

复合随机振动分析的扩阶系统方法

李 杰

(郑州工学院土木系, 郑州 450002)

摘要 提出了随机结构系统反应的子空间次序正交分解的思想. 基于这一思想, 文中导出了一类用于考虑随机激励的随机结构复合随机振动分析的扩阶系统方法, 从而可以应用传统的确定性结构随机振动各种分析方法求解复合随机振动问题. 作为特例, 本文给出了使用模态分析法求解的过程. 将文中算例与随机模拟结果相比较, 证实了本文思想与方法的实用性.

关键词 正交分解, 随机振动, 扩阶系统方法

引 言

传统的随机振动理论一般研究确定性结构系统在随机激励下的反应预测问题^[1~3]. 然而, 从现实的工程背景考察, 任何一种确定性的结构系统模型都只能是对原型结构的一种近似. 由于对设计的工程结构不可能实现制造过程中的完全控制(非完全控制), 而对于现有的工程结构不可能实现完备的测量观测(非完备观测), 因此, 在结构系统模型中引入随机性的概念, 即采用随机结构系统模型是较确定性结构系统模型更为合理的一种选择. 近年来发展起来的随机有限元方法, 正是基于这一现实背景产生的. 20 多年来, 尽管人们在随机结构静力分析、稳定性分析等领域取得了一系列的研究进展^[4], 在考虑确定性激励条件下的随机结构动力分析方面也取得了若干成果^[5,6]. 然而, 对于考虑随机激励条件下的随机结构振动分析问题(所谓复合随机振动或双重随机振动问题), 却研究甚少.

在本文作者见及的研究复合随机振动问题的文献中, 文献 [7] 与文献 [8] 可以说反映了近年来研究有代表性的两种思路. 在文献 [7] 中, Lee 通过将随机反应的协方差矩阵关于标准正态随机变量作幂级数展开, 获取关于李雅普诺夫矩阵方程的摄动方程. 随机系统的解答以方差矩阵的统计特征值给出. 在这类研究中, 摄动法中固有的永年项问题往往不能很好地被解决. 与此类似, 在文献 [8] 中, Jensen 和 Iwan 采用了将方差矩阵关于独立随机变量作正交多项式展开的方式. 其解答亦为给出方差矩阵的统计特征值. 我们注意到, 两类方法均属于随机振动分析中的方差矩阵分析方法的范畴. 从这些方法中, 是很难给出系统反应的其它概率信息的(如系统反应的相关函数、谱密度等等).

本文试图从一个新的视角来考察复合随机振动分析问题. 文中, 首先提出了随机函数空间的次序正交分解的思想. 在此基础上, 应用关于场域随机变量的子空间正

1994-07-26 收到第一稿, 1995-07-28 收到修改稿.

交分解思想, 建立了在泛函意义上等价于原随机系统的确定性扩阶系统动力方程. 扩阶系统方程的建立, 提供了应用各类传统随机振动分析方法求解复合随机振动问题的可能性. 作为特例, 本文给出了使用模态分析法求解的过程. 通过与随机模拟方法相比较, 证实了本文思想和方法的实用性.

1 随机反应的子空间分解

在数学上, 随机结构系统模型的随机性可以描述为随机场或随机变量. 对于随机场, 可以借助于随机场离散化及相关结构的谱分解技术将随机场描述转化为独立随机变量描述^[9]. 类似地, 对于一般的随机变量, 也可以利用正规化技术将其转化为一组独立随机变量. 在另一方面, 输入随机过程亦可以通过 Karhunen-Loeve 分解转化为独立随机变量集合描述.

