^e = \{\dot{u}\}^e$$

对非线性问题

由此,单元系下钻柱有限元非线性动力学方程可为

$$[m]^e \{u^e\}^e + [k(\{u_0\}^e + \{u\}^e)]^e (\{u_0\}^e + \{u\}^e) = \{p\}^e + \{p_f\}^e$$

即

$$[m]^e \{\ddot{u}\}^e + [k]^e \{u\}^e = \{p\}^e + \{p_f\}^e - [k]^e \{u_0\}^e$$

其中 :  $\{p_f\}^{\circ}$ 为阻尼力向量,是速度等的函数,由经验公式和接触模式计算。质量矩阵、刚度矩阵可由下式计算

$$[\ m\ J^{\rm e}\ =\ _{V_{\rm e}}[\ N\ ]^{\rm T}\ [\ N\ ]\ {\rm d}\ V\ ,\qquad [\ k\ J^{\rm e}\ =\ _{V_{\rm e}}[\ B\{\ u_0\}^{\rm e}\ +\{\ u\}^{\rm e})\ ]^{\rm T}[\ D\ ][\ B\ (\{\ u_0\}^{\rm e}\ +\{\ u\}^{\rm e})\ ]\ {\rm d}\ V$$

$$i_{4} = \begin{cases} \frac{x_{m} - x_{l}}{f_{1}}, \frac{y_{m} - y_{l}}{f_{1}}, \frac{z_{m} - z_{l}}{f_{1}} &= \{a_{2}\} \end{cases}$$

$$i_{5} = \begin{cases} \frac{x_{n} - x_{l}}{f_{2}}, \frac{y_{n} - y_{l}}{f_{2}}, \frac{z_{n} - z_{l}}{f_{2}} &\text{. (下标 n 为圆弧单元中点)} \end{cases}$$

$$k_{4} = i_{4} \times i_{5} / |i_{4} \times i_{5}| = \{c_{2}\}, \qquad j_{4} = k_{4} \times i_{4} = \{b_{2}\}$$

其中

$$f_1 = \sqrt{(x_m - x_l)^2 + (y_m - y_l)^2 + (z_m - z_l)^2}$$

$$f_2 = \sqrt{(x_n - x_l)^2 + (y_n - y_l)^2 + (z_n - z_l)^2}$$

从坐标系  $lx_4 y_4 z_4$  到 oxyz 的坐标变换矩阵为  $[t_3] = \begin{cases} lx_4 y_4 z_4 & \text{if } b_2 \end{cases}$  . 则从坐标系  $lx_4 y_4 z_4 & \text{if } a_2 y_2 z_2 y_3 z_4 \end{cases}$ 

的坐标变换矩阵为  $[t_4] = [t]^{-1}[t_3]$ .

#### 1.3 结构动力学非线性方程

将各单元特性矩阵变换到坐标系  $o_2 x_2 y_2 z_2$  下,并扩充叠加可得结构动力学非线性方程

$$[M]\{U\} + [K(\{U_0\} + \{U\})]\{U\} = \{P\} + \{P_f\} - [K]\{U_0\}]$$
 (1)

$$[K] = \int_{1}^{n_{e}} [2]^{T} [kf[2], [M] = \int_{1}^{n_{e}} [2]^{T} [mf[2], [P] = \int_{1}^{n_{e}} [4] [pf, [P_{f}]] = \int_{1}^{n_{e}} [4] [pff, [P_{f}]] = \int_{1}^$$

# 2 钻柱 井壁接触机理与模型

在弯曲井眼中,钻柱一方面绕自身轴线旋转,另一方面有绕两端连线旋转(弓旋)的趋势。但井眼限制必然造成与井壁的动态接触,这种接触的位置、形式是未知的,且随时间在不断的变化。构成了结构分析中动态边界非线性问题。

