

脆性岩石断裂破坏机理的边界配位法分析¹⁾

谢和平 朱哲明 范天佑*

(中国矿业大学北京研究生部分形力学研究所, 北京 100083)

*(北京理工大学材料中心, 北京 100081)

摘要 针对裂纹表面承受载荷时的应力条件, 提出了新的应力函数, 该应力函数对于各种裂纹模型、各种边界条件、各种边界形状、裂纹表面自由或承受均布载荷等均适用. 并利用边界配位法, 计算了在压缩载荷下, 岩石内部裂纹的应力强度因子 (SIF), 给出了关于岩石断裂破坏的一些新结论.

关键词 边界配位法, 裂纹表面载荷, 岩石断裂, 应力强度因子

引言

Griffith 于 1921 年根据微裂隙控制断裂和渐近破坏的概念^[1], 提出了 Griffith 脆性断裂破坏理论. 但是地下岩体常常承受压缩载荷作用, 其内部的裂纹或裂隙等往往会产生闭合, 使得裂纹表面承受载荷作用. 虽然 Maclintock 和 Wash 于 1924 年提出了修正的 Griffith 最大拉应力理论. 但是该修正的理论只考虑了裂纹表面的摩擦力 $\tau = \nu \sigma_x$ (ν 为摩擦系数). 事实上, 闭合裂纹表面除了有摩擦力外还同时有上、下表面间的正压力, 且其摩擦力也不一定为 $\nu \sigma_x$. 因为上、下表面间的正压力不一定等于外力 σ_x . 所以研究压缩载荷作用下, 岩石内部裂纹表面的载荷问题是一项很有意义的工作. 此外, 在工程实践中, 裂纹表面也往往承受载荷作用, 且多数为均布载荷. 如地下岩体裂纹表面、储存液体或气体的容器内壁的裂纹表面等, 往往受到液体或气体的压力作用, 再如炸药爆炸所产生的气体对炮孔壁上的裂纹表面也同有动态的载荷作用, 还有地震中的地质断层间的错动, 在断层表面都存在有载荷作用. 所以研究裂纹表面的载荷问题不但对地下岩体工程有意义, 对于工程实践中的各个方面都是很有意义的.

Muskhelishvili 于 1953 年首先利用复变函数建立了求解内部裂纹板问题的基本方程^[10], 在此基础上, Williams 及范天佑等^[2~8]利用边界配位法解决了大量的表面自由的裂纹板的应力强度因子 (SIF) 值的数值计算问题. 而对于表面承受载荷的裂纹问题, 国外虽有一些研究^[9,10], 但仍存在很多问题, 且其公式复杂, 不便于理解和应用, 所以其研究成果没有得到普及和发展.

本文依据裂纹表面的载荷应力条件, 提出了新的应力函数, 该应力函数对于各种裂纹模型、各种边界条件、各种边界形状及裂纹表面自由或承受均布载荷等均适用. 利用该应力函数, 并利用边界配位法对压缩载荷下的岩石内部裂纹进行了数值计算, 分析了岩石内部裂纹的闭合效应及围压的作用等问题, 得出了一些有意义的结论.

1 新的应力函数

裂纹表面承受载荷时, 应力函数须满足如下条件: (1) 平衡方程和相容方程; (2) 裂纹表

¹⁾ 首届国家杰出青年科学基金与国家教委跨世纪优秀人才基金资助项目.

1995 - 12 - 12 收到第一稿, 1997 - 04 - 01 收到修改稿.

面的应力条件; (3) 位移单值条件; (4) 边界条件. 按上述条件, 我们提出了新的应力函数.
 对于线弹性问题, 利用应力函数 $\phi(z)$, (z) , 其应力和位移的表达式如下^[2]

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4\text{Re}[\phi'(z)] \tag{1}$$

$$\sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \phi''(z) + \overline{\phi''(\bar{z})} + (z - \bar{z}) \overline{\phi''(\bar{z})} \tag{2}$$

$$2G(u + iv) = \phi(z) - \overline{\phi(\bar{z})} - (z - \bar{z}) \overline{\phi'(\bar{z})} \tag{3}$$

其中

$$\phi(z) = \phi(z), \quad (z) = (z) \tag{4}$$

$$= \begin{cases} (3 - \nu)/(1 + \nu) & \text{(平面应力)} \\ 3 - 4\nu & \text{(平面应变)} \end{cases}$$

使得



(6)

其中 L_x 和 L_y 是边界外法线的方向余弦, X_n 和 Y_n 是边界上的面力.

