

# 链网模型与 $\text{Si}_3\text{N}_4$ 陶瓷材料 宏观力学行为模拟<sup>1)</sup>

梁乃刚 刘庆杰 李 静 宋海涛

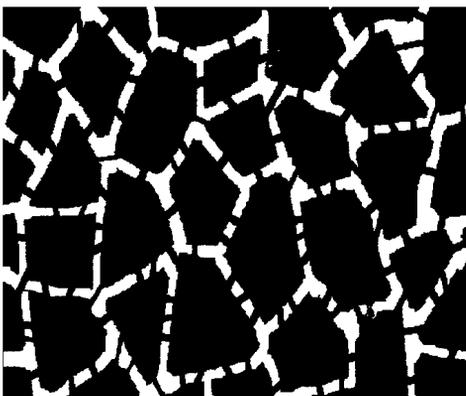
(中国科学院力学研究所 LNM 开放研究实验室, 北京 100080)

**摘要** 假定原位增强陶瓷材料中存在的众多微裂纹将基体分割成块, 增强体长颗粒的桥联是块间的传力机制, 提出了一种链网模型, 用于模拟材料宏观力学行为与细观损伤演化. 论述了模型参量与材料细观组元几何, 物理参数之间的关系, 给出了典型的数值模拟结果并进行了统计分析.

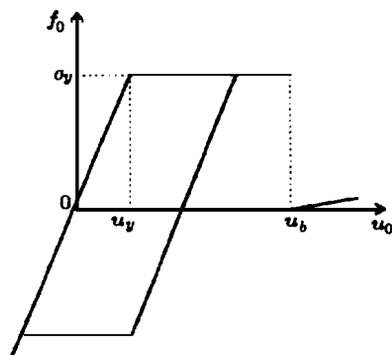
**关键词** 链网模型, 原位增强陶瓷, 细观损伤演化, 宏观力学行为

## 引 言

原位增强陶瓷材料, 如  $\gamma$ -sialon 增强氮化硅陶瓷等, 作为制造发动机高温部件关键用材的前景诱人<sup>[1]</sup>. 不过, 这种材料与晶须增强陶瓷类似, 基体韧性较低而且内部存在众多微小裂纹<sup>[2]</sup>, 有时甚至能够观察到基体内微裂纹形成的网络<sup>[3]</sup>. 从示意图 1 (a) 中可以看到, 微裂纹网将基体分割为块, 增强体长颗粒将一块块基体桥联起来. 这种增强机制能将材料的断裂韧性从  $2 \sim 3 \text{MPam}^{1/2}$  提高到  $9 \sim 11 \text{MPam}^{1/2}$  甚至更多<sup>[4]</sup>. 因而本文假定: 原位增强陶瓷材料中的微裂纹将基体分割为块, 块与块间的载荷传递是由长颗粒实现的. 也就是说, 这种材料依靠长颗粒与基体之间的界面结合力或摩擦力, 使应力经基体块-长颗粒-基体块形成的网状路线传递. 突出强调这样一种传力机制, 可以简化原位增强陶瓷的力学模型.



(a) 含有稠密微裂纹的基体与起桥联作用的长颗粒  
(a) The micro-crack embedded matrix  
and elongated bridging grains



(b) 链条的力学响应  
(b) Mechanical response of the chain

图 1  
Fig. 1

<sup>1)</sup> 国家自然科学基金资助项目.  
1996 - 04 - 23 收到第一稿, 1996 - 07 - 17 收到修改稿.

文献 [2] 中已经阐明, 当长颗粒传递的载荷大到一定程度时, 界面应力达到极限而使界面脱粘. 此后, 载荷将克服界面摩擦阻力驱使长颗粒沿界面滑动. 如果长颗粒被拉断, 或者从基体块中拔脱, 就将丧失承担载荷的能力.

