

疲劳剩余强度的可靠性研究¹⁾

曾 珊

凌树森

(中国海程总公司, 上海 200122) (上海材料研究所, 上海 200437)

摘要 利用断裂力学, 疲劳和可靠性分析方法, 对疲劳过程中的剩余强度进行了研究. 通过七组试样的试验, 得到了发动机连杆材料 18CrNiWA 钢的 $P-R-S-N$ 曲线 (即失效概率-剩余强度-疲劳应力-循环寿命曲线). 本文的分析方法对其他承受疲劳载荷的零部件和材料, 具有重要的推广应用价值.

关键词 疲劳, 剩余强度, 可靠性, $P-R-S-N$ 曲线 (P ——失效概率, R ——剩余强度, S ——疲劳应力, N ——循环寿命)

引 言

对于承受疲劳载荷的零部件, 其可靠性的决定取决于设计要求. 例如, 如果零部件需要安全地运行一段时间而不进行检查的话, 那么在这一段时间内, 它必须保持一个低的可接受的失效概率. 大部分民用工程结构就属于这一类. 当然, 包括民航机采用的安全寿命设计也属于这一类. 然而, 由于重量和经济的要求, 例如某些航天结构, 在它们被检查修理或替换以前, 允许有一个疲劳损伤的累积过程, 这时就要求它的剩余强度保持高于某一极限值.

对于第一类情况下的疲劳可靠性分析, 仅仅只考虑疲劳过程的最终结局——断裂, 在给定循环数 N 下的失效概率为

$$P_f(N) = P(N_f \leq N) \quad (1)$$

其中, N_f 为失效循环数, 是一个随机变量.

对于第二类情况下的疲劳可靠性分析, 则要把零部件的强度 R (称为剩余强度) 作为循环数 N 的函数, 并假定剩余强度逐渐降低到等于疲劳载荷的应力时发生了断裂. 于是其失效概率为

$$P_f(N) = P[(R(N) \leq S)] \quad (2)$$

其中, S 为作用的交变应力最大值.

应该说, 第二类情况的疲劳可靠性分析是更普遍、更有意义的一种分析方法.

1977 年, Talreja 和 Weibull 提出了基于剩余强度的疲劳分析方法^[1], 其后, 文献[2,3]又进行了大量试验, 指出了这一方法的有效性和它的实用价值. 与传统的疲劳累积损伤方法不同 (它是基于疲劳寿命数据的方法), 剩余强度的分析方法是在经过规定的不同次数的循环数后, 来确定剩余强度的一种概率方法.

1 理论基础^[4,5]

假定零部件已存在一个宏观裂纹, 即裂纹的萌生阶段已经结束, 我们只讨论裂纹的疲劳扩展阶段. 在任意时刻, 剩余强度 R 和裂纹长度 a 可用 Griffith-Irwin 关系描述如下

1996 - 07 - 23 收到第一稿, 1997 - 03 - 03 收到修改稿.

$$R = K_c a^{-1/2} \tag{3}$$

式中， K_c 为材料的断裂韧性， a 为裂纹长度，为与实验有关的材料常数。

疲劳裂纹扩张速率可用 Paris 公式表述

$$\frac{da}{dN} = c \cdot K^n \tag{4}$$

式中， K 为应力强度因子幅度； c, n 为与实验有关的材料常数。

(4) 式可改写为

$$\frac{da}{dN} = Y^2 \cdot a^{n/2} \tag{5}$$

式中， Y 为应力幅的函数，这一点可从 $K = Y \sqrt{a}$ 知道，式中 Y 是试样的几何形状因子。

(3) 式左右两边对 N 求导，然后把 (4) 式代入，可得

$$\frac{dR}{dN} = - \frac{1}{2} K_c a^{-3/2} \cdot \frac{da}{dN} = - \frac{1}{2} K_c \left(\frac{da}{dN} \right) a^{-3/2} = - \left(\frac{1}{R} \right)^{n-3} \tag{6}$$