应力边界条件的复变函数表达式为

$$\phi(z) + \overline{\phi(\bar{z})} + (z - \bar{z}) \overline{\phi'(\bar{z})} = i \int_{z_0}^z (X_n + i Y_n) ds \tag{7}$$

其中 z_0 表示边界上的任一定点, 其积分正向规定使被积分区域位于积分线的左侧. 在方程 (7) 中, 其等号右侧还应加一常数 C , 但由于我们可以在函数 $\phi(z)$, (z) 中选择一适当常数来抵消这一常数 C , 这样不会影响该弹性体的应力和位移. 所以在此将其省略了.

现在我们考虑一有限尺寸的板, 板内有一承受均布载荷的裂纹, 该均布载荷为法向压应力 q_0 和剪应力 q , 如图 1 示.

由等式 (6) 得

$$\begin{aligned} (\sigma_{yy})^+ &= -q & (\sigma_{xy})^+ &= -q & \text{(上表面)} \\ (\sigma_{yy})^- &= -q & (\sigma_{xy})^- &= -q & \text{(下表面)} \end{aligned}$$

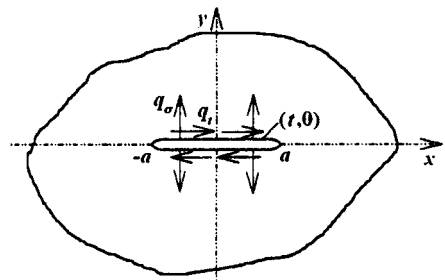


图 1 表面承受均布荷载裂纹的几何图形
 Fig. 1 The geometry of a cracked plate subjected to uniform loading on crack surfaces

如一动点 (x, y) 趋于上或下裂纹表面上的点 $(t, 0)$ (图 1), 由等式(2)和裂纹表面的应力条件, 可得如下方程

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{yy})^+ - i(\sigma_{xy})^+ &= -q + iq = \sigma^+(t) + \tau^-(t) \\ (\sigma_{yy})^- - i(\sigma_{xy})^- &= -q + iq = \sigma^-(t) + \tau^+(t) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} &] \\ &] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这是最简单的 Hilbert 问题. 这此, 我们引进一个分析函数

$$X(z) = \sqrt{Z^2 - a^2} \quad (10)$$

该函数在有限的裂纹区域内是单值的, 定义该函数在实轴上 $x > a$ 时为正值. 由上述定义有

$$\left. \begin{aligned} X^+(t) &= X(t) = \sqrt{t^2 - a^2} = i\sqrt{a^2 - t^2} \quad |t| \leq a \\ X^-(t) &= -X^+(t) = -X(t) = -i\sqrt{a^2 - t^2} \quad |t| \leq a \end{aligned} \right\} \quad \text{美}$$

(12)

其中 A_n, B_n 是复变常数. 由等式(4)和(12), 函数 $\phi(z)$ 和 $\psi(z)$ 为

$$\left. \begin{aligned} \phi(z) &= \sqrt{Z^2 - a^2} \sum_{n=0}^N C_n Z^n + \sum_{n=0}^N \frac{B_n}{n+1} Z^{n+1} - \frac{1}{2} q Z + i \frac{1}{2} q Z \\ \psi(z) &= \sqrt{Z^2 - a^2} \sum_{n=0}^N C_n Z^n - \sum_{n=0}^N \frac{B_n}{n+1} Z^{n+1} - \frac{1}{2} q Z + i \frac{1}{2} q Z \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \phi(z) = & \sum_{k=1}^M E_k [(2k-1) Z^{2k-1} - (2k-2) a^2 Z^{2k-3}] / \sqrt{Z^2 - a^2} + \\ & \sum_{k=1}^M F_k (2k-1) Z^{2k-2} - \frac{1}{2} q + i \frac{1}{2} q t \end{aligned} \quad (14c)$$