令 $\{b_i\}, i = 1, 2, \dots$, 表示上述场域独立随机变量集合; $\{\zeta_i\}, i = 1, 2, \dots$, 表示上述时域独立随机变量集合, 则在随机激励下的随机结构动力反应, 可以一般地表示为 $Y(\mathbf{b}, \zeta, t)$. 从泛函分析的观点考察, $Y(\mathbf{b}, \zeta, t)$ 亦可以认为是在随机变量 \mathbf{b}, ζ 空间中的运动轨迹. 根据泛函空间理论, 在完备正交空间中的泛函数可以表示为关于生成空间的基函数系的投影形式. 特别地, 令 \mathcal{H}_b 表示由基函数系 $\{H_L(\mathbf{b})\}_{L=0}^{\infty}$ 张成的场域概率测度空间; \mathcal{H}_t 表示由基函数系 $\{G_m(\zeta)\}_{m=0}^{\infty}$ 张成的时域概率测度空间; 最后, 令 \mathcal{H} 表示由 \mathcal{H}_b 与 \mathcal{H}_t 构成的复合概率测度空间. 则应用关于基函数系 $\{H_L(\mathbf{b})\}_{L=0}^{\infty}$ 的正交投影, 可以在场域内将随机反应 $Y(\mathbf{b}, \xi, t)$ 分解为

$$Y(\mathbf{b}, \xi, t) = \sum_{L=0}^{\infty} H_L(\mathbf{b}) X_L(\xi, t) \quad (1)$$

其中 $X_L(\xi, t)$ 为时域随机过程

$$X_L(\zeta, t) = \int Y(\mathbf{u}, \zeta, t) H_L(\mathbf{u}) \omega(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (2)$$

此处 $\omega(\mathbf{u})$ 为关于 \mathbf{b} 的概率密度函数, Ω_b 为关于实域矢量 \mathbf{u} 的积分域.

类似地, 应用关于基函数系 $\{G_m(\zeta)\}_{m=0}^{\infty}$ 的正交投影, 可以将 $Y(\mathbf{b}, \zeta, t)$ 在时域内展开

$$Y(\mathbf{b}, \zeta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} G_m(\zeta) X_m(\mathbf{b}, t) \quad (3)$$

其中 $X_m(\mathbf{b}, t)$ 为场域随机过程

$$X_m(\mathbf{b}, t) = \int_{\Omega_t} Y(\mathbf{b}, \mathbf{x}, t) G_m(\mathbf{x}) \theta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (4)$$

此处 $\theta(\mathbf{x})$ 为关于 ξ 的概率密度函数, Ω_t 为关于实域矢量 \mathbf{x} 的积分域.

按一定次序进行上述正交分解就引出了复合测度空间的次序正交分解概念. 此时关于 $Y(\mathbf{b}, \zeta, t)$ 的一般分解可表示为

$$Y(\mathbf{b}, \zeta, t) = \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} H_L(\mathbf{b}) G_m(\zeta) X_{Lm}(t) \quad (5)$$

式中 $X_{lm}(t)$ 成为确定性时间过程

$$X_{lm}(t) = \int_{\Omega_b} \int_{\Omega_t} Y(\mathbf{u}, \mathbf{x}, t) H_l(\mathbf{u}) G_m(\mathbf{x}) \omega(\mathbf{u}) \theta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} d\mathbf{u} \quad (6)$$

上述次序正交分解理论提供了求解复合随机振动问题的各种可能性. 例如, 对于随机系统反应的预测, 既可以通过场域分解方式获得, 也在原则上可以通过时域分解获得. 并且, 如果需要, 复合随机振动解答也可借助全过程次序正交分解的方式求得. 作为例子, 本文具体讨论场域子空间正交分解方法, 并选取正交多项式作为 \mathcal{H}_b 的基函数集合. 且定义

$$H_l(b) = \prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \quad (7)$$

式中 $H_{l_s}(b_s)$ 为关于变量 b_s 的 l_s 阶正交多项式. 正交多项式类型的选择可以根据随机变量的概率分布类型确定. 例如, 对于标准正态分布可取加权 Hermit 多项式, 对于均匀分布, 则可取 Legendre 多项式.