既然长颗粒与基体块之间的界面滑动是这种材料变形的主要耗能机制, 而且长颗粒的抗弯刚度很小, 有理由将长颗粒与基体块分别抽象为链条与链结形成如同图 2 与图 3 所示的链网模型. 于是, 模型的载荷变形响应将用于模拟实际材料的宏观力学行为, 而链条的屈服变形与断裂可以反映材料的细观损伤演化. 用链网模型代替细观构造十分复杂的原位增强陶瓷材料, 为定量研究影响材料强韧性质的主要控制因素提供了便利条件.

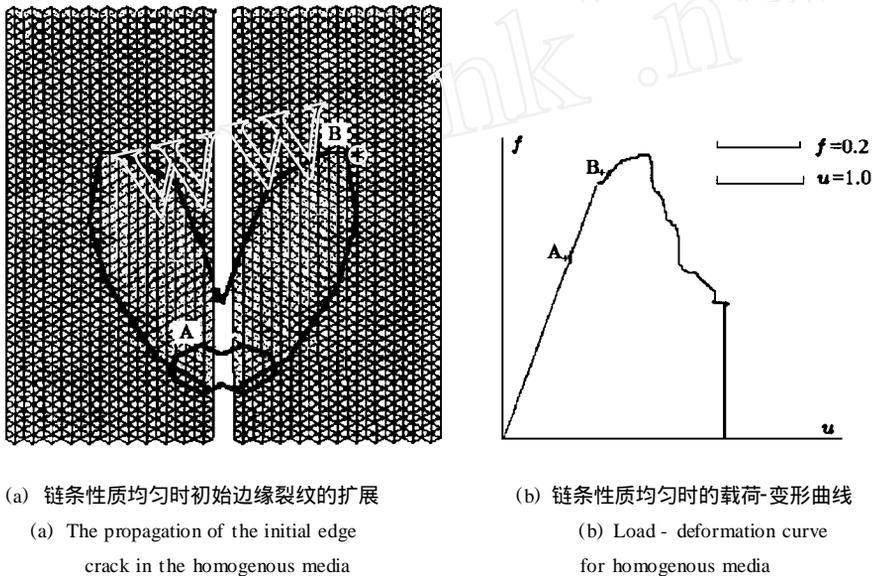


图 2

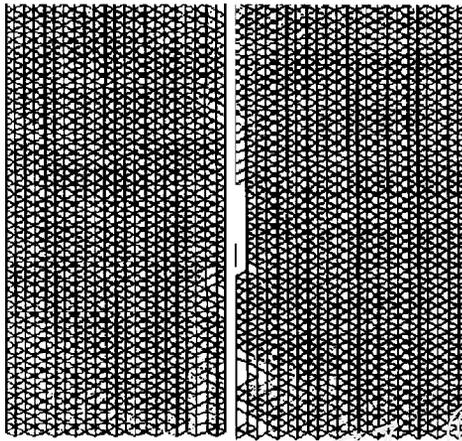
Fig. 2

下面从论述材料细观组元几何、物理参数与模型参量之间的关系入手, 进而列举并分析典型的数值模拟结果, 最后给出初步结论与统计分析.

