

# 超塑性材料约束胀形中的空洞 损伤与变形局部化<sup>1)</sup>

胡 平 李运兴 陈塑寰

(吉林工业大学工程力学系, 长春 130025)

**摘要** 将含有二阶段空洞长大模型的本构关系引入大变形刚黏塑性有限元中, 研究了空洞敏感材料向锥台形凹模内超塑约束胀形时空洞化损伤与变形局部化行为。详细阐述静水背压  $P_h$ 、初始空洞长大速率  $\beta_0$  以及模具几何形状(锥角  $\theta$ , 模腔高度  $H_p$ )对局部化以及空洞断裂行为的影响。给出实现完全贴模条件下  $P_h-\theta$ ,  $P_h-\beta_0$ ,  $H_p-\theta$  以及  $P_h-H_p$  间临界关系。

**关键词** 超塑性材料, 约束胀形, 空洞, 变形局部化, 刚黏塑性有限元

## 引 言

超塑材料具有更大的延伸率, 它可一次成形出构形极其复杂的结构零件和图像清晰的工艺品, 且模具加工费用和生产成本低。因此, 近年来对超塑材料的开发和利用已引起世界各国的关注。

超塑特性主要表现在当材料变形失稳之后, 流动局部化过程与普通韧性材料有很大区别。与  $m$  值直接相关的所谓“强化 - 松弛”过程引起局部化变形的传播, 高的延伸率恰是在这一阶段获得。因此, 人们对超塑材料变形局部化的研究重点也主要集中在失稳 - 断裂阶段。

对于超塑约束胀形过程已有实验研究<sup>[1,2]</sup>。然而对于该过程的有限元数值研究, 尤其对空洞敏感材料超塑约束胀形过程变形局部化与损伤机制研究更少见<sup>[12]</sup>。本文将二阶段空洞长大模型<sup>[5]</sup>、含变形损伤的本构关系<sup>[6]</sup>引入到大变形刚塑性有限元中, 研究了空洞敏感材料向锥台形凹模内约束胀形中空洞化损伤与应变局部化特性。重点研究了材料参数、模具几何参数对胀形件厚度不均匀性, 以及材料向凹模角部充填性的影响。

## 1 空洞长大模型与本构关系

对于无硬化各向同性材料, Rice-Tracey 提出空洞长大模型<sup>[8]</sup>。为了与后面相区别, 这里把它称为一阶段空洞长大模型。该模型假定当前材料内的空洞体积分数(即损伤变量)表示为

$$C_V = C_{V0} \exp(\beta \bar{\varepsilon}) \quad (1)$$

<sup>1)</sup> 国家自然科学基金资助项目; 中国科学院力学研究所 LNM 开放实验室资助项目。

1993-11-24 收到第一稿, 1994-04-26 收到修改稿。

其中

$$\beta = \beta_0 F(\sigma) \quad (2)$$

$$F(\sigma) = 0.558 \operatorname{sh}(3\sigma_m/2\bar{\sigma}) + 0.008\nu \operatorname{ch}(3\sigma_m/2\bar{\sigma}) \quad (3)$$

若考虑静水背压  $P_h$  对空洞长大影响后, 则式(3)中的  $3\sigma_m/2\bar{\sigma}$  还可写成如下形式<sup>[9]</sup>

$$\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1+\rho}{\sqrt{\rho^2+\rho+1}} - \frac{3}{2} \frac{P_h}{\bar{\sigma}} \quad (4)$$

在上式中,  $C_{V0}$  为初始空洞体积分数;  $\beta_0$  为初始空洞长大速率参数;  $\rho (= \varepsilon_2/\varepsilon_1)$  为应变路径.

实验研究结果发现: 只有当应变较小时, 空洞长大规律才吻合于式(1)预示结果<sup>[10]</sup>. 在大应变状态下, 由于空洞间交互作用和连接效应反而产生空洞生长速率减慢现象<sup>[10,11]</sup>. 因此, 文献[5]对 Rice-Tracey 模型进行改进, 提出二阶段空洞长大模型. 该模型假定: 在某个临界应变  $\varepsilon_c$  前, 式(1)仍成立; 但当  $\varepsilon > \varepsilon_c$  后, 式(1)的空洞长大速率  $\beta$  按如下指数形式衰减

$$\beta' = \beta \cdot \exp[-A(C_V)^K](C_V)^K \quad (5)$$

式中,  $A$  和  $K$  为与具体的超塑材料有关的待定系数. 将式(6)代入式(1), 可以得出如下改进的第二阶段空洞长大模型

$$C_V = \left\{ \frac{1}{A} \ln [AK\beta(\varepsilon - \varepsilon_c) + \exp(A C_{Vc}^K)] \right\}^{1/K} \quad (6)$$

式中  $C_{Vc}$  为与  $\varepsilon_c$  相对应的空洞体积分数.