*设某接触点处*,法向与切向矢量为 n,T(仅在接触点处才存在). t 瞬时该点处钻柱横截面形心切向加速度为  $a_T$ ,法向加速度为  $a_n$ ,旋转角加速度为 . 与 t 相当邻近的两瞬时为 t ,t ,t ,t ,t ? t ? t ,t ,t 。 t ,t ,t 。 t 。 t ,t 。 t 。

$$_{T}^{+} = e_{T} \, \bar{}_{T}, \qquad _{n}^{+} = -e_{n} \, \bar{}_{n}$$
 (2)

$$_{T}^{+} = _{T}^{-} + (F + Q_{1} + Q_{2} + q lk) t(m)^{-1}$$
 (3)

$$n = n + (N + Q_3 + Q_4 + q lk') t(m)^{-1}$$
 (4)

$$^{+} = ^{-} + 8 \left[ M_{1} + M_{2} - F \frac{D_{0}}{2} - m_{f} l \quad t(m)^{-1} (D_{0}^{2} + D_{i}^{2})^{-1} \right]$$
 (5)

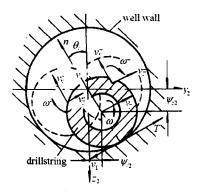


图 3 (a) 钻柱与井壁接触点处速度符号示意图 Fig. 3 (a) The velocity symbols at contact point of drillstring and well wall

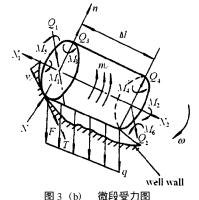


Fig. 3 (b) The free body of the small section of drillstring

# (2) ~ (5) 式联立,并考虑各种接触形式特点,可推得

$$F = e_{T T}, \qquad \stackrel{+}{n} = -e_{n n}$$

$$N = -m(t)^{-1}(1 + e_{n}) \stackrel{-}{n} - Q_{3} - Q_{4} - q lk$$

$$F = \begin{cases} F_{1} = fN \\ F_{2} = m(t)^{-1}(e_{t} - 1) \stackrel{-}{T} - Q_{1} - Q_{2} 1 q lk \end{cases}$$

$$(6)$$

其中 k, k 分别为 q 向 T, n 投影系数,可写为  $k = -\sin \sin n, k$  =  $-\sin \cos n$  ,为 T 与铅垂方向夹角, 为接触点在井筒横截面上的方位角(图 3 (a)).

在该模式中,只要 t 取得充分小,无论撞击或连续接触,此时此处总在接触,模式总是适用的。只是碰撞时, $m_f$  与 q 的影响可忽略而已。若  $F_2 \leq F_1$  ,则说明为纯滚动,此时  $F=F_2$  ;反之,说明接触具有滑动,则  $F=F_1$  ,这时需要反复迭算,直至  $F=F_2=F_1$  ,使求得的结果符合动力学关系,由此说明该模式适合并可输出各种接触形式。

# 3 大挠度钻柱动力学方程的求解

求解结构动力学方程,常用的有振型叠加法和逐步积分法,前者仅适于线性问题;后者简捷方便,结果全面稳定,其中 Wilson 法效果最好。据 Wilson 法,对任意时刻 t+t 的动态响应,通过计算有效刚度矩阵  $[\overline{K}]$  和有效载荷列阵  $[\widetilde{P}]$  ,将方程(1)化为时间离散的方程

$$[\overline{K}(\{U_{gt+-t}\})]\{U_{t+-t}\} = \{\widetilde{P}_{t+-t}\}$$
(7)

其中

注意到该方程与静力学平衡方程形式相同,故可利用解非线性方程的 Newton - Raphson 法选算求得  $\int U_{t+-t} J_{t+-t}$  ,再按照 Wilson - 法的公式求得时刻  $t_{t+-t}$  的动态响应

$$\{ \ \dot{U}_{gt+\ t} \} = b_2(\{ \ U_{gt+\ t} \} - \{ \ U_{gt} \}) + b_3\{ \ \dot{U}_{gt} \} + b_4\{ \ \ddot{U}_{gt} \}$$

$$\{ \ \dot{U}_{gt+\ t} \} = \{ \ \dot{U}_{gt} \} + b_5(\{ \ \ddot{U}_{gt+\ t} \} + \{ \ \ddot{U}_{gt} \})$$

$$\{ \ U_{gt+\ t} \} = \{ \ U_{gt} \} + t\{ \ \dot{U}_{gt} \} + b_8(\{ \ \ddot{U}_{gt+\ t} \} + 2\{ \ \ddot{U}_{gt} \})$$

其中,  $b_i(i=0,1,...,6)$  是由时间步长 t 决定的计算系数.