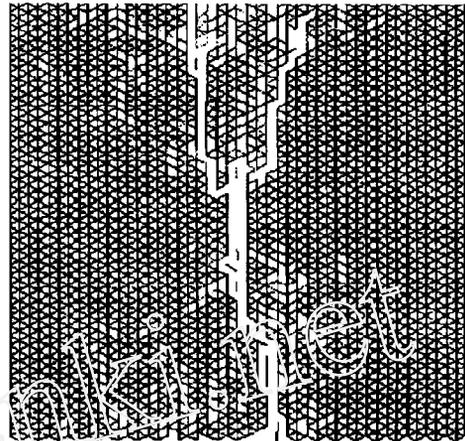
## 1 链网模型的力学参数

为了模拟原位增强陶瓷材料的力学行为, 本文设定模型中的链条受压时永远保持弹性以体现陶瓷材料基体耐压的特性, 受拉力时也保持弹性直到屈服以模拟真实材料中界面完好的阶段. 链条弹性性质由弹性模量  $E$  与屈服点相对变形  $u_y$  两个力学参数描述. 后者根据材料中长颗粒与基体块之间的界面脱粘条件确定, 因而链条的屈服载荷为  $E \times u_y$ . 如果用  $u_b$  表示链条的拉断点相对变形, 链条的另一个力学参数为  $r_b = \frac{u_b}{u_y} \geq 1$ .  $r_b$  用来体现材料中长颗粒的相对滑动能力. 试验结果<sup>[3~6]</sup>表明, 界面结合强度适度的原位增强陶瓷材料中, 特别在高温条件下, 界面脱粘后长颗粒的滑动变形远比脱粘前的弹性变形大,  $r_b$  将会比室温条件下界面设计不合理的材料大得多.

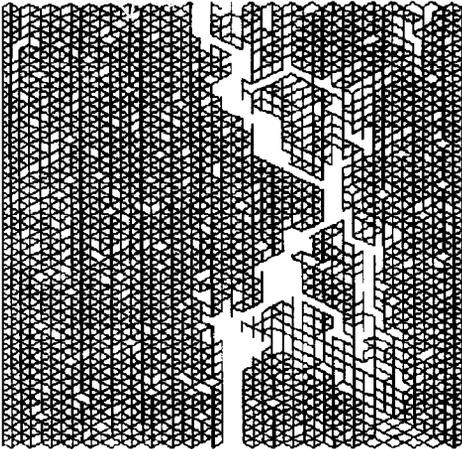
长颗粒拔出过程中界面摩擦阻力与滑动距离的关系对材料宏观力学性质影响很大, 与之相应的是链条的载荷 - 位移 ( $f_0 - u_0$ ) 曲线. 已有研究结果<sup>[3,5,6]</sup>表明, 可以认为长颗粒滑动阶段所受的界面摩擦阻力大体保持不变. 因而本文假设链条受拉屈服后呈理想塑性状态. 链条可能经历卸载与再加载过程, 对应实际材料中长颗粒的拉力回落、反向压入与再拔出. 链条断裂意味长颗



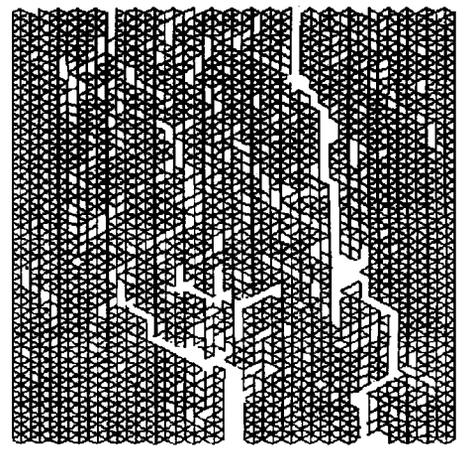
(a) 初始中心裂纹的扩展: 较小的屈服极限涨落  
(a) The propagation of initial center crack:  
small fluctuation of yielding limit



(b) 初始中心裂纹的扩展: 中等的屈服极限涨落  
(b) The propagation of initial center crack:  
medium fluctuation of yielding limit



(c) 初始边缘裂纹的扩展: 较大的屈服极限涨落  
(c) The propagation of initial edge crack:  
large fluctuation of yielding limit



(d) 初始边缘裂纹的扩展: 更大的屈服极限涨落  
(d) The propagation of initial edge crack:  
massive fluctuation of yielding limit

图 3

Fig. 3

丧失承载能力. 断裂瞬间将释放原来承担的载荷. 一根链条断裂时, 如果相邻的链条没有能力分担它释放的载荷, 会诱发更多的链条断裂. 诱发断链可以在宏观加载停止的条件下进行, 它导致损伤加剧, 甚至材料完全失效. 链条断裂会使链网局部刚度为零, 产生数值计算的奇异性. 在本文的数值模拟试验中, 设定链条屈服或断裂后的刚度仍保留原有值的万分之一. 采用这个假定可以避免繁琐的奇异性处理, 但不会引入有实际意义的误差. 图 1(b) 中划出了本文选用的链条载荷 - 位移曲线.