将  $C_V$  与  $\beta$  以及材料的应变硬化指数相联系得出如下关系式<sup>[6]</sup>

$$\tilde{n} = n \frac{1 - C_V}{1 + C_V(\beta - 1)} \quad (7)$$

这样, 含空洞损伤的本构关系写成

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 (\bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon})^{\tilde{n}} \dot{\varepsilon}^m \quad (8)$$

式中  $\sigma_0$ ,  $\bar{\varepsilon}_0$  为材料常数;  $\dot{\varepsilon}$  为对数等效应变速率;  $m$ ,  $n$  为普通的速率敏感指数和硬化指数;  $\tilde{n}$  称为等效硬化指数.

## 2 界面摩擦泛函与摩擦单元矩阵

在有凹模的超塑约束胀形过程中, 由于模具与工件间界面摩擦的存在, 贴模节点的边界条件发生改变. 必须将接触表面所产生的摩擦功作为对无摩擦能量泛函的一种修正, 以摩擦泛函的形式表现界面摩擦效应, 进而反映在非保守能量场下平衡方式.

摩擦泛函的一般形式为

$$\psi_c = \int_{S_r} \left[ \int^{\|\dot{u}_r\|} \mathbf{F}_r^T \cdot d\dot{u}_r \right] ds \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{F}_r$  为界面摩擦应力向量;  $\dot{\mathbf{u}}_r$  为工件相对于模壁的滑动速度向量。在金属成形中经常采用“库仑”与“常量”两种摩擦规律。但前者使有限元单元刚度矩阵过于复杂且导致总体刚度阵不对称, 使求解规模大大降低<sup>[14]</sup>。本文采用后一种摩擦规律。摩擦应力  $\mathbf{F}_r$  写成如下形式<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{F}_r = -A_m \tau_c \left[ \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\|\dot{\mathbf{u}}_r\|}{a_0} \right) \right] \frac{\dot{\mathbf{u}}_r}{\|\dot{\mathbf{u}}_r\|} \quad (10)$$

式中,  $A_m$  称为摩擦因子, 它与普通摩擦系数  $\mu$  间关系为  $A_m = \sqrt{3}\mu$ ,  $\tau_c$  则为当前应力状态下的局部剪切流动应力。 $a_0 = 10^{-4} \sim 10^{-6}$  为一小量。

考虑到超塑约束胀形有限元分析中, 弯曲效应可以忽略<sup>[12,13]</sup>, 为提高计算效率, 本文仍采用文献[4]的锥膜单元列式。于是, 二节点轴对称截锥线单元在沿子午面的等参坐标  $\xi$  下的摩擦泛函为

$$\begin{aligned} \psi_c &= -2\sqrt{3} \frac{1}{\pi} \mu \cdot \tau_c \int_{S_r} \left[ \int_0^{\Delta u_r} \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_r}{a_0} \right) d(\Delta u_r) \right] ds \\ &= 2\sqrt{3} \mu \cdot \tau_c \int_{-1}^1 \left\{ \Delta u_r \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_r}{a_0} \right) - \frac{a_0}{2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\Delta u_r}{a_0} \right)^2 \right] \right\} l \cdot r(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (11)$$

设局部坐标与总体柱坐标间的转换矩阵为  $\lambda$ , 则

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \psi_c}{\partial \Delta \mathbf{q}} = \lambda^T \frac{\partial \psi_c}{\partial \Delta \mathbf{d}} = \mathbf{W} \\ \frac{\partial^2 \psi_c}{\partial \Delta \mathbf{q}^2} = \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \Delta \mathbf{q}} = \mathbf{C} \end{array} \right\} \quad (12)$$

$\Delta \mathbf{q}$  为总体坐标下的节点位移增量。 $\mathbf{W}, \mathbf{C}$  的详细推导过程可参考文献[9]。

采用逐级更新的 Lagrange 列式, 将式(8),(12)引入文献[4]的泛函中, 则得出含空洞软化及摩擦效应的有限元公式:

$$[\mathbf{K} - \mathbf{C}] d(\Delta \mathbf{q}) = \mathbf{R} + \mathbf{W} \quad (13)$$