然而由于井筒的限制,无论求  $\{U_{t+-t}\}$  的每次迭代还是求  $\{U_{t+-t}\}$  ,都需考虑这点,即若求得的节点横向位移  $h_i = \sqrt{\frac{2}{y_2} + \frac{2}{z_2}}$  (图 1 (a))大于环空半径 a ,即认为钻柱该处受到井壁

约束,条件为  $h_i = a$ .并需与求得的正反力 N 反向;否则解除约束重算,直至全部满足,进 而确定出每次迭代、每瞬时的约束边界.

在迭算求边界约束时,还需考虑接触模式,即由有限元求得的接触节点的反力分量  $F_{52}$  ,  $F_{z2}$  导出的正反力  $N=-(F_{z2}\cos + F_{y2}\sin )$  和摩擦力  $F=F_{y2}\cos - F_{z2}\sin$  需与 (6) 式中 求得的 N, F 统一起来.

综上所述,计算步骤简写为:(a) 输入有关数据、初始条件、初始边界条件,划分单元、 时间,求初位移  $(U_0)$ ; (b) 求计算常数、相应位移的有效刚度矩阵  $(\overline{K})$  和有效载荷列阵  $\begin{bmatrix} \tilde{P} \end{bmatrix}$ ; (c) 解方程 (7) 求 t + t, t + t 时刻位移和反力; (d) 检查解的真伪. 若解不正确, 建立新的边界条件,返回(b)步;(e)求总位移,检查位移迭代增量是否满足精度. 若不满足, 返回(b)步;(f)输出响应,检查是否达到预定时间. 若没有,返回(b)步对下时刻计算.

# 4 算例分析

据本文理论与算法编制程序,为了与静力计算比较,对装有文 [2] 中增斜 (二个稳定 器)、降斜 (一个稳定器)、稳斜 (三个稳定器) 等三种典型下部钻具组合的钻柱的动态特性和 非线性效应进行计算分析. 已知数据为:钻头压力 180 kN,钻头处井斜角(井轴切线与铅垂 线的夹角) 25°, 井眼、钻头、稳定器的直径均为 31.115cm, 钻铤内、外径 7.62cm × 20.32cm, 泥浆容重 1.11t/m<sup>3</sup>.分析如下:

# 4.1 非线性效应分析

图 4 反映了增斜钻具钻头侧向力(横向力)响应均值的非线性效应(非线性、线性计算结 果差异). 其结果与静力分析结果基本相同 (参见文 [2] 图 8). 即井眼曲率大于 5 9 30 m 时, 随着井眼曲率增大,非线性与线性计算结果差别(即非线性效应)明显增加,其次,不同钻具 的非线性效应的程度和偏向不同,增斜钻具非线性效应的程度较大,且对其线性计算的造斜力 偏大:降斜钻具非线性效应的程度较小,且对其线性计算的降斜力偏小,稳斜钻具非线性效应 的程度最小,甚至可忽略不计.

#### 4. 2 动态响应分析

图 5 为增斜钻具钻头侧向力在井眼曲率 12 9 30 m, 转速 95 rad/ min 情况下的响应状况. 波 动不规则,有较大的随机性,但几乎每转一周都有至少一时段明显的波动和波幅,说明有碰撞 接触存在:而其它时段波动相对平缓,则说明接触多为连续接触、输出说明,接触多为具有滑 动的接触,只是转速较低时,有一定纯滚动接触成分、碰撞接触的存在,是动态因素影响钻进 的主要原因之一. 取转速  $0 \sim 250 \text{ rad/min}$  中不同值的计算说明,转速较低时 (70 rad/min) 以 下) 和很高 (200 rad/min 以上) 时,钻具钻头侧向力的波动和波幅很小,说明转速较低时, 接触多为连续接触,动态因素影响不明显,而转速很高时,可能是由于接触变化频率太大,以 致于接近连续接触状况,但其响应均值与静力分析结果相比却有明显不同:转速较高时(尤其 在 100 ~ 170 rad/ min 范围内),波动较大,有较大的脉冲和峰值,说明钻柱与井壁间有明显的 冲击作用. 这些接触规律, 与文 [1] 线性分析相类似.