一般说, 链条的空间位置、取向分布与力学参数  $E$ ,  $u_y$  与  $r_b$  都具有随机性. 作为初步研究, 本文仅使用均布链网模型, 见图 2 与图 3, 而且只考察  $u_y$  与  $r_b$  两个链条参数涨落的影响.

$u_y$  与  $r_b$  值依赖于材料中长颗粒与界面的几何与物理性质. 仿照文献[6]中的做法, 本文考虑  $u_y$  与  $r_b$  呈均匀分布的情况, 分布区间分别为  $[(u_y)_{\min}, (u_y)_{\max}]$  与  $[(r_b)_{\min}, (r_b)_{\max}]$ . 这样, 模型

细观结构的统计参数有

- (1)  $\bar{u}_y = \frac{(u_y)_{\max} + (u_y)_{\min}}{2}$ , 屈服点相对变形  $u_y$  的平均值,
- (2)  $\sigma_y = \frac{(u_y)_{\max} - (u_y)_{\min}}{\mu_y}$ , 屈服点相对变形  $u_y$  的相对涨落;
- (3)  $\bar{r}_b = \frac{(r_b)_{\max} + (r_b)_{\min}}{2}$ , 相对塑性变形能力  $r_b$  的平均值,
- (4)  $\sigma_b = \frac{(r_b)_{\max} - (r_b)_{\min}}{r_b}$ , 塑性变形能力  $r_b$  的相对涨落.

本文用有限元方法计算上述链网模型的力学响应. 模拟的对象是两条水平边自由、两条竖直边分别被刚性夹持的受拉平面试件. 被夹持两边的相对位移与总拉力分别用  $u$  与  $f$  表示.

如果  $\sigma_y = \sigma_b = 0$ , 而且  $r_b$  足够大, 总拉力将有一个最大值  $f_{\max}$ . 为了分析方便, 本文分别选用  $\bar{u}_y$  与  $f_{\max}$  作为位移变量与力变量的度量单位. 选用的平面链网由 6092 条链与 2091 个链结组成, 见图 2 与图 3. 为了研究典型集中缺陷的影响, 选用具有边缘裂纹或中心裂纹两种模型.

## 2 模型宏观力学响应的特征

由于链条力学参数的随机变化, 即使细观统计参数相同, 链网的宏观力学行为也有涨落. 图 4 中显示的 105 条载荷位移曲线都出自同样的细观统计参数, 即  $\bar{r}_b = 2$ ,  $\sigma_b = 1$  与  $\sigma_y = 0.4$ . 各曲线上最大载荷的分布直方图划在图 4 的上部. 经统计检验证实, 最大载荷的统计规律可以用 Weibull 分布描述.

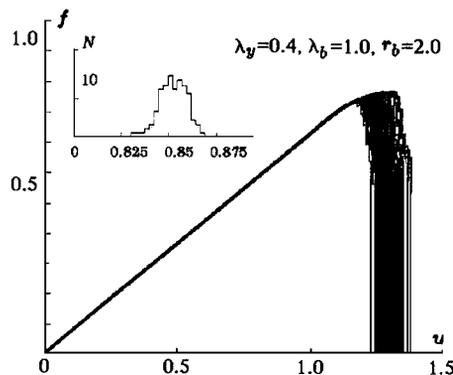


图 4 105 条载荷变形曲线及其统计分布

Fig. 4 105 load - deformation curves and their statical results

图 5(a) 中划出了 2 组典型载荷位移曲线. 第 1 组包括 5 条实线, 对应的细观统计参数是  $\bar{r}_b = 10$ ,  $\sigma_b = 1$  与  $\sigma_y = 0.2, 0.6, 1.0, 1.4, 1.8$ . 这 5 条实线清楚地显示, 随着屈服点相对变形的相对涨落范围  $\sigma_y$  增大, 最大承载能力降低而宏观变形能力增加. 这与以往报道的试验结果一致, 即陶瓷材料断裂韧性增加时强度往往会有所降低.