其中系数 E_k, F_k 对于 I-型裂纹是实数,对于 II-型及混合型裂纹一般是复数(以下同). 这就是我们所要求的应力函数. 将等式(14)代入等式(7)中得

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^M E_k (\sqrt{Z^2 - a^2} Z^{2k-2} + \sqrt{\bar{Z}^2 - a^2} \bar{Z}^{2k-2}) + \sum_{k=1}^M F_k (Z^{2k-1} - \bar{Z}^{2k-1}) + (Z - \bar{Z}) \cdot \\ & \text{conjg} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z^2 - a^2}} \sum_{k=1}^M E_k [(2k-1) Z^{2k-1} - (2k-2) a^2 Z^{2k-3}] + \right. \\ & \left. - q Z + i q \bar{Z} = i \int_{z_0}^z (X_n + i Y_n) ds \right. \end{aligned} \quad (15)$$

此式为裂纹表面承受均布载荷时,应力边界条件方程. 其中 $\text{conjg}\{Q\}$ 表示 \bar{Q} , 将等式(14)代入等式(3)得

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^M E_k (\sqrt{Z^2 - a^2} Z^{2k-2} - \sqrt{\bar{Z}^2 - a^2} \bar{Z}^{2k-2}) + \sum_{k=1}^M F_k (Z^{2k-1} + \bar{Z}^{2k-1}) - (Z - \bar{Z}) \cdot \\ & \text{conjg} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z^2 - a^2}} \sum_{k=1}^M E_k [(2k-1) Z^{2k-1} - (2k-2) a^2 Z^{2k-3}] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} q (1 -) Z + \frac{1}{2} i q [(+1) Z - 2\bar{Z}] = 2 G(u + i v) \right. \end{aligned} \quad (16)$$

此式为位移边界条件方程. 在求出 E_k, F_k 后, $\phi(z), \psi(z)$ 及 $\chi(z)$ 可由等式(14)求出,此外,利用等式(16)还可以方便地求出板内各点的位移.

如令 $q = q = 0$ 上述这些公式便为表面自由的裂纹的相应公式. 可见该应力函数对于表面自由的裂纹也同样适用.

2 边界配位法的应用

文中利用边界配位法来确定方程(15)或(16)中的常数 E_k, F_k , 因为边界配位法具有简单易懂、计算时间短、精确度高等优点,所以它要比其它的数值计算方法如有限元法等有很大的优越性. 当常数 E_k, F_k 确定后,由下式来确定裂纹尖端的 SIF 值^[11~14]

$$K_I - i K_{II} = \lim_{z \rightarrow a} 2 \sqrt{2} (Z - a) \phi(z) = 2 \sqrt{\sum_{k=1}^M E_k a^{2k-3/2}} \quad (17)$$

其中 K_I, K_{II} 分别为 I型和 II型裂纹的 SIF 值. 按通常的方法, SIF 值的系数表达式为

$$Y_I - i Y_{II} = (K_I - i K_{II}) / K_0 = 2 \sum_{k=1}^M E_k a^{2k-2} / \quad (18)$$

图 2 是矩形内部裂纹板的载荷、几何图形. 其中 $K_0 = \sqrt{a}$, Y_I, Y_{II} 是分别与 K_I, K_{II} 相对应的 SIF 值的系数.

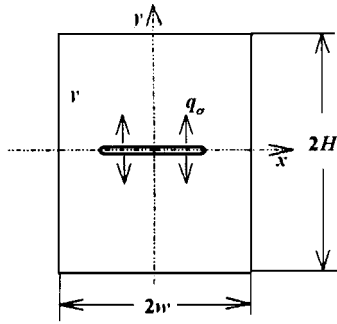


图 2 矩形内部裂纹板的载荷、几何图形
Fig. 2 The loading and geometry condition of a rectangular internally cracked plate