$H_l(b)$ 满足如下正交特性

$$E \left[\prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \prod_{s=1}^R H_{k_s}(b_s) \right] = \begin{cases} 1 & \text{当 } l_s \equiv k_s \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

2 扩阶系统方程

一般多自由度随机结构系统在随机激励条件下的动力方程为

$$M\ddot{\mathbf{Y}} + C\dot{\mathbf{Y}} + K\mathbf{Y} = \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

式中, M, C, K 分别为随机质量、随机阻尼和随机刚度矩阵, $\mathbf{Y}, \dot{\mathbf{Y}}, \ddot{\mathbf{Y}}$ 分别为系统位移、速度与加速度反应矢量; $\mathbf{F}(t)$ 为随机外荷载矢量; 应用调制随机过程的概念, 可将 $\mathbf{F}(t)$ 表示为

$$\mathbf{F}(t) = \sum_{i=1}^{N_t} g_i(t) \Gamma_i(t) \mathbf{Z}(t) \quad (10)$$

此处 $\mathbf{Z}(t)$ 为平稳过程矢量; N_t 为分段函数段数; $g_i(t)$ 为确定性函数; $\Gamma_i(t)$ 为一分段函数.

应用随机场转换或随机变量变换技术, 可以将系统随机质量、随机阻尼与随机刚度写为^[9]

$$M = M_0 + \sum_{s=1}^{N_m} M_s b_s \quad (11)$$

$$C = C_0 + \sum_{s=1}^{N_c} C_s b_s \quad (12)$$

$$K = K_0 + \sum_{s=1}^{N_k} K_s b_s \quad (13)$$

式中 M_0, C_0, K_0 分别为均值质量、均值阻尼、均值刚度矩阵; M_s, C_s 和 K_s 分别为质量、阻尼、刚度的名义方差矩阵; N_m, N_c 和 N_k 为相应于每类参数的独立随机变量数目.

根据上节所述的场域正交分解思想, 随机结构系统 (9) 的反应可由下述级数逼近

$$Y(\mathbf{b}, t) = \sum_{\substack{0 \leq l_s \leq N_s \\ 1 \leq s \leq R}} X_{l_1 l_2 \dots l_R}(t) \prod_{s=1}^R H_{l_s}(b_s) \quad (14)$$

式中, N_s 为关于变量 b_s 的正交多项式展开项数; $X_{l_1 l_2 \dots l_R}$ 为相应于 (1) 式中 $X_l(\varepsilon, t)$ 的时域随机过程.

将式 (14) 代入 (9), 然后将所得方程两边同乘以 $\prod_{s=1}^R H_{k_s}(b_s)$ 并关于随机矢量 \mathbf{b} 取数学期望, 应用基函数系的正交性质 (8), 经过一系列的推演, 可以导出如下方程

$$A_m \ddot{X}_l + A_c \dot{X}_l + A_k X_l = F_l(t) \quad (15)$$

其分量表达式为

$$\sum_{p=1}^{MN} [(a_m)_{lp} \ddot{X}_p(t) + (a_c)_{lp} \dot{X}_p(t) + (a_k)_{lp} X_p(t)] = f_l(t) \quad (16)$$

式中诸符号分别有如下表示 (忽略 m, c, k 脚标)

$$MN = \prod_{s=1}^R (N_s + 1) \quad (17)$$

$$\mathbf{a}_{lp} = A_0 \delta_{l,p} + \sum_{s=1}^R A_s (\gamma_{k_s-1} \delta_{l-\zeta_s,p} + \beta_{k_s} \delta_{l,p} + \alpha_{k_s+1} \delta_{l+\zeta_s,p}) \quad (0 \leq k_s \leq N_s) \quad (18)$$

$$l = 1 + \sum_{s=1}^R k_s \prod_{j=s+1}^R (N_j + 1) \quad (19)$$

$$\zeta_s = \begin{cases} 1 & s = R \\ \prod_{j=1}^{R-s} (N_{R-j} + 1) & s < R \end{cases} \quad (20)$$

$$f_l = f_{k_1 k_2 \dots k_R} = F(t) \prod_{s=1}^R \delta_{0 k_s} \quad (21)$$

式 (18) 中的 α , β 和 γ 为如下正交多项式递推公式的系数, 其值可据具体正交多项式类型确定.