### 3 超塑约束胀形中的空洞化损伤与应变局部化力学特性

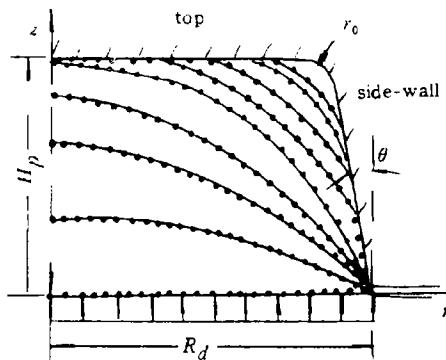


图 1 贴模几何  
Fig.1 Attaching geometry

图 1 示出凹模几何与胀形件贴模过程典型阶段的构形图。由于对称只画出一半。初始板料划分成 25 个节点、24 个单元。节点 1 在中心对称轴上, 其余节点依次排列。计算值皆取单元高斯点的平均值。加压方式为: 在自由胀形阶段按下述修正公式<sup>[3,9]</sup>

$$P^* = \frac{\xi 4 h_0 \omega \sigma_0}{R_d (1 + \omega^2)^2} \left[ \ln(1 + \omega^2) \right]^{\tilde{n}} \dot{\varepsilon}_0^m \quad (14)$$

式中,  $\omega = H/R_d$ ,  $H$  为当前时刻的极高,

$R_d$  为模口宽度,  $h_0$  为初始板厚, 而  $\xi$  为调节因子. 当工件贴模后, 则保持内压力和静水背压力差值不变. 取空洞断裂准则为<sup>[10]</sup>

$$C_V \geq C_{V\max} = 0.3 \quad (15)$$

### 3.1 与实验结果的比较

参照文献 [10,3], 计算模型为:  $\theta = 0$ ,  $h_0 = 1\text{mm}$ , 高宽比  $H_p/R_d = 0.62$ ,  $\sigma_0 = 15.2\text{MPa}$ ,  $\mu = 0.3$ ,  $\beta_0 = 4.5$ , 不施加静水背压, 只取一阶段空洞长大模型计算. 实验与计算结果示于图 2. 可以看出: 计算与实验结果非常接近. 在模角附近存在偏差, 是由于变形后期一阶段空洞模型的误差造成的.

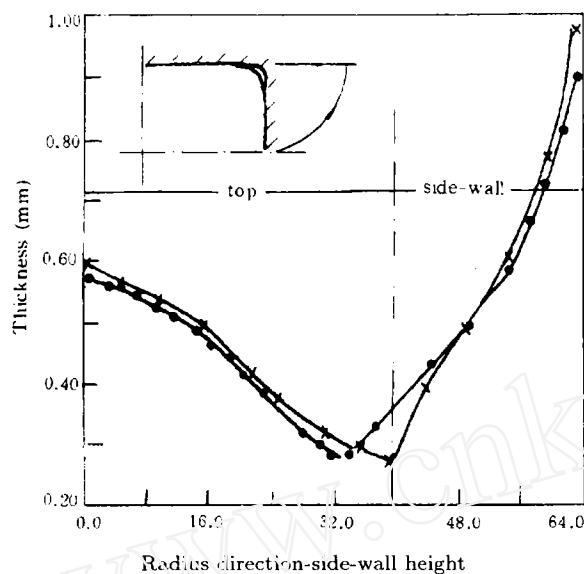


图 2 与实验结果的比较  
● 计算值, × 实验点

Fig.2 Comparison with experimental results  
● calculation results, × experimental points

### 3.2 锥台凹模几何的影响

依据文献 [5,11], 取  $\sigma_0 = 52.8\text{MPa}$ ,  $\beta_0 = 11.5$ ,  $m = 0.5$ ,  $\mu = 0.3$ ,  $\varepsilon_c = 0.6$ (相应的  $C_{Vc} = 0.063$ ),  $A = 7.0$ ,  $K = 0.52$  进行计算. 图 3 示出在保证全部贴模且刚好达到断裂准则前提下, 对于三种不同的侧壁斜度  $\theta = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ , 模顶高度与所需静水压力的关系曲线. 可以看出: 对于固定的  $\theta$ , 当  $H_p$  较小时,  $P_h$  与  $H_p$  之间接近于线性关系; 当  $\theta$  较大时, 顺利贴模所需  $P_h$  减小.