式中， $\left(\frac{1}{R} \right)^{n-3} = \left(K_c \right)^{n-2} / 2$ 。

对于一般金属材料，其 $n \geq 2$ ，所以我们分两种情况来讨论疲劳剩余强度的分布：

1) $n = 2$

这时，(6) 式成为

$$\frac{dR}{dN} = - \frac{1}{2} R$$

积分上式可得

$$R = S \exp \left[\frac{1}{2} (N_f - N) \right] \tag{7}$$

2) $n > 2$

对 (6) 式积分可得

$$R^{n-1} = S^{n-1} + (n-3)(N_f - N) \tag{8}$$

对于 $n = 3$ 这种特殊情况，从 (6) 式可知， $\frac{dR}{dN} = - \frac{1}{R}$ ，即剩余强度降低的速率是一个常数， R 随 N 线性地降低。图 1 表示不同 n 值下，疲劳裂纹扩展阶段的 $R-N$ 关系。

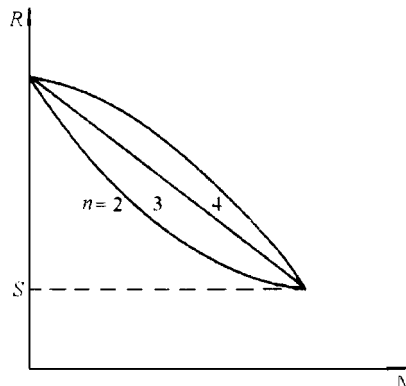


图 1 疲劳裂纹扩展阶段不同 n 下的 $R-N$ 关系

Fig. 1 The $R-N$ relation under different n for the fatigue crack growth stage

2 实验安排

2.1 材料和试样

材料是某发动机连杆材料 18CrNiWA 钢,其化学成分如下(重量 %):

C	Cr	Ni	W	Si	Mn	S	P
0.20	1.53	4.08	0.98	0.17 ~ 0.37	0.25 ~ 0.55	≤0.030	≤0.035

其力学性能如下:

σ_s (MPa)	σ_b (MPa)	δ_5 , %	ψ , %	A KV (J)
897.6	1 098.7	16.5	67.0	128.6

试样的形状和尺寸见图 2.

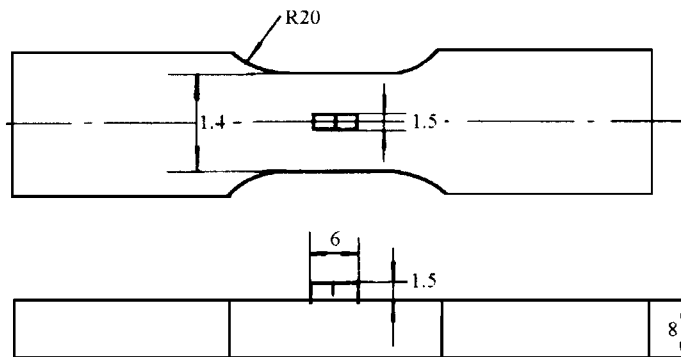


图 2 用以测定剩余强度的试样

Fig. 2 The specimen used to determine the residual strength

2.2 实验分组

本实验共分七组,其内容如下:

第 1 组 进行拉伸试验,以确定材料的初始强度 R_0 ;

第 2 组 在交变应力 S_1 下,一直试验到疲劳断裂,以确定材料的 N_f 分布;

第 3 组 在交变应力 S_1 下,运转 15×10^4 次,然后再进行拉伸试验,以确定其剩余强度的分布;

第 4 组 在交变应力 S_1 下,运转 22×10^4 次,然后再进行拉伸试验,以确定其剩余强度的分布;

第 5 组 在交变应力 S_2 下,一直试验到疲劳断裂,以确定材料的 N_f 分布;

第 6 组 在交变应力 S_2 下,运转 8×10^4 次,然后进行拉伸试验,以确定其剩余强度的分布;

第 7 组 在交变应力 S_2 下,运转 11×10^4 次,然后进行拉伸试验,以确定其剩余强度的分布.