$$b_s H_{l_s}(b_s) = \alpha_{l_s} H_{l_s-1}(b_s) + \beta_{l_s} H_{l_s}(b_s) + \gamma_{l_s} H_{l_s+1}(b_s) \quad (22)$$

此外, 关于 A_0 和 A_s 的定义分别为

$$A_{m0} = M_0, \quad A_{c0} = C_0, \quad A_{k0} = K_0 \quad (23)$$

$$A_{ms} = \begin{cases} M_j & s \leq N_m \quad j = s \\ 0 & s > N_m \end{cases} \quad (24)$$

$$A_{cs} = \begin{cases} 0 & s \leq N_m \\ C_j & N_m < s \leq N_m + N_c \quad j = s - N_m \\ 0 & s > N_m + N_c \end{cases} \quad (25)$$

$$A_{ks} = \begin{cases} 0 & s \leq N_m + N_c \\ K_j & s > N_m + N_c \quad j = s - (N_m + N_c) \end{cases} \quad (26)$$

我们注意到, 方程 (15) 在形式上类似于方程 (9), 但方程 (15) 已转化为一个具有随机激励的确定性系统. 与此同时, 与原随机系统相比, 新的确定性系统的动力自由度增加了. 我们称方程 (15) 表示的动力系统为原随机结构系统的扩阶系统, 并称利用扩阶系统动力方程求解随机结构系统反应的方法为扩阶系统方法.

3 扩阶系统的解答

原则上, 扩阶系统 (15) 可以利用任何一种传统的随机振动分析方法获得解答. 作为应用例子, 本文采用模态分析方法给出扩阶系统的解答.

应用模态变换技术, 可将 (15) 转化为下述解耦方程

$$\tilde{m}_j \ddot{u}_j + C_j \dot{u}_j + k_j u_j = \tilde{f}_j, \quad j = 1, 2, \dots \quad (27)$$

式中

$$\tilde{m}_j = \phi_j^T A_m \phi_j, \quad c_j = \phi_j^T A_c \phi_j \quad (27a, b)$$

$$\tilde{k}_j = \phi_j^T A_k \phi_j, \quad \tilde{f}_j = \phi_j^T F_l \quad (27c, d)$$

引入

$$\omega_j^2 = \frac{\tilde{k}_j}{\tilde{m}_j}, \quad \zeta_j = \frac{\tilde{c}_j}{2\tilde{m}_j\omega_j}, \quad \gamma_{jp} = \frac{\phi_j^T I_p}{\tilde{m}_j} \quad (28a, b, c)$$

则式 (27) 将转化为

$$\ddot{u}_j + 2\zeta_j\omega_j\dot{u}_j + \omega_j^2 u_j = \sum_{p=1}^{N_p} \gamma_{jp} f_p(t) \quad (29)$$

其中 γ_{jp} 为模态参与参数, N_p 为非零扩阶荷载的个数.

根据动力分析理论, 式 (29) 的形式解为

$$u_j = \sum_{p=1}^{N_p} \int_0^t h_j(\tau) \gamma_{jp} f(t-\tau) d\tau \quad (30)$$

其中 $h_j(\tau)$ 为时域传递函数.

根据模态叠加原理, 扩阶系统的位移反应可表示为 (采用分量表达并考虑 N_e 个模态叠加)

$$x_i = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_e} \gamma_{jp} \phi_{ij} \int_0^t h_j(\tau) f_p(t-\tau) d\tau \quad (31)$$

设

$$f_p = \psi_p(t) Z_p(t) \quad (32)$$

式中 $Z_p(t)$ 为零均值平稳随机过程; $\psi(t)$ 为确定性函数.