实现完全贴模条件下  $P_h$  与  $\theta$  的关系示于图 4. 该图说明: 随着  $\theta$  增大, 保证全部贴模所需背压减小, 可分成三个区域: 在  $0^\circ \leq \theta \leq 14.5^\circ$  和  $26^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$  区域,  $P_h$  相对于  $\theta$  呈线性下降趋势; 而在  $14.5^\circ \leq \theta \leq 24^\circ$  范围内,  $P_h$  值基本保持不变.

### 3.3 $\beta_0$ 与等效 $\bar{n}$ 的影响

图 5 示出完全贴模条件下, 对应两种凹模斜度的  $\beta_0-P_h$  关系曲线. 可以看出: 斜度愈小, 实现完全贴模愈困难. 在同一  $\beta_0$  值下, 应施加更大的静水压力. 当  $P_h$  达

到一定值后，可有效地抑制甚至完全消除空洞长大。

图6示出在给定参数下实现完全贴模时等效 $\bar{n}$ 的分布曲线。可以看出：在靠近模角部位 $\bar{n}$ 值最小。这是因为该部位损伤严重，应变软化愈明显，变形抗力愈低。计算结果与损伤的物理机制相一致。

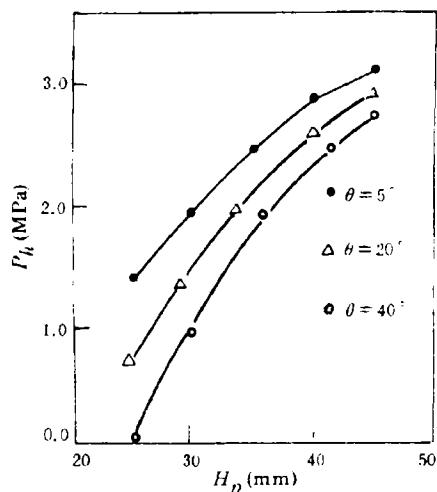


图3 不同锥度下实现全部贴模时  $H_p$  与  $P_h$  的关系  
Fig.3 The relationship between  $H_p$  and  $P_h$  with different side-wall angles on full die-attaching condition

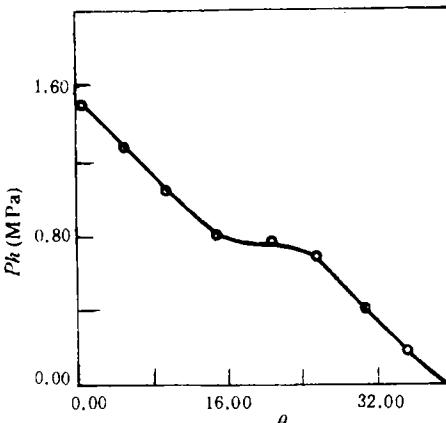


图4 实现完全贴模条件下  $P_h$  与  $\theta$  的关系  
Fig.4 The relationship between  $P_h$  and  $\theta$  on full die-attaching condition

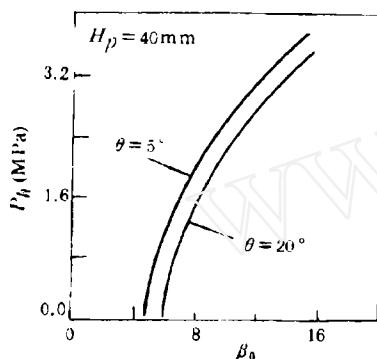


图5 实现完全贴模条件下， $\beta_0$  与  $P_h$  的关系  
Fig.5 The relationship between  $\beta_0$  and  $P_h$  on full die-attaching condition

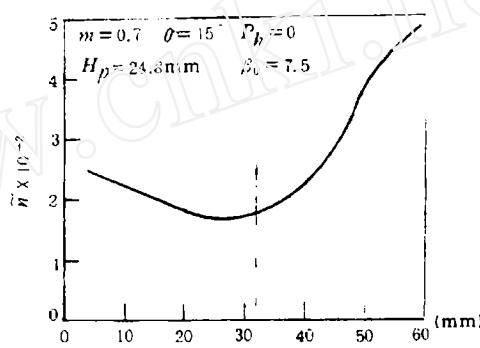


图6 空洞长大诱发的应变软化效应  
Fig.6 Strain soft effect induced by cavity growth

#### 4 结 论

本文应用二阶段空洞长