2.3 实验的应力水平

根据实际连杆的工作应力状态,确定了实验的应力水平如下:

第一组应力水平为： $S_1 = 262.8 \text{ MPa}$

$$S_{\max} = 262.8 \text{ MPa} \quad S_a = 336.7 \text{ MPa}$$

$$S_{\min} = -410.5 \text{ MPa} \quad S_m = -73.9 \text{ MPa}$$

其应力比 $r = \frac{S_{\min}}{S_{\max}} = -1.562$ (与连杆的实际应力比一致)。

第二组应力水平为： $S_2 = 306.6 \text{ MPa}$

$$S_{\max} = 306.6 \text{ MPa} \quad S_a = 392.8 \text{ MPa}$$

$$S_{\min} = -479.0 \text{ MPa} \quad S_m = -86.2 \text{ MPa}$$

其应力比 $r = \frac{S_{\min}}{S_{\max}} = -1.562$ (与第一组应力比一致)。

实验均在 Amsler 高频疲劳试验机上进行。

2.4 实验结果

七组试样的全部试验结果见表 1。

表 1 七组实验的结果

Table 1 Experimental results of seven series

Series No.	1		2		3		4		5		6		7	
Experimental contents	To determine R_0 , tension fracture directly		To determine N_f , fatigue fracture directly under S_1		To determine R_i , tension fracture after 15×10^4 cycle under S_1		To determine R_i , tension fracture after 22×10^4 cycle under S_1		To determine N_f , fatigue fracture directly under S_2		To determine R_i , tension fracture after 8×10^4 cycle under S_2		To determine R_i , tension fracture after 11×10^4 cycle under S_2	
	No.	MPa	No.	MPa	No.	MPa	No.	MPa	No.	MPa	No.	MPa	No.	MPa
Experimental results	1-1	948.1	2-1	17.0	3-1	176.9	4-1	127.8	5-1	11.6	6-1	178.2	7-1	51.6
	1-2	996.1	2-2	18.0	3-2	337.3	4-2	211.2	5-2	12.2	6-2	201.5	7-2	168.3
	1-3	1 030.4	2-3	18.0	3-3	442.3	4-3	228.1	5-3	12.2	6-3	201.6	7-3	171.2
	1-4	1 033.6	2-4	19.8	3-4	424.8	4-4	239.2	5-4	12.5	6-4	222.4	7-4	196.8
	1-5	1 043.6	2-5	20.4	3-5	714.7	4-5	242.3	5-5	13.2	6-5	367.1	7-5	252.2
	1-6	1 064.4	2-6	24.7	3-6	840.8	4-6	313.9	5-6	14.7	6-6	406.8	7-6	254.6
	1-7	1 068.8	2-7	22.2	3-7	846.0	4-7	339.9	5-7	16.0	6-7	475.0	7-7	448.2
	1-8	1 073.2	2-8	22.4	3-8	892.5	4-8	390.8	5-8	16.5	6-8	676.2	7-8	480.7
			2-9	22.8	3-9	912.1	4-9	449.1	5-9	17.5	6-9	764.3	7-9	483.1
			2-10	25.6			4-10	457.3	5-10	18.8	6-10	851.8	7-10	536.3
			2-11	26.5			4-11	518.7	5-11	19.5			7-11	690.0
			2-12	27.3			4-12	674.0	5-12	20.3				
			2-13	56.0					5-13	22.6				
			2-14	228.0					5-14	25.8				
								5-15	26.6					
								5-16	27.0					

Note: 1) R_0 —initiative strength, 2) R_i —residual strength

3 数据处理

3.1 基本思路^[4,5]

在常规疲劳的研究中,确定 $P-S-N$ 曲线的方法是,先从实验求得 $S-N$ 的函数关系(即在 $P=50\%$ 的情况下的 $S-N$ 曲线),然后再以实验求得 $P-N$ 函数关系(即在一定应力 S 下,求得疲劳寿命的概率分布),最后把 $S-N$ 和 $P-N$ 结合起来,便得到了 $P-S-N$ 曲线.

类似的思路也可应用来确定 $P-R-S-N$ 曲线,其方法是先从理论上推导出 $R-N$ 函数关系(即在 S 一定和 $P=50\%$ 情况下的 $R-N$ 曲线),然后再从实验求得 $P-R$ 关系(即在 S 一定和 N 一定的情况下,求得疲劳剩余强度的概率分布),最后把 $R-N$ 和 $P-R$ 结合起来,便可得到 $P-R-S-N$ 曲线.