系统的谱密度反应函数为

$$S_{x_i}(\omega, t) = \sum_{l=1}^{N_p} \sum_{m=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} \gamma_{jl} \gamma_{km} \phi_{ij} \phi_{ik} H_{jl}^*(\omega, t) H_{km}(\omega, t) S_{z_l z_m}(\omega) \quad (33)$$

式中 $S_{z_l z_m}(\omega)$ 为输入 z_l 与 z_m 的互谱密度函数, 广义频谱传递函数为

$$H_{km}(\omega, t) = \int_0^t h_k(\tau) \psi_m(t-\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (34)$$

$H_{jl}^*(\omega, t)$ 表示 $H_{jl}(\omega, t)$ 的复共轭函数.

若原输入过程彼此统计独立, 式 (33) 简化为

$$S_{x_i}(\omega, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} \gamma_{jp} \gamma_{kp} \phi_{ij} \phi_{ik} H_{jp}^*(\omega, t) H_{kp}(\omega, t) S_{z_p z_p}(\omega) \quad (35)$$

相应于式 (35) 的反应相关函数为

$$R_{x_i}(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} \gamma_{jp} \gamma_{kp} \phi_{ij} \phi_{ik} \int_{-\infty}^{\infty} H_{jp}^*(\omega, t) \cdot H_{kp}(\omega, t_z) S_{z_p z_p}(\omega) e^{i\omega(t_1-t_1)} d\omega \quad (36)$$

相应的方差反应函数为

$$\sigma_{x_i}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} \gamma_{jp} \gamma_{kp} \phi_{ij} \phi_{ik} \int_{-\infty}^{\infty} H_{jp}^*(\omega, t) H_{kp}(\omega, t) S_{z_p z_p}(\omega) d\omega \quad (37)$$

4 随机结构系统反应

一旦获得扩阶系统反应解, 原随机结构系统反应的解答即可容易地利用基函数

的正交性质求出. 例如, 原系统反应的谱密度函数为

$$S_y(\mathbf{b}, \omega, t) = \sum_{\substack{0 \leq i_s \leq N_s \\ 1 \leq s \leq R}} S_{x_{i_1 i_2 \dots i_R}}(\omega, t) \quad (38)$$

反应相关函数为

$$R_y(\mathbf{b}, t_1, t_2) = \sum_{\substack{0 \leq i_s \leq N_s \\ 1 \leq s \leq R}} R_{x_{i_1 i_2 \dots i_R}}(t_1, t_2) \quad (39)$$

方差反应函数为

$$\sigma_y^2(\mathbf{b}, t) = \sum_{\substack{0 \leq i_s \leq N_s \\ 1 \leq s \leq R}} \sigma_{x_{i_1 i_2 \dots i_R}}^2(t) \quad (40)$$

类似地, 输出之间的互谱密度函数、互相关函数、互协方差函数亦可容易地写出, 限于篇幅, 此处从略.

5 算例

算例 1 承受白噪声激励的单自由度随机系统. 系统参数为

$$m_0 = 1, \quad k_0 = 39.48, \quad \varepsilon_0 = 0.05, \quad \sigma_k = 3.95, \quad S_f(\omega) = 100$$

显然, 对应于式 (9) 的随机系统运动方程为

$$\ddot{Y} + 0.63\dot{Y} + (39.48 + 3.95b)Y = f(t) \quad (41)$$

这里, $f(t)$ 为白噪声激励过程; b 为服从 $N(0, 1)$ 分布的标准正态随机变量.