另一组由 4 条点划线与一条实线组成, 对应的细观统计参数是  $\bar{r}_b = 1, 6, 10, 15, 24$ ,  $\sigma_b = 1$  与  $\sigma_y = 1$ . 这 5 条线说明, 无论是最大承载能力, 还是宏观变形能力都随着相对滑动能力  $\bar{r}_b$  的增大而增加. 这意味着增加材料中长颗粒的滑动能力对改善材料力学性能至关重要.

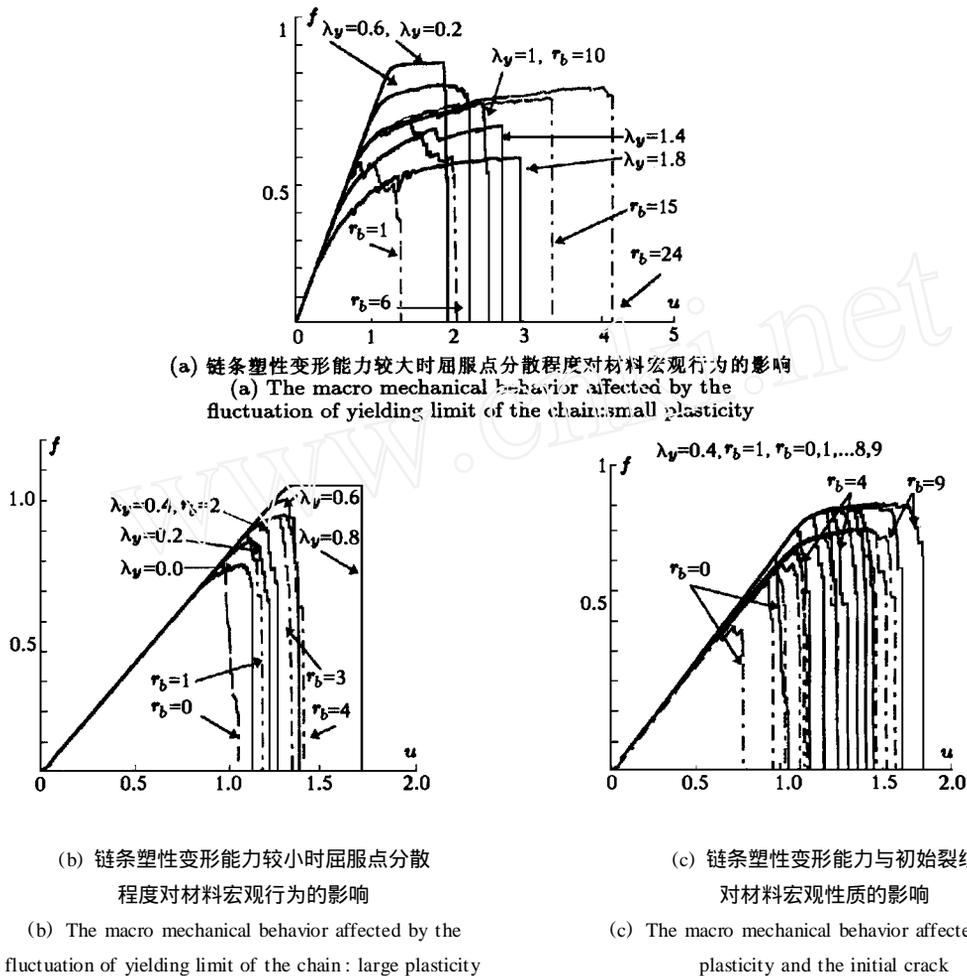


图 5  
Fig. 5

图 5(b) 中的 5 条实线对应细观统计参数  $\bar{r}_b = 2$ ,  $r_b = 1$  与  $\lambda_y = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ , 它们的变化规律与图 5(a) 中的曲线不同, 宏观变形能力并没有随着屈服点相对变形的相对涨落范围  $\lambda_y$  增大而提高. 这表明, 如果材料中长颗粒的滑动能力过小, 即使牺牲强度也难以提高材料的韧性.

图 5(b) 中的 4 条点划线与一条实线对应的细观统计参数是  $r_b = 1$ ,  $\lambda_y = 0.4$  而  $\bar{r}_b = 0, 1, 2, 3, 4$ , 它们与图 4(a) 中的对应曲线具有相似的变化规律.

图 5(c) 中的实线与点划线是成对的. 每一对有相同的细观统计参数, 分别是  $r_b = 1$ ,  $\lambda_y = 0.4$  而  $\bar{r}_b$  从 0 到 9. 差别仅在于点划线出自具有初始中心裂纹的链网模型. 实线之间对比或点划线之间对比再一次表明, 无论是最大承载能力, 还是宏观变形能力都随着相对滑动能力  $\bar{r}_b$  的增大而增加. 然而, 各对曲线的差别程度有所不同.  $\bar{r}_b$  越大, 初始裂纹对材料宏观力学行为的影响程度越小. 如果  $\bar{r}_b$  足够大, 例如  $\bar{r}_b > 5$  时, 继续增大不再有明显的效果. 使  $\bar{r}_b = 5$  并不要求过分细长的增强颗粒. 这说明, 只要原位增强陶瓷材料中界面摩擦阻力合适, 性能改善并不要求增强体具有太大的长径比. 若计及材料中长颗粒的负作用, 长径比过大反而会有害. 选择合理的长径

比是材料设计的一项基本任务.

模拟结果显示, 表征滑动能力涨落程度的参数  $b$  对材料宏观力学行为的影响不甚显著.

### 3 细观损伤演化的特征

图 2 与图 3 是细观损伤演化示意图. 图中不再划出已经断裂的链条, 细实线与虚线分别表示处于屈服状态与处于卸载状态的链条, 较粗的实线代表仍处于弹性变形阶段的链条. 链网线型变化的过程反映了材料的损伤演化. 尽管损伤演化具有随机性, 但某些规律性的共同特征仍很明显. 下面列举一些具有代表性的损伤图像.

细观统计参数  $\bar{y} = \bar{b} = 0$  意味着材料是均匀的. 数值模拟试验中曾对塑性变形能力参数  $\bar{r}_b$  在较大范围内取值的边缘裂纹扩展过程进行了考察. 为了与文献[7]中提供的实验结果比较, 一个典型损伤演化图像见图 2(a), 它对应的  $\bar{r}_b = 11$ . 图 2(b) 是无因次载荷变形曲线. 图 2(a) 中还划出了加载到图 2(b) 中曲线上 A, B 两点时的屈服区域轮廓, 与文献[7]中提供实验结果相符.

细观统计参数  $\bar{r}_b = 2$ ,  $\bar{b} = 1$  与  $\bar{y} = 0.4, 1.0, 1.4$  时, 具有初始裂纹的典型损伤模式示意图是图 3(a), 图 3(b) 与图 3(c). 随着屈服点相对变形的相对涨落范围  $\bar{y}$  增大, 损伤模式越来越复杂. 与  $\bar{y} = 0$  的情况明显不同, 当  $\bar{y} > 0.4$  以后, 伴随初始裂纹裂尖处的链条断裂, 裂尖明显钝化, 远离裂尖区域的链条也不断屈服与断裂. 引发裂纹分叉, 见图 3(b).  $\bar{y}$ , 特别当  $\bar{r}_b$  值足够大以后, 损伤在试件内各个部位都有明显发展, 见图 3(c), 贯穿裂纹甚至不再通过初始裂纹, 见图 3(d). 这意味着材料宏观性能不再对初始裂纹敏感, 提高长颗粒的滑动能力有益于增加材料的使用可靠性.

与均匀材料相比, 非均匀材料的细观损伤演化模式要复杂得多. 对于均匀材料, 损伤控制因素是应力水平. 裂纹尖端沿裂纹原有的方向扩展, 损伤集中在裂尖附近直到裂纹贯通, 如图 2(a) 所示的情况. 对于非均匀材料, 损伤控制因素不是应力本身而是应力大小与局部强度的比值. 除在裂尖区域的损伤以外, 局部强度低的部位也是损伤易发区. 因而, 裂纹会弯折、分叉, 远离主裂纹的区域有新的空洞产生, 相邻的空洞形成新的小裂纹, 小裂纹相互连接、交叉并与主裂纹贯通, 见图 3. 用扫描电镜进行试验观察证实, 不仅原位增强陶瓷材料, 一大类脆性材料内的损伤演化都具有上述特征.

### 4 结论与讨论

本文提出的链网模型是模拟非均匀介质宏观行为的简化本构模型. 对于原位增强陶瓷材料, 链条屈服与断裂直接对应长颗粒的滑动与拔出. 模型能定量地描述长颗粒在材料强韧化方面的突出作用.

本文通过数值模拟得到的宏观力学响应与细观损伤演化结果能帮助进一步理解原位增强陶瓷材料细观结构参数如何影响宏观行为, 再一次确认了长颗粒桥联对材料的增韧作用. 该模型也便于模拟材料性质的统计特性, 进一步发展完善后有希望用于材料设计.

文中结果表明, 非均匀材料中远离初始裂纹尖端区域的损伤对材料性能与初始裂纹的扩展方式有举足轻重的影响, 发展适用于非均匀介质的力学理论与方法是必不可少的. 看来, 用纯解析方法处理非均匀介质问题的能力有限, 建立更具真实物理背景的力学模型, 借助数值模拟方法是发展趋势.

另一方面, 实际原位增强材料的细观结构比上述链网模型复杂得多. 有必要考虑三维链网, 并将链条的几何参数随机化. 更为重要的是如何获得增强相体积份额、尺寸与长径比分

布、增强相与基体界面初始物理状态参数、各种缺陷分布的实际资料，并摸清界面性质随温度变化的规律。本文提出的模型只是初步尝试，距离具有可靠工程预测能力的本构模型尚远。当然，建立非均匀介质的力学模型是先进复合材料优化设计与合理应用的重要先决条件。有必要进行多方面的探索。本文提出的链网模型是一种有意义的尝试。

### 参 考 文 献

- 1 Evans AG. Ceramics and ceramic composites as high-temperature structural materials: challenges and opportunities, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A, 1995, 351: 511 ~ 527
- 2 Evans AG, Zok FW, Mcmeeking RM. Fatigue of ceramic matrix composites. *Acta Metall. Mater.*, 1995, 43: 859 ~ 879
- 3 Sui WM, Wu J G, Huang Y. Microstructure of BN/ SAILON multiphase ceramics, *Ceramic Materials and Components for Engines*, Edited by Yan, D. S., Fu, X. R. and Shi, S. X., World Scientific Publishing, 5th Int. Sym. on Ceramic Materials and Components for Engines, Shanghai, 1994. 264 ~ 267
- 4 Mitomo M, Petzow G. Recent Progress in Silicon Nitride and Silicon Carbide Ceramics. *MRS Bulletin/ February 1995*. 19 ~ 20
- 5 Povirk GL, Needleman A. Finite element simulation of fiber pull - out. *Trans. ASME, J. Eng. Mat. Tech.*, 1993, 115: 286 ~ 291
- 6 Li CW, Lui SC, Goldacker J. Relation between strength, microstructure and grain bridging characteristics in situ reinforced silicon nitride. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1995, 78: 449 ~ 459
- 7 Hertzberg RW. *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. 3rd edition, New York: Wiley, 1989

## A CHAIN-NETWORK MODEL SIMULATING MACRO MECHANICAL BEHAVIOR AND MICRO DAMAGE EVOL UTION OF $\text{Si}_3\text{N}_4$ CERAMICS

Liang Naigang   Liu Qingjie   Li Jing   Song Haitao

(LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** By taking the bridging of elongated grains as a dominant load transfer mechanism across the intrinsic flaws in the matrix, a chain - network model is proposed and used to simulate macro mechanical response and micro damage evolution of in situ reinforced ceramics. Relation between the mechanical parameters of the chains and the geometrical - physical properties of the elongated grains is discussed. Numerical experiments and statistic investigations are carried out.

**Key words** chain-network model, in situ reinforced ceramics, micro damage evolution, macro mechanical behavior