

# 脆性材料在双向应力下的断裂实验与理论分析 <sup>1)</sup>

包亦望

(中国建材研究院陶瓷所, 北京 100024)

R.W. Steinbrech

(Forschungszentrum Juelich, Germany)

**摘要** 研究了脆性材料在双向应力下的断裂特性和失效机理, 特别是在平行于裂纹的应力对临界断裂参数的影响方面进行了实验上和理论上的研究. 采用玻璃、陶瓷等脆性材料进行了平面双向拉伸和单向拉伸试验, 并对实验结果进行比较. 观测直通裂纹的启裂和扩展过程, 证明了双向应力对裂纹驱动力有明显影响, 讨论了裂纹扩展的应变准则.

**关键词** 双向应力, 陶瓷, 应力强度因子, 应变

## 引 言

双向应力是否影响固体的断裂行为一直是一个有争议的问题, 而且至今尚未有统一的结论. 一般的断裂力学教科书<sup>[1,2]</sup>都认为模型 I 裂纹的发展只跟垂直于裂纹面的应力有关, 而与平行于裂纹的应力无关. 这种结果主要基于 Griffith<sup>[3]</sup>早期的研究和假设, 它具有应用上的简便性. 然而这种似乎是断裂力学里的基本概念问题却常常在理论上和实践上受到质疑. Swedlow<sup>[4]</sup>早在 60 年代就指出由于泊松比的作用, 双向应力可能不是增强便是削弱一个带裂纹部件的强度. 60 年代末 Kibler 对含有直通裂纹的金属和有机玻璃薄片试样进行的系列双向拉伸实验<sup>[5]</sup>表明临界应力强度因子随着双向应力增加而增加. 这种与普通断裂理论明显矛盾的结果后来被 Hilton 解释为是由于双向应力对裂纹尖端的塑性区尺寸的影响<sup>[6]</sup>. 因此, 对于断裂过程几乎不产生塑性区的脆性材料, 平行于裂纹的应力 (平行应力) 对断裂特性是否有影响是个有意义的问题. 由于脆性材料的拉伸实验和裂纹预制等问题在实施上有相当难度, 以往的双向应力实验多采用双环弯曲<sup>[7]</sup>或内压管<sup>[8]</sup>的方法, 无法实现断裂力学中 Griffith 裂纹平面模型的实验. 作为平面应力实验探索, 作者采用热力学方法, 对玻璃和陶瓷材料进行的双向拉伸实验<sup>[9]</sup>, 得到了与弹塑性材料<sup>[5]</sup>完全一致的结果. 即平行于裂纹的拉应力使含裂纹试件的断裂韧性提高, 压应力则相反. 这种跟传统的断裂理论矛盾的有趣的现象示意着复杂应力下的断裂问题还需要进一步的研究<sup>[10,11]</sup>.

许多实例<sup>[11,12]</sup>表明在单向压应力下脆性材料中的裂纹可以沿着载荷方向扩展, 即在应力强度因子为零的情况下裂纹也能扩展. 而另一方面, 在双向拉伸的情况下, 应力强度因子达到临界值时往往也不发生断裂<sup>[5,9,13]</sup>, 它说明在单向应力下的一些常规概念在双向或多向应力状态下不一定仍行得通.

1997-10-10 收到第一稿, 1998-05-25 收到修改稿.

<sup>1)</sup> 德国洪堡基金会资助项目.

通常解释平行应力对断裂无影响是“因为在这种情况下直通裂纹不影响平行于应力的分布<sup>[1]</sup>,应力线不变”。但是,裂纹不影响平行应力的分布并不能反过来说明应力不影响裂纹的发展。事实上,平行应力对裂纹尖端的应变场影响是显然的。Liebewitz 等人<sup>[14]</sup>曾证明了双向应力对裂纹局部能量释放率的影响,并指出这种影响来自应力级数的非奇异项( $T$ 应力)的贡献。而这种贡献在一般的断裂理论或工程应用中往往被忽略了,仅用应力强度因子来评价断裂问题几乎已成为一种惯例。由于应力强度因子与平行应力无关,致使人们常常认为:平行于裂纹面的应力不影响裂纹扩展特性。

本文欲通过对脆性材料平面应力下的双向应力实验和理论分析,对以下两个问题作出研究探讨。1) 断裂和裂纹扩展究竟受不受平行于裂纹的应力影响? 2) 在复杂应力状态下的裂纹扩展由什么参数决定,双向和单向应力下断裂参数有何区别? 另外,在脆性材料的平面拉伸和直通裂纹的引发等实验技术方面,为陶瓷、玻璃等材料的断裂力学研究提供新方法和思路。

## 1 平面双向应力试验

### 1.1 试样制备与热力学试验

作为典型的具有线弹性特征的脆性材料,玻璃(D263)箔片和用于固体氧化物电池中的氧化锆(8YSZ)箔片用作试验材料。采用超声切割将其切成 30 mm 直径的圆片试样,厚度均为 150  $\mu\text{m}$ 。试样表面光亮无缺陷。在圆片的中央预制一条约 2 mm~4 mm 长的直通裂纹。方法是先在试件中央用金刚石划痕机划一道短痕,然后用细物在划痕的一侧局部剪切按压,使划痕扩展成直通裂纹即可。将试样夹紧在一个铜制环形夹具里,均匀加温整个系统(图 1),由于夹具的热膨

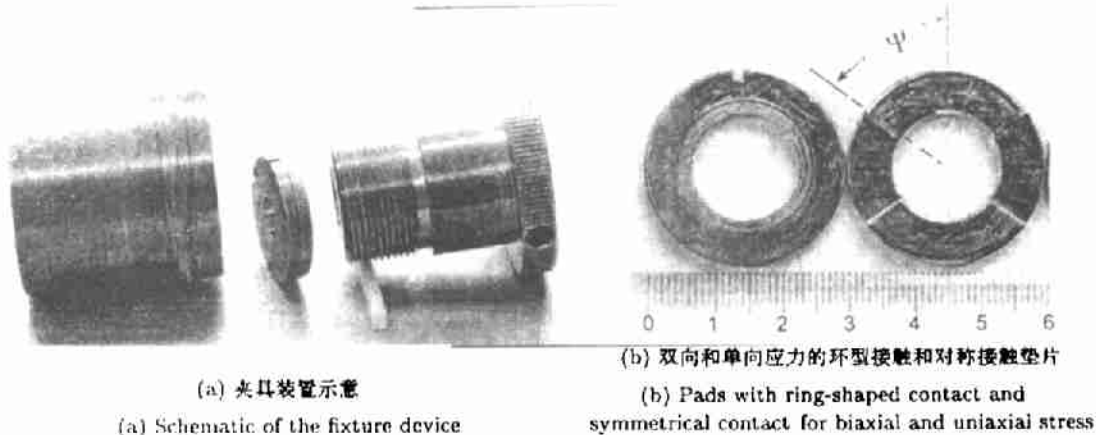


图 1  
Fig.1

胀系数远远大于薄片试件,从而在试件中央区产生一个与升温成正比的双向拉应力场。由于箔片试件相对夹具来说非常薄,可忽略箔片试件对夹具的反作用力,试样中央区的应力场可以简单地表示为

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu} \cdot \Delta T \cdot \Delta\alpha \quad (1)$$

其中要  $\sigma_1, \sigma_2$  分别代表垂直和平行于裂纹方向的作用应力。 $E$  和  $\nu$  是试样的弹性模量和泊松

比,  $\Delta T$  和  $\Delta\alpha$  分别是温度差和试样与夹具之间的膨胀系数之差. 圆片试件中详细的应力分布如图 2 所示.

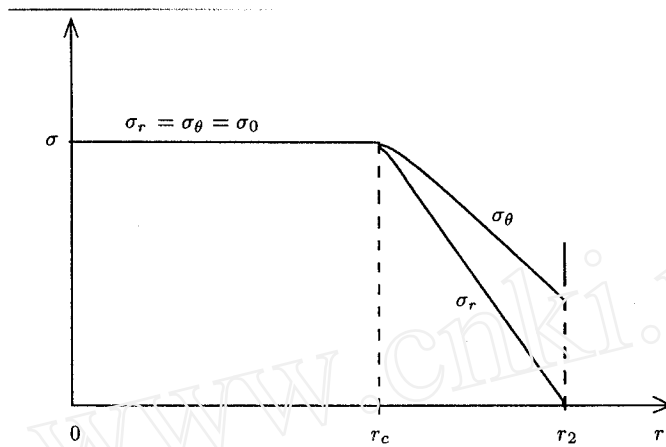


图 2 圆片试样中的轴对称应力分布示意

Fig.2 Schematic of axial symmetric stress distribution of disk specimen in thermo mechanical test

为了获得脆性材料的平面单向拉伸应力, 并与双向应力进行比较, 采用单向对称接触的垫片 (图 1(b)), 于是试件中央区应力比是夹支角  $\Psi$  的函数

$$\lambda = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{3 \sin^2\left(\frac{\Psi}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)}{3 \cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \quad (2)$$

当  $\Psi = 60^\circ$  时  $\lambda = 0$ , 裂纹受单向拉伸,  $\Psi = 90^\circ$  时  $\lambda = 1$ , 为等值双向拉伸. 单向拉伸平面应力可确定为

$$\sigma_1 = E \cdot \Delta T \cdot \Delta\alpha \quad (3)$$

于是圆片试件中的 I 型临界应力强度因子可表示为

$$K_{IC} = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} = \begin{cases} E \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta T_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} & \text{单向拉伸} \\ \frac{E}{1-\nu} \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta T_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} & \text{双向拉伸} \end{cases} \quad (4a)$$

$$(4b)$$

$\Delta T_c$  为对应于断裂时刻的温度差. (试样和夹具的物理特性见表 1)

表 1 硼硅玻璃, 氧化锆陶瓷和黄铜夹具的物理性能

Table 1 Material properties of borosilicate glass, 8YSZ and brass fixture

Materials	Young's modulus [GPa]	Poisson's ratio	Thermal exp. coefficient [K <sup>-1</sup> ]
borosilicate glass	73	0.21	$7.2 \times 10^{-6}$
8YSZ	200	0.22	$11.0 \times 10^{-6}$
brass	100	0.35	$18.4 \times 10^{-6}$

## 1.2 实验结果与讨论

为了考察加载速度对断裂阻力的影响, 采用一系列不同的升温速率进行试验, 温度设置由电脑控制, 裂纹的起裂和裂纹扩展用显微镜监测, 记录下每次试验的初始温度和断裂时的温度, 最后算出不同条件下的断裂韧性值. 一共采用 50 片玻璃试件和 30 片氧化锆试件, 实验初始温度为室温, 湿度为 45%, 通过三个月的系列实验和补充实验, 得到如图 3 所显示的硼硅玻璃和氧化锆陶瓷在平面双向应力和单向应力下的断裂韧性的差别以及它们随着载荷速率的变化. 由于实验中的最大温差仅  $10^{\circ}\text{C}\sim 20^{\circ}\text{C}$ , 可以证明材料在此变温过程中物理性能不变. 我们对玻璃试件的原始裂纹和不同阶段的扩展裂纹进行了高精度显微光弹观测, 原始裂纹尖端可看见少量残余应力存在, 但扩展后的裂纹尖端无残余应力区和塑性区.

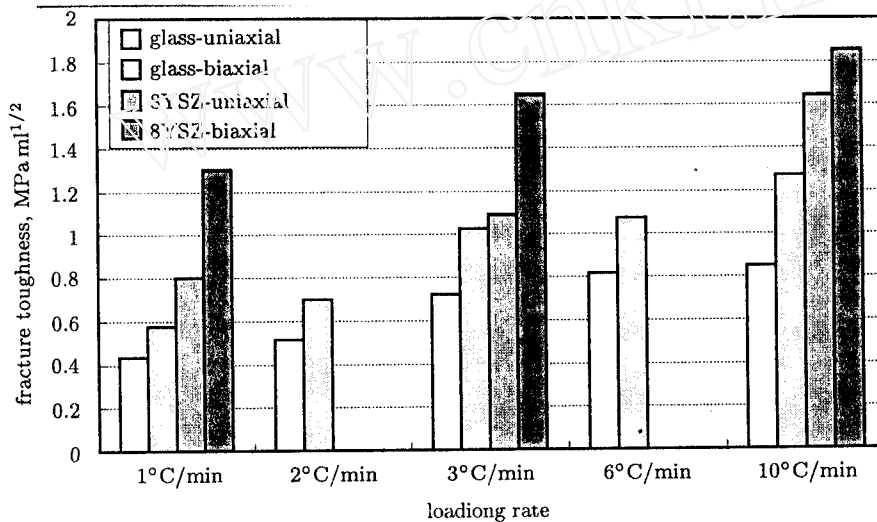


图 3 硼玻璃和陶瓷箔片在双向和单向拉伸下的平面应力断裂韧性及其随升温速度的变化  
Fig.3 The fracture toughness of glass and ceramic foils measured under biaxial and uniaxial plane stresses and their variation with heating rate

该实验方法克服了脆性材料平面拉伸实验上的困难, 而且从事实上证明了平行于裂纹的应力确实对断裂特性有影响. 它表明材料的断裂阻力随双向应力比而增加, 同时也随加载速率而增加. 这与 Kibler<sup>[5]</sup> 的实验结果完全一致. 如果考虑断裂阻力为材料常量, 则可认为裂纹驱动力随双向应力比而减小. 这说明在复杂应力下的断裂评价不能简单地依靠应力强度因子准则. 不久前美国的 Y. Chao 教授也有类似的研究结论<sup>[15]</sup>: “单一的断裂韧性不足以表示材料的断裂阻力”.

通常脆性材料的断裂往往是突发性的瞬态破坏, 在线性载荷下很难观测到裂纹的起始和亚临界扩展, 也难以实现均匀拉伸试验. 本研究表明无论多脆多硬的材料, 只要试件加工成很薄, 就可以利用解决这些问题, 并可以直接观测到裂纹起始和裂纹扩展过程, 这对脆性材料的断裂阻力研究是有意义的. 图 4 显示了玻璃试件裂纹扩展后的残片, 它表明脆性材料在平面应力状态下的裂纹扩展是可控断裂. 到现在为止, 金属和陶瓷材料在平面应力条件下的双向拉伸实验均无可置疑地显示了与单向应力下断裂的差别, 但对于平面应变条件下的情况, 还需进一步研究和探索.

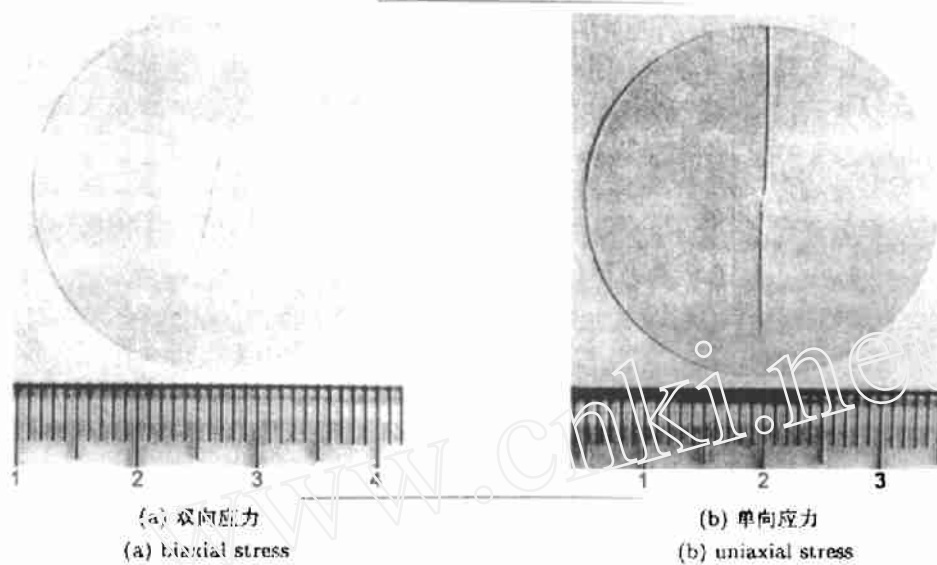


图 4 典型的玻璃试样在平面应力状态下的裂纹扩展断裂残片  
Fig.4 Typical fractured specimen of glass foils under plane stress

## 2 应变控制断裂理论分析

作为对双向应力效应的解释和讨论, 应变断裂控制是值得重视和说明问题的. 平行应力对应力强度因子没有贡献, 这是造成它与断裂无关这种印象的主要原因. 但实际上平行应力对裂纹尖端应力场是有贡献的. 它主要作用在应力级数的非奇异项中, 但在许多断裂力学书中非奇异项都被忽略掉. 考虑无限平板含一条长为  $2a$  的直通裂纹在双向应力下, 裂纹尖端应力场可描述为<sup>[16]</sup>

$$\sigma_y \approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (5a)$$

$$\sigma_x \approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - (1 - \lambda)\sigma \quad (5b)$$

这里的非奇异项  $-(1 - \lambda)\sigma$  通常被称为  $T$  应力<sup>[2]</sup>. 因而对于线弹性体我们容易通过虎克定律求出裂纹尖端局部应变, 并导出垂直于裂纹的最大应变为

$$\varepsilon_y(r, 0) = \frac{K_I(1 - \nu)}{E\sqrt{2\pi r}} + \frac{\nu(1 - \lambda)\sigma}{E} \quad (6)$$

显然, 由于泊松比的作用, 该应变是双向应力比  $\lambda$  在函数. 从 (6) 式可以看出, 平行拉应力 (当  $\lambda > 0$ ) 使  $\varepsilon_y$  减小, 平行压应力 ( $\lambda < 0$ ) 使  $\varepsilon_y$  增大. 这大概正是实测的断裂韧性在前一种情况下提高, 后一种情况下下降的根本原因. 从固体的理论强度来考虑<sup>[17]</sup>, 断裂是由于原子键的伸长达到一个临界值, 而这种伸长反映在宏观上则是应变达到一个临界值. 因此用应变准则来评价裂纹扩展是可行的. 注意到裂纹尖端应变的奇异性, 即  $r \rightarrow 0$  时  $\varepsilon_y$  无穷大但并无断裂的矛盾, 我们可以认为一个数学点 (无体积也无面积) 上的应变不可引起断裂, 而需一个与材料特

性有关的特定小面积上的平均应变达到临界值才发生断裂<sup>[18]</sup>. 这个特定面积被称为破坏发生区<sup>[19]</sup>, 它的长度为  $\Delta$ . 于是应变准则为

$$\frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} \varepsilon_y(x, 0) dx = \varepsilon_f \quad (7)$$

其中  $\varepsilon_f = \sigma_f/E$  是单向极限拉应变,  $\sigma_f$  是拉伸强度. 将 (6) 式代入 (7) 式并设  $\lambda = 1$  时的临界应力强度因子为  $K_{IC}^*$ , 可求出

$$\Delta = (1 - \nu)^2 \cdot \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{IC}^*}{\sigma_f} \right)^2 \quad (8)$$

结合 (8) 式与 (7) 式我们得到双向应力下的应变准则

$$\frac{K_I}{K_{IC}^*} + \nu(1 - \lambda) \frac{\sigma}{\sigma_f} = 1 \quad (9)$$

式 (9) 表明应力强度因子准则仅在等值双向拉伸时与应变准则相同. 当裂纹很小时近似有  $\frac{\sigma}{\sigma_f} \approx \frac{K_I}{K_{IC}^*}$ , 则 (9) 式变成

$$\frac{K_I}{K_{IC}^*} [1 + \nu(1 - \lambda)] = 1 \quad (10)$$

设单向应力下的临界应力强度因子为  $K_{IC}$ , 在 (10) 式中令  $\lambda = 0$  可得到单向拉伸与等值双向拉伸时的断裂韧性近似关系为

$$K_{IC}(1 + \nu) = K_{IC}^* \quad (11)$$

它表明  $K_{IC} \leq K_{IC}^*$ , 这与实验结果完全吻合.

该研究结果表明裂纹扩展完全由裂纹尖端的应变决定; 或者说由裂纹张开位移决定. 线弹性有限元分析<sup>[20]</sup> 证明了双向拉伸下的裂纹张开位移小于单向拉伸下的张开位移, 这正好解释了裂纹驱动力在双向和单向拉伸下的差异. 应力强度因子仅仅是应力的函数, 与应变无关. 在双向应力状态, 平行于裂纹的应力对垂直于裂纹的应变有影响, 但对垂直于裂纹的应力没有影响. 换句话说它对断裂特性有影响, 但对应力强度因子无影响, 这是双向应力下断裂韧性随平行应力而变化的根本原因. 同时它又揭示出另一个问题, 即在复杂应力下的应力强度因子与裂纹张开位移的关系是不等效的. 这一点不仅可由实验, 也可用有限元计算验证. 因此, 传统断裂力学中的四个断裂参数的等效关系用于双向应力问题时需要谨慎.

### 3 结论

1) 如果断裂阻力被看作是材料常数, 则裂纹驱动力必受到平行于裂纹之应力的影响, 在一定范围内裂纹驱动力与双向应力比成反比关系. 因此对于脆性材料, 平行于裂纹的压应力对裂纹有驱动作用, 平行拉应力对裂纹有闭合作用.

2) 复杂应力下的裂纹扩展取决于裂纹尖端的应变伸长, 由于泊松比的存在, 任何方向的作用应力都对该应变有影响. 所以任何方向的应力均可对断裂有不同程度的影响和作用. 双向拉伸下的裂纹张开位移小于单向拉伸下的张开位移.

3) 双向拉伸条件下的临界应力强度因子高于单向拉伸条件下的临界应力强度因子, 对于玻璃和陶瓷类的脆性材料在平面应力状态下, 等值双向拉伸时的断裂韧性比单向拉伸时高出约 20% 左右. 在平面应力状态下, 脆性固体的宏观裂纹慢扩展是可能的.

## 参 考 文 献

- 1 Broek D. Elementary Engineering Fracture Mechanics, 4th revised edition, Kluwer Academic Publisher. USA, 1986
- 2 Anderson TL. Fracture Mechanics, 2nd edition. CRC Press, USA, 1995
- 3 Griffith AA. The phenomena of rupture and flow in solid. *Philos Trans Roy Soc, Series A*, 1921, 221: 163
- 4 Swedlow JL. On Griffith's theory of fracture. *Int J Fract Mech*, 1965, 1: 210
- 5 Kibler JJ, Roberts R. The effects of biaxial stresses on fatigue and fracture. *J Engng for Industry*, 1970, 92: 727
- 6 Hilton PD. Plastic intensity factor for cracked plates subjected to biaxial loading. *International Journal of Fracture*, 1973, 9(2): 149
- 7 Fessler H, Fricker DC. A theoretical analysis of the ring-on-ring loading disk test. *J Am Ceram Soc*, 1984, 67(9): 585~588
- 8 Stout MG, Petrovic JJ. Multiaxial loading fracture of  $Al_2O_3$  tube: experiments. *J Am Ceram Soc*, 1984, 67(1): 519
- 9 Bao Yiwang, Steinbrech RW. Thermo-mechanical test of brittle foils under biaxial stress. Proc of Eng Materials and Tests 1996, Bad Nauheim, Germany, 1996. 325
- 10 Sehitoğlu H, Gall K, Gracia AM. Recent advanced in fatigue crack growth modeling. *Inter J of Fracture*, 1996, 80: 165
- 11 Wang EZ, Shrive NG. Brittle fracture in compression: mechanisms, models and criteria. *Eng Fract Mechanics*, 1995, 52(6): 1107~1126
- 12 Hawkes I, Mellor M. Uniaxial testing in mechanics laboratories, *Engng Geology*, 1970, 4: 177~285
- 13 Shukla A, Anand S. Dynamic Crack Propagation and Branching under Biaxial Loading, Fracture Mechanics: seventeen Volume. ASTM STP 905, Philadelphia, 1986, 697~714
- 14 Liebowitz H, Lee JD, Eftis J. Biaxial load effects in fracture mechanics. *Engng Fract Mech*, 1978, 10: 315
- 15 Chao YJ, Zhang XH. Constraint effect in brittle fracture, fatigue and fracture mechanics: 27th Symposium. ASTM STP 1296, In Piascik RS, Newman JC, Dowling DE (eds). ASTM, 1997, 41
- 16 Eftis J, Subramonian N, Liebowitz H. Biaxial load effects on the crack border elastic strain energy and strain energy rate. *Engineering Fracture Mechanics*, 1977, 9: 753~764
- 17 Kanninen MF, Popelar CH. Advanced Fracture Mechanics. Oxford University Press, 1985
- 18 Bao Yiwang, Jin Z. Size effect and a mean strength criterion for ceramics. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structure*, 1993, 16: 829
- 19 金宗哲, 包亦望. 脆性材料力学性能评价与设计. 北京: 中国铁道出版社, 1996. (Jin Zongzhe, Bao Yiwang. Characterization of Mechanical Properties for Brittle Materials and Ceramics. Beijing: Chinese Railway Publisher, 1996 (in Chinese))
- 20 Bao Yiwang, Steinbrech RW. Strain criterion of fracture in brittle materials. *J Materials Science Letter*, 1997, 16(18): 1533

## EXPERIMENTS AND THEORETIC ANALYSIS FOR THE FRACTURE OF BRITTLE MATERIALS UNDER BIAXIAL STRESS <sup>1)</sup>

Bao Yiwang

(*China Building Materials Academy, Beijing 100024, China*)

R.W. Steinbrech

(*Forschungszentrum Juelich, Germany*)

**Abstract** The fracture behavior of brittle materials under biaxial plane stress, especially the influence of the stress parallel to the crack plane on critical fracture parameters, was investigated by means of thermomechanical method. Biaxial and uniaxial tension tests were performed with thin glass and zirconia disk specimens. The aims of this study is to clarify the fracture dependence of brittle material in plane stress state and their difference between biaxial and uniaxial tension, based on experimental and analytical approaches.

A through thickness crack was introduced in the center of each disk specimen for measuring the plane stress fracture toughness. Fifty glass specimens and thirty 8YSZ specimens were measured by using various loading rates. The observation to crack initiation and fracture reveals that the biaxial stresses do affect the fracture properties of solid material. The fracture toughness of glass under biaxial tension was about 20% higher than that under uniaxial load. Thus, the fracture criterion by the stress intensity factor is questioned for the biaxial plane stress issues. The study also showed that the plane stress fracture toughness of brittle materials increases in a great range with increasing loading rate, and the subcritical crack growth in plane stress is much more obvious than that in plane strain state. Strain dependence of crack growth was discussed to explain the influence of biaxial stress, and was demonstrated by the experimental results.

As a research conclusion, it was confirmed that the tensile stress parallel to the crack plane has the action of crack arrest, while the compressive stress parallel to the crack plane contributes to crack opening for brittle materials in plane stress state.

**Key words** biaxial stress, ceramics, stress intensity factor, strain

---

Received 10 October 1997, revised 25 May 1998.

<sup>1)</sup> The project supported by A.V. Humboldt Foundation, Germany.