在扩阶系统分析中, 分别选取 1 阶、3 阶、5 阶 Hermit 正交多项式展开 $Y(t)$, 限于篇幅, 这里仅给出 3 阶展开时的扩阶系统方程. 根据式 (16)–(21) 可知有

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.63 & & & \\ & 0.63 & & \\ & & 0.63 & \\ & & & 0.63 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 39.48 & 3.95 & & \\ 3.95 & 39.48 & \sqrt{2} \cdot 3.95 & \\ & \sqrt{2} \cdot 3.95 & 39.48 & \sqrt{3} \cdot 3.95 \\ & & \sqrt{3} \cdot 3.95 & 39.48 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (42)$$

按照普通随机振动问题求解上述扩阶系统方程, 可求得关于 x 的解答, 进而, 利用式 (38)–(40), 不难获得原问题 (42) 的解答.

作为对比, 采用 Monte-Carlo 随机模拟方法给出原系统 (41) 真实解的估计值. 对于每一随机样本结构, 采用普通随机振动分析方法求解.

图 1 示出了按式 (38) 计算的随机系统反应的谱密度解答与随机模拟结果比较。可见 3 阶展开已具有较好的计算精度。在图 2 中，则显示了在随机激励条件下随机结构体系与确定性结构体系之间的反应差异。该图表明：与确定性系统的谱密度函数比较，随机结构系统的谱密度函数具有峰值降低、谱形变宽的特点。

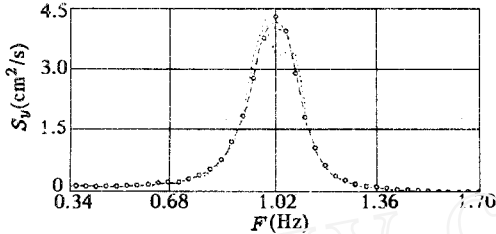


图 1

○ 1000 次模拟, 1 阶展开,
 - - - - 3 阶展开, - · - · - 5 阶展开
 Fig.1
 ○ 1000 times simulation,
 one order expanded approach,
 - - - - 3 orders expanded approach,
 - · - · - 5 orders expanded approach

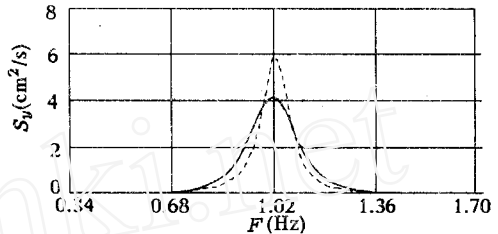


图 2

—— 随机系统, - - - 确定性系统
 Fig.2
 —— stochastic system,
 - - - deterministic system

算例 2 考虑一剪切型 3 自由度随机结构系统，承受平稳的地面随机激励，系统参数分别为

$$m_{10} = m_{20} = m_{30} = 1, \quad k_{10} = k_{20} = k_{30} = 39.48,$$

$$\zeta_0 = 0.05, \quad \sigma_{k_1} = \sigma_{k_2} = \sigma_{k_3} = 3.95, \quad S_z(\omega) = 100$$

随机刚度参数的概率分布取为正态分布。

与随机模拟结果比较，发现一阶展开已可以足够精确地预测反应谱密度 (图 3)。

算例 3 本例考虑非平稳地面激励的情形。结构参数取与例 1 同。输入的调制函数取为

$$g_i(t) = \begin{cases} 0.5t, & t \leq 2s \\ 1, & 2s \leq t \leq 7.5s \\ e^{-0.8(t-0.75)}, & t > 7.5s \end{cases} \quad (43)$$

平稳过程的谱密度函数取作 Kanai-Tajimi 谱，即

$$S_z(\omega) = \frac{1 + 4\beta_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\beta_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} S_0 \quad (44)$$

且在本例中 $\beta_0 = 0.64$, $\omega_0 = 15.56$, $S_0 = 0.011$ 。

图 4 给出利用扩阶系统方法与利用随机模拟方法计算的均方差反应的比较。可见，扩阶系统方法可以良好地预测随机结构系统的复合随机振动反应。

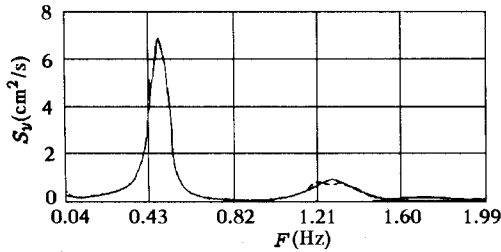


图 3

— 1000 次模拟, - - - 1 阶展开
Fig.3
— 1000 times simulation,
- - - one order expanded approach

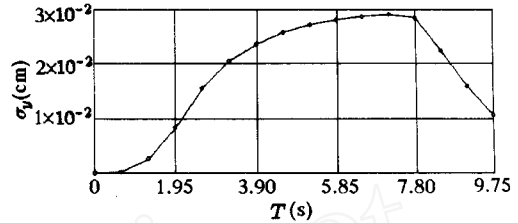


图 4

○ 1000 次模拟, - - - 3 阶展开
Fig.4
○ 1000 times simulation,
- - - 3 orders expanded approach

6 结 论

本文首次提出了关于复合测度空间的正交分解思想. 基于这一思想, 存在着多种进行复合随机振动分析的途径. 特别地, 本文建议了基于场域子空间正交分解的扩阶系统方法. 对于同时具有随机质量、随机阻尼、随机刚度的复合随机振动问题, 本文给出了扩阶系统动力控制方程. 这一方程可以采用各类普通随机振动的分析方法求解. 作为应用例子, 文中进一步给出了应用模态分析方法求解的过程. 通过数值算例及与随机模拟值相对比, 证明了本文建议方法的有效性. 事实上, 建立解耦扩阶系统, 从而借助确定性结构动力分析手段进行复合随机振动分析亦是可行的. 有关工作将在相关文章中进一步介绍.

致谢 感谢英国 Sussex 大学工程学院和 J.B. Roberts 教授在本文研究中所提供的帮助.

参 考 文 献

- 1 Lin YK et al. Methods of stochastic structural dynamics. *Structural Safety*, 1986(3): 167~194
- 2 Roberts JB, Spanos PD. *Random Vibration and Statistical Linearization*. Wiley Press, 1990
- 3 朱位秋. 随机振动. 北京: 科学出版社, 1992
- 4 Kleiber M, Hien TD. *The Stochastic Finite Element Method: Basic Perturbation Technique and Computer Implementation*. Wiley Press, 1992
- 5 李杰. 结构动力分析的若干发展趋势. *世界地震工程*, 1993(2): 1~12
- 6 Benaroye H, Rehak M. Finite element method in probabilistic structural analysis: A selective review. *Applied Mechanics Review*, 1988, 4: 201~213
- 7 Lee XX. Double random vibration of non-linear systems. *Proceeding of International Conference on Computational Stochastic Mechanics*, Corfu, Greece, 1991
- 8 Jensen H, Iwan WD. Response of systems with uncertain parameters to stochastic excitation. *Journal of Engineering Mechanics*, 1992, 118: 1012~1025
- 9 Li Jie. A note on stochastic structural system modelling. Research Report No.93.1 University of Sussex, 1993
- 10 李杰, 李国强. 地震工程学导论. 北京: 地震出版社, 1992

THE EXPANDED ORDER SYSTEM METHOD OF COMBINED RANDOM VIBRATION ANALYSIS

Li Jie

(Dept. of Civil Engineering, Zhengzhou Institute of Technology, Zhengzhou 450002, China)

Abstract A new approach is developed for combined vibration analysis of stochastic structural system with random excitations. It is based on the idea of subspace orthogonal decomposition of response of stochastic structural system. By applying orthogonal expand approach about field domain random variables in random space, a set of expanded system equations about original structural system is presented. This then supplies the possibility of solving the dynamic equations using various traditional random vibration methods. In particular, this paper gives the procedure of using model analysis method. The validity of the proposed method is demonstrated by comparing with the results of random simulation method.

Key words orthogonal decomposition, random vibration, expanded order system method