3.2 $P-R$ 分布类型的确定^[6,7]

疲劳剩余强度 R 和疲劳寿命 N 均可用威布尔分布来描述. 设 t 为随机变量,它符合下述三参数威布尔分布

$$f(t) = \frac{m}{t_0} (t - V)^{m-1} \exp\left[-\frac{(t - V)^m}{t_0}\right] \quad (9)$$

式中, $f(t)$ 为 t 的概率密度函数, V 为位置参数, t_0 为尺度参数, m 为形状参数.

其累积概率 $F(t)$ 为

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\frac{(t - V)^m}{t_0}\right] \quad (10)$$

当位置参数 $V=0$ 或可忽略时, (9) 式和 (10) 式就退化为两参数威布尔分布

$$f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} \exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right] \quad (11)$$

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\frac{t^m}{t_0}\right] \quad (12)$$

设 $t_0^{1/m} = \lambda$, 则 (12) 式成为

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^m\right] \quad (13)$$

式中, λ 叫做真尺度参数, 或称特征参数. 在 t 表示强度或寿命时, λ 就称为特征强度或特征寿命.

设 $x = \ln t$, $\mu = \ln \lambda$, $\alpha = 1/m$ 则 (13) 式成为

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\exp\left(\frac{x - \mu}{\alpha}\right)\right] \quad (14)$$

上式称为对数威布尔分布, 又称为 I 型极值分布. 式中, μ 为位置参数, α 为尺寸参数.

从 (14) 式中求得 μ 和 α , 便可得到 (13) 式中的 m 和 λ . 其关系为

$$m = \frac{1}{\alpha}, \quad \lambda = e^{\mu}$$

在一般情况下, 剩余强度 R 和疲劳寿命 N_f 均应设为三参数威布尔分布, 只有在证实位置参数 V 等于零或可以忽略的情况下, 才能作为两参数威布尔分布来处理. 因此, 为了弄清本文研究

的 R 和 N_f 到底属于哪一类,有必要先求出位置参数 v (即首先假设它们符合三参数威布尔分布). 文献指出,可以根据三参数威布尔分布的平均值、方差、偏倚系数与三个参数 (v , m 和 m) 的关系,得到三个方程,从而可解得位置参数 v , 对于本文的七组试验结果,求得各组的 v 值见表 2.

表 2

Table 2

Series No.	1	2	3	4	5	6	7
v	- 99.3	1.61×10^4	- 878.4	23.5	- 2.58×10^4	- 99.2	- 156.2

由上述计算结果可知,除第 2,4 组外,其余五组 v 均小于零,因此可设它们的 $v = 0$. 而第 2 组 v 值为 16.1×10^4 , 它比第 2 组的最小观测值 17×10^4 要小一个量级,因此可以忽略之. 而第 4 组的 v 值也比第 4 组的 v 最小观测值小一个量级,也可以忽略.

至此,本文实验的七组数据均属于两参数威布尔分布,可按两参数威布尔分布的参数估计方法来确定其参数.

3.3 表 1 分布参数的估计^[8]

对于 (14) 式的分布,其参数估计有多种方法,较普遍的是应用最佳线性不变估计法 (BLIE 法) 和最佳线性无偏估计法 (BLUE 法). 应用这两种估计方法,对表 1 中的七组实验结果作了估计,其结果如表 3.

表 3 七组试验结果的参数估计

Table 3 Parameter estimation of the experimental results of seven series

Series No.	1	2	3	4	5	6	7
BLIE m	33.67	1.226	2.543	6.292	3.615	1.705	1.746
method	1 050.8	37.46×10^4	688.7	396.7	19.99×10^4	497.4	388.2
BLUE m	33.22	1.227	2.571	2.488	3.614	1.71	1.746
method	1 070.1	37.42×10^4	704.8	395.0	19.8×10^4	497.1	388.2

3.4 $R-N$ 关系的确定

从前面的讨论可知, R 和 N 的关系式取决于 n 的数值,因为不同的 n 值代入 (6) 式,可积分得到不好的 $R-N$ 表达式,如 (7) 式或 (8) 式. 因此,本文对 18CrNiWA 钢进行了裂纹扩展速度 $\frac{da}{dN}$ 的实验,测得了 $\frac{da}{dN}$ 表达式中的参数 c 和 n , 经过 10 根试样 $\frac{da}{dN}$ 实验的结果,统计得到其 $n = 2.0$ (其范围在 1.947 ~ 2.037 之间), 因此,我们就假定 $n = 2$. 于是,本文的 $R-N$ 关系式即为

$$R = S \exp \left[\frac{1}{2} (N_f - N) \right] \tag{7}$$

3.5 $R-N$ 关系中参数 的计算

由 (7) 式

$$MR = S \exp \left[\frac{1}{2} (N_f - N) \right] \tag{8}$$

两边取对数可得

$$2 \ln \frac{R}{S} = (N_f - N)$$

设

$$y_i = 2 \ln \frac{R_i}{S}, \quad x_i = N_f - N_i$$

可用最小二乘法求得 值如下:

在应力 S_1 下:

失效概率	0.90	0.50	0.10
参数	3.59×10^{-6}	10.47×10^{-6}	3.37×10^{-6}

在应力 S_2 下:

失效概率	0.90	0.50	0.10
参数	1.17×10^{-5}	1.05×10^{-5}	1.17×10^{-5}

4 P-R-S-N 曲线

由上面的分析和计算,最后得到了 18CrNiWA 钢制成的连杆的剩余强度的可靠性分布如下:
在交变应力 S_1 下:

$$P = 0.9 \text{ 时, } R = 262.8 \exp \left[\frac{1}{2} \times 3.59 \times 10^{-6} (73.9627 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{数估 (15)}$$

$$P = 0.5 \text{ 时, } R = 262.8 \exp \left[\frac{1}{2} \times 10.47 \times 10^{-6} (27780.1 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{(16)}$$

$$P = 0.1 \text{ 时, } R = 262.8 \exp \left[\frac{1}{2} \times 3.37 \times 10^{-6} (5.9759 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{(17)}$$

在交变应力 S_2 下:

$$P = 0.9 \text{ 时, } R = 306.6 \exp \left[\frac{1}{2} \times 1.17 \times 10^{-5} (25.1733 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{(18)}$$

$$P = 0.5 \text{ 时, } R = 306.6 \exp \left[\frac{1}{2} \times 1.045 \times 10^{-5} (18.0626 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{(19)}$$

$$P = 0.1 \text{ 时, } R = 306.6 \exp \left[\frac{1}{2} \times 1.7142 \times 10^{-5} (10.7265 \times 10^4 - N) \right] \quad \text{(20)}$$

在应力 S_1 和 S_2 下的 P-R-N 曲线分别见图 3 和图 4, 当 $P=0.5$ 时的 R-S-N 曲线见图 5.

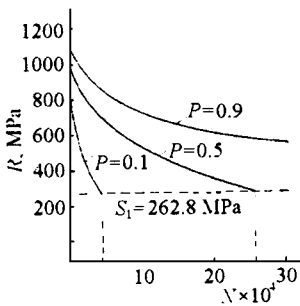


图 3 在 $S_1 = 262.8 \text{ MPa}$ 下的 P-R-N 曲线
Fig. 3 The P-R-N curve under $S_1 = 262.8 \text{ MPa}$

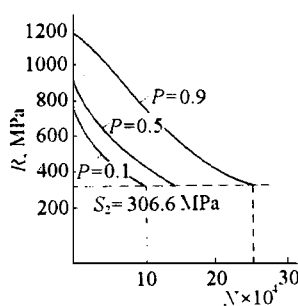


图 4 在 $S_2 = 306.6 \text{ MPa}$ 下的 P-R-N 曲线
Fig. 4 The P-R-N curve under $S_2 = 306.6 \text{ MPa}$

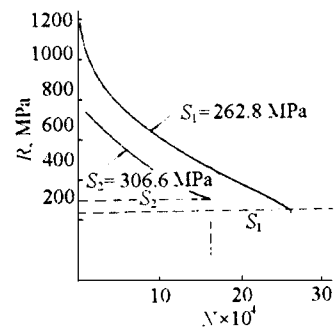


图 5 在 $P=0.5$ 时的 P-R-N 曲线
Fig. 5 The P-R-N curve for $P=0.5$

5 结 论

1) 利用断裂力学理论和可靠性理论, 可以对疲劳过程中的剩余强度进行研究, 通过试验, 得到了连杆材料 18CrNiWA 钢的 $P-R-S-N$ 曲线, 即失效概率-剩余强度-交变应力-循环寿命的表达式。

2) 本文针对某发动机连杆的疲劳剩余强度, 作了可靠性的分析和研究, 其结果对设计, 选材 (和选工艺) 和使用均有重要的参考价值。

3) 本文的研究方法对于其他承受疲劳载荷的零部件也可以借鉴和参考, 因此, 具有较普遍的推广应用价值。

参 考 文 献

- 1 Talreja R, Weibull W. Probability of fatigue failure based on residual strength. *Fracture* 1977, Vol. 2. ICF - 4, Waterloo Canada, June, 19 ~ 24, 1977
- 2 Talreja R. Fatigue Reliability under multiple amplitude loads. *Engineering Fracture Mechanics*, 1979, 11(4)
- 3 Talreja R. On fatigue reliability under random loads. *Engineering Fracture Mechanics*, 1979, 11(4)
- 4 凌树森. 可靠性理论及其在机械工程中的应用. 南京: 江苏机械杂志专集. 1981 (*Ling Shu-Sen. Reliability theory and its application in mechanical engineering. Nanjing: Jiang Su Machinery Special Publication, 1981 (in Chinese)*)
- 5 凌树森. 可靠性在机械强度设计和寿命估计中的应用. 北京: 宇航出版社. 1988 (*Ling Shu-Sen. Reliability and its application in mechanical design and life predication. Beijing: Astronautic Press, 1988 (in Chinese)*)
- 6 Kapur KC, Lamberson LR. *Reliability in Engineering Design*. New York: John Wiley and Sons. 1977
- 7 凌树森. 疲劳试验结果的统计处理方法. 机械强度杂志 (疲劳专辑). 1980, 10 (*Ling Shu-Sen. Statistical processing method of fatigue testing results. Mechanical Strength (Fatigue Special Publication) 1980, 10 (in Chinese)*)
- 8 第四机械工业部标准化所编. 可靠性试验用表. 北京: 国防工业出版社. 1979 (*Research Institute of Standardization, Fourth Administration of Machinery Building. Table for Reliability Testing. Beijing: Defence Industry Press, 1979 (in Chinese)*)

STUDY ON THE RELIABILITY OF RESIDUAL STRENGTH IN FATIGUE

Zeng Shan

(China General Company of Oversea Engineering, Shanghai 200122, China)

Ling Shusen

(Shanghai Research Institute of Material, Shanghai 200437, China)

Abstract Reliability study of fatigue problems can be divided into two types. The first type is that we can only consider the final results of fatigue process-fracture. The failure probability is $P_f(N) = P(N_f \leq N)$. The second type is that we must consider the fatigue process and take the component's strength (i.e. residual strength) as the function of cyclic number N . Its failure probability is $P_f(N) = P[R(N) \leq S]$.

Received 23 July 1996, revised 3 March 1997.

We assume that the stage of the crack initiation is finished. Then the residual strength R and crack length a have the relation: $R = K_c a^{-1/2}$. The crack growth rate of material can be described by Paris formula: $da/dN = c \cdot K^n$. Using these two formulae we can get the $R-N$ relation.

The engine connecting bar material, 18CrNiWA steel, was used to prepare seven series of specimens. The experiments are conducted on Amsler 1478 fatigue testing machine under two stress levels:

$$S_{\max} = 262.8 \text{ MPa}, S_{\min} = -410.5 \text{ MPa}, S_{\max} = 306.6 \text{ MPa}, S_{\min} = -479.0 \text{ MPa}$$

By means of these experiments we can get the $P-R$ relation.

In order to get the probabilistic distribution of the fatigue residual strength, we combine the $R-N$ relation with the $P-R$ relation statistically. Finally, we obtain the $P-R-S-N$ curves. (here, P -failure probability, R -residual strength, S -fatigue stress, N -life-time in cycle)

The conclusions are as follows: 1) The $P-R-S-N$ curves of 18CrNiWA steel have been obtained. 2) Reliability analysis of fatigue residual strength of machine components is very important for mechanical design and material selection. 3) The analytical method in this paper is of great value to other machine component.

Key words fatigue, residual strength, reliability, $P-R-S-N$ curve (P —Failure Probability; R —Residual strength; S —Fatigue stress; N —Cyclic life)