#### 4.3 转速对大挠度钻柱钻头侧向力的影响

图 6 反映了增斜钻具钻头侧向力响应均值在井眼曲率 12 9 30 m 时随转速变化状况,说明 转速在 0 ~ 70 rad/ min 范围内变化对钻头侧向力响应均值影响不大,与静力分析结果接近,而 在大于 75 rad/ min 时,随转速增加,对钻头侧向力响应均值影响逐渐明显,可使钻头侧向力响应均值绝对值有较大的增大或减小. 转速在 70~ 100 rad/ min 范围内,随转速增大,侧向力响应均值负向递增;100~ 150 rad/ min 范围内,随转速增大,侧向力响应均值变化不大,侧向力响应均值最大,比静力分析结果大 10 kN 左右,近半倍;大于 150 rad/ min 时,随转速增大,侧向力响应均值负向递减. 由此认为,转速较高(例大于 70 rad/ min)时,动态因素影响随转速增加愈加明显,设计、分析、施工应予考虑.

另外,不同钻具受动态因素的影响也有所不同.增斜钻具受影响程度较大,降斜钻具次之,稳斜钻具受影响程度最小.

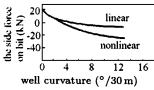


图 4 钻头侧向力响应均值非线性效应 Fig. 4 The nonlinear effect of average value of side force response on bit

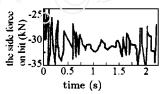


图 5 大挠度钻柱钻头侧向力响应 Fig. 5 The side force response on bit of large deformation drillstring

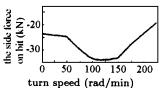


图 6 转速对钻头侧向力响应均值的影响 Fig. 6 The effect of turn speed on average value of side force response on bit

# 5 结 论

#### 计算分析说明:

- 1) 对于钻柱二重非线性动力学问题,采用 Wilson 法与 Newton Raphson 法结合求解是可行的,引入碰撞系数不仅完善而且简化了接触模式;
- 2) 动态响应均值的非线性效应与静态分析结论基本一致,即并眼曲率超过 5 9 30 m 时, 非线性效应随井眼曲率增大愈加显著,大位移的影响应予考虑,尤其增斜钻具,降斜钻具次 之;
- 3) 在钻柱旋转过程中碰撞或连续接触可能交替存在或并存,与井眼条件和转速有关:转速较低 (70 rad/ min 以下) 时,接触多为连续接触,其响应均值与静力分析结果相近,动态因素影响较小,而转速很高 (200 rad/ min 以上) 时,接触变化频率太大,以致于接近连续接触状况,但响应均值与静力分析相比却有明显不同;转速较高时 (100 ~ 170 rad/ min 范围内),冲击作用明显. 接触以滑动接触为主,只在低转速下有一定纯滚动成分;
- 4)转速较高(例大于 70 rad/min)时,动态因素影响随转速增加愈加明显,设计、分析、施工应予考虑.尤其增斜钻具,降斜钻具次之.

# 参考文献

- 1 刘延强. 旋转钻柱环空动力学问题的研究. 计算结构力学及其应用, 1993, 10 (3): 307 ~ 312 (Liu Yanqiang. A study of dynamics of the spinning drillstring in annulus. *Computational Structural Mechanics and Applications*, 1993, 10 (3): 307 ~ 312 (in Chinese))
- 2 刘延强,吕英民. 环空钻柱结构三维非线性分析. 应用数学和力学,1994,15 (3):259 ~ 272 (Liu Yanqiang, et al. Three demensional nonlinear analysis of drillstring structure in annulus. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1994, 15 (3):259 ~ 272 (in Chinese))

# A STUDY OF TRID IMENSIONAL DOUBLE NONLINEAR DYNAMICS OF DRILLSTRING IN ANNULUS

Liu Yanqlang

(University of Petrleum (East China), Shandong Dongying 257062, China)

**Abstract** Based on the analysis of forces and deformations of drillstring with large deflection and intermittent contacts with the well wall, the model of the dynamic frictional contact is improved. Solving the double - nonlinear dynamic problem of drillstring by combinning Wilson - method with Newton - Raphson method is developed. The computations show it is possible that various kinds of contact exist togather or alternatively, and that dynamic analysis must be done in higher revolution speed.

Key words large deflection, drillstring, dynamics in annulus, double - nonlinear, contact model