为了检验上述应力函数的正确性，我们计算了图 2 所示的一矩形板内的中心裂纹的 SIF 值，其裂纹表面承受均布压应力 q ，现将不同裂纹长与板宽比 a/w 所对应的 SIF 系数 Y_I 值列于表 1 中。为了便于比较，表中同时列出了 Isida^[5] 的计算结果，与本算例不同的是，其载荷为作用在板上下两边界上的均布拉应力，但它们的 SIF 值在理论上应是相同的。

从表 1 中可以看出，利用该应力函数计算出来的 SIF 系数 Y_I 值与 Isida 的计算结果具有很好的一致性，说明该应力函数的选择是正确的，计算方法是可行的。

表 1 不同的 a/w 所对应的 SIF 系数 Y_I 值表

Table 1 Y_I values of SIF coefficient for different a/w

a/w	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
Y_I	1.013 95	1.055 38	1.123 19	1.216 05	1.333 71	1.480 71	1.677 07
$Y_I^{[4]}$	1.014	1.055	1.123	1.216	1.334	1.481	1.680

3 压缩载荷下岩石内部裂纹的闭合效应

图 3 所示为一正方形岩石试样，其上下两边界承受均布压应力 q ，左右两侧自由。假设裂纹产生闭合，上下两裂纹面间存在有均布压应力

$$q = p \cos \theta \tag{19}$$

为有效压力系数， $0 \leq \cos \theta \leq 1$ ， θ 为裂纹面与 x 轴的夹角。裂纹面间的摩擦力为

$$q = q = p \cos \theta \tag{20}$$

为摩擦系数，在计算过程中取 $\mu = 0.3$ ，并取 $a/w = 0.5$ ，利用应力边界条件方程 (15) (所截取的总项数 $M = 15$) 来确定常数 E_k, F_k 。对于不同 θ 值，其 SIF 系数 Y_{II} 随 θ 的变化规律的计算结果如图 4 所示。由于是压缩载荷，其 SIF 系数 Y_I 均为负值，这对于 I-型裂纹无意义，所以我们不考虑 Y_I 值。虽然 Y_{II} 值也为负值，但它只是表示相反方向，对于 -型裂纹是有意义的。所以我们主要关心的是 SIF 系数 Y_{II} 值。

在图 4 中，共有 6 条抛物线，分别与 $\cos \theta$ 为 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 和 1.0 相对应。 $\cos \theta = 0$ 时 (即为非闭合裂纹) 的 Y_{II} 曲线位于最下方，随 $\cos \theta$ 的增大其 Y_{II} 曲线逐渐向上移动 (且每一条曲线的最低点所对应的 θ 角也有所增加)。这表明裂纹的闭合效应使得裂纹尖端的应力强度因子 K_{II} 值 (绝对值) 降低，从工程安全的角度来说这一点是有利的。对于无宏观裂纹的岩石试样，其内部存在大量的微裂隙。由于裂隙的闭合效应使其应力强度因子降低，所以岩石内部首先扩展的应是非闭合裂隙，即岩石内部最危险的裂隙是非闭合裂隙。且该裂隙与 x 轴的夹角的变化范围为 45 至 53 之间。所以在对岩石断裂破坏进行分析时，可按非闭合的裂纹或裂隙进行，这样是偏于安全的。

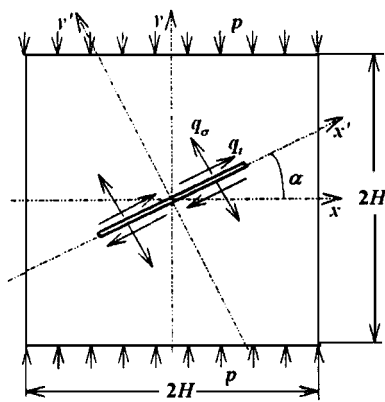


图 3 方形内部裂纹板的载荷、几何图形
Fig. 3 The loading and geometry conditions of a square internally cracked plate

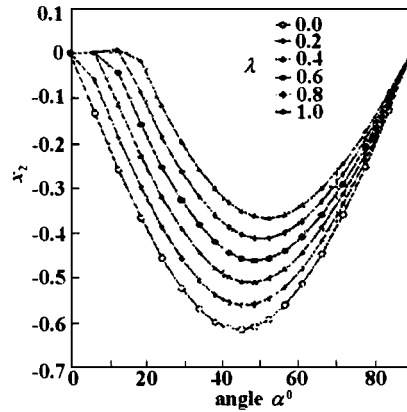


图 4 不同有效压力系数 所对应的 Y_{II}^- 曲线图
Fig. 4 The Y_{II}^- curves for different effective pressure coefficient

4 侧压力(围压)的作用

图 5 所示为一正方形岩石试样,其上下两边界承受均布压应力 p ,左右两侧的围压为 μp (μ 为侧压力系数),由于非闭合裂纹是最危险的,所以我们可不考虑裂纹的闭合问题.对于不同 μ 值,其 SIF 系数 Y_{II} 随 α 角的变化规律的计算结果如图 6 所示.

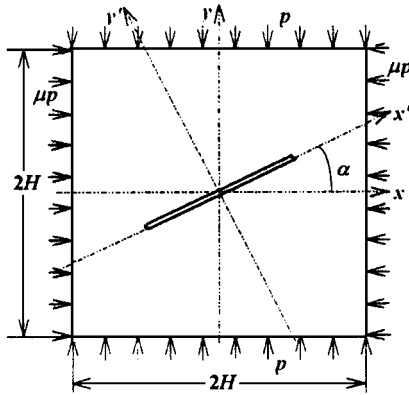


图 5 方形内部裂纹板的载荷、几何图形
Fig. 5 The loading and geometry conditions of a square internally cracked plate

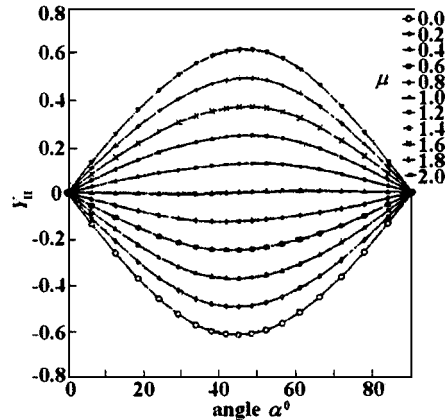


图 6 不同侧压力系数 μ 所对应的 Y_{II}^- 曲线图
Fig. 6 The Y_{II}^- curves for different side pressure coefficient μ

在图 6 中,对应不同的 μ 值共有 11 条抛物线,侧压力为零 ($\mu = 0$) 的 Y_{II}^- 曲线位于最下方,随着侧压力的增大(即 μ 值的增大),相应的 Y_{II}^- 曲线逐渐向上移动.这表明,侧压力的作用使得裂纹尖端 Y_{II} 值降低.当 $\mu = 1$ 时,即为等压时,不论其 α 角为何值, Y_{II} 值几乎均为零.这一点很重要,它表明等压条件下的裂纹是不会扩展的,不会发生断裂破坏.虽然该结论是针对平面应力或平面应变条件下得出的,但我们可以推广到三维空间领域,即三向等压下,裂纹尖端的 SIF 值也必然趋于零.众所周知,对于无宏观裂纹的材料,其断裂破坏首先是从材料内部的裂隙、孔洞等缺陷开始的,而等压条件下的应力强度因子几乎为零,由此可知等压条件下材料的承载能力可以趋于无限大.我们知道,在三向压应力作用下,当 σ_2, σ_3 与 σ_1 之间的差值越小,其承载能力越大,当 $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_1$ 时,材料是不会被压坏的.处于地下几千米甚至几万米深的岩石,其所承受的压应力远远超过了其单向的抗压强度,但是岩石却不破坏

就是这个原因。

当侧压力大于正压力 (即 $\mu > 1$) 时, 其 Y_{II} 曲线由 $\mu < 1$ 时的下抛物线转变为上抛物线, 且相互对称, 其 Y_{II} 值由负的转变为正的, 每两条曲线间的距离相等。侧压力等于二倍的正压力时与侧压力为零时的 Y_{II} 值 (绝对值) 相等, 且无论侧压力多大, 其 Y_{II} 的最大值都发生在 45° 。即当侧压力一定时, 其 45° 的裂纹是最危险的, 如令无侧压力时的 SIF 值为 K_{II_0} , 则有侧压力时的 SIF 值 K_{II} 为

$$K_{II} = (1 - \mu) K_{II_0} = \left[1 - \frac{\mu^2}{1} \right] K_{II_0} = \frac{1 - \mu^2}{1} K_{II_0} \quad (21)$$

该式表明了侧压力对应力强度因子的影响, 应力强度因子值的大小主要取决于其两主压应力的差与最大主压应力比值的大小, 该比值越大, 其应力强度因子值越大。由此可以推知, 地下深处岩体的侧压应力与正压应力的差应趋于零, 因此对于地下深处岩体, 处于静水等压状态的假说可以认为是正确的。

如按最大周向正应力断裂判据, 裂纹沿与原裂纹面成 70.5° 的方向扩展, 则无宏观裂纹的材料, 其内部裂隙的扩展方向应与正压应力的夹角为 $70.5^\circ + 45^\circ - 90^\circ = 25.5^\circ$ 。这与实验结果 $20^\circ \sim 30^\circ$ 是不矛盾的。但是, 一些文献 [1] 的实验结果表明, 随着侧压力的增大, 其微裂隙的扩展方向与正压应力的夹角应逐渐增大, 而本文的结果无论侧压力多大, 其夹角均为 25.5° 。我们认为, 这主要是由于最大周向正应力的断裂判据是在拉应力状态下导出的。不能完全适应于压应力状态下的岩石断裂问题。关于压应力下的岩石断裂判据将另文介绍。

5 结 论

本文利用所提出的新的应力函数及其边界配位法, 对压缩载荷下的岩石内部裂纹的应力强度因子进行了计算, 并利用其计算结果分析了岩石断裂破坏时的裂纹闭合效应及围压的作用等问题, 并得出了以下结论:

- 1) 本文所提出的应力函数对于各种裂纹模型、各种边界条件、各种边界形状及裂纹表面自由或承受均布载荷等均适用。
- 2) 裂纹的闭合效应使其应力强度因子降低, 这一点对于岩体工程是有利的。
- 3) 对于无宏观裂纹的岩体, 其内部最危险的裂隙是非闭合裂隙。
- 4) 岩石内部裂纹的应力强度因子取决于其主压应力差, 主压应力差值越大其应力强度因子值越大。主压应力差值为零即为等压状态时, 其应力强度因子趋于零, 因此等压状态下材料的强度趋于无限大。
- 5) 对于地下深处的岩体, 处于静水等压状态的假说可以认为是正确的。

参 考 文 献

- 1 李贺. 岩石断裂力学. 重庆: 重庆大学出版社, 1988 (Li He. Rock Fracture Mechanic. Chongqing: Chongqing University Press, 1988 (in Chinese))
- 2 Williams ML. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *J Appl Mech*, 1957, 24: 109
- 3 Kabayashi AS, Cherepy RD, Kincel WC. A numerical procedure for estimating the stress intensity factor of a crack in a finite plate. *J Basic Engng*, 1964, 88 (4): 681 ~ 684
- 4 Isida M. Effect of width and length on stress intensity factors of internally cracked plates under various boundary conditions. *Int J Fracture Mech*, 1971, 7 (3): 301 ~ 316

- 5 Isida M. Method of laurant series expension for internal crack problem. in: Method of analysis and solutions of crack problem. Ed: Sih GC, 1973
- 6 范天佑. 断裂力学基础. 南京: 江苏科学技术出版社, 1978 (Fan Tianyou. Foundation of Fracture Mechanics. Nanjing: Jiangsu Science Technology Press, 1978 (in Chinese))
- 7 朱哲明等. 边界配位法的最佳配点数和试样尺寸间的关系. 机械强度, 1992, 1: 77 ~ 80 (Zhu Z, et al. The Relationship between the optimum number of collocation and the size of specimen. *J of Mechanical Strength*, 1992, 1: 77 ~ 80 (in Chinese))
- 8 Wilson WK. Numerical method for determining stress intensity factors of an interior crack in a finite plate. *J Bas Engng*, 1971, 93: 685 ~ 689
- 9 Newman JC. An improved method of collocation for the stress analysis of cracked plates with various shaped boundaries. NASA TN D-6376: 1971
- 10 Muskelishvili NI. Some basic problems of mathematical theory of elasticity. Holland: Noordhoff, 1953
- 11 Chen Yizhou, Chen Yiheng. A mixed boundary problem for a finite internally cracked plate, *Engng Fract Mech*, 1981, 14 (4): 741 ~ 751
- 12 Woo CW, Wang YH, Cheung YK. The mixed mode problems for the cracks emanating from a circular hole in a finite plate, *Engng Fract Mech*, 1989, 32 (2): 279 ~ 288
- 13 Wang Yuanhan. The elastic and elasto-plastic fracture analysis by method of weighted residuals and elasto-viscoplasticity, Ph. D. thesis, Hong Kong: University of Hong Kong, 1988
- 14 Wang Yuanhan. Asymmetric crack problems calculated by the boundary collocation method, *Engng Fract Mech*, 1991, 40 (1): 133 ~ 143

THE ANALYSIS OF FRACTURE OF BRITTLE ROCK MATERIAL BY USING THE BOUNDARY COLLOCATION METHOD¹⁾

Xie Heping Zhu Zheming Fan Tianyou *

(Institute of Fractal Mechanics, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

* (The Center of Material, Beijing University of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract Based on the conceptions of the microcrack controlling fracture and asymptotic failure, Griffith proposed the theory of the material brittle fracture in 1921. The underground rock masses are generally subjected to compressive loading, consequently, the cracks in rock masses are forced to be closed and the crack surfaces are subjected to the loading. Maclintock and Wash established a modified Griffith Maximum Tensile Stress Theory in 1924, which only inspected the friction force $f = \mu \sigma_n$ (μ is the friction coefficient) of the crack surfaces. In fact, there are axial pressures on the closed crack surfaces between the upper and lower surfaces besides the friction force. Moreover, the friction force must not be $\mu \sigma_n$, because the axial pressure between the upper and lower surfaces is not identically equal to the external force σ_n . Thus, it is very necessary and important to study

¹⁾ The project supported by the National Distinguished Youth's Science Foundation of China and the Trans-Century Program for the Talents by the State Education Commission of China.

Received 12 December 1995, revised 1 April 1997.

the problems of the loading on the internal crack surfaces of the rock material under compressive loading.

Muskelishvili firstly formulated the basic equations for solving the problems of the internally cracked plates by using the complex variable function in 1919. Taking advantage of the work of Muskelishvili, William and Tianyou Fan solved a large number of numerical computation problems of the stress intensity factor (SIF) for the internally cracked plates with free surfaces by using the boundary collocation method. So far, many problems for crack surfaces subjected to loading were solved in a number of references. But we cannot say the investigation of this problem has reached its end, because the formulae in these researches are too complex and not convenient to be understood and applied.

In this paper, the stress intensity factor (SIF) of the internal crack in rock material under compressive loading was calculated by using a new stress function and its boundary collocation method. Based on this result, the crack closure effect of rock fracture failure under compressive loading was systematically analyzed. The conclusions can be obtained as following.

The new stress function proposed in this paper is suitable for all crack modes with different boundary conditions, for example the cracks with free surfaces and the cracks subjected to uniform loading. Moreover, it can be used to solve the problems of the stress intensity factor (SIF) and the tensile displacement of the crack under complex conditions.

The process of the crack closure in rock masses induces a decrease of the stress intensity factor (SIF). The non-closed cracks in the rock masses without the macrocrack under compressive loading are easy to grow, where the angle between the orientation of crack propagation and the principal compressive stress is approximately 45° . The stress intensity factor (SIF) of the internal crack in rocks is related to the ratio of the difference between two principal compressive stresses to the maximum principal compressive stress. When the difference between two principal compressive stresses is zero, namely the state of uniform pressure, the stress intensity factor (SIF) approaches zero.

Key words boundary collocation method, crack surface loading, fracture of rock material, stress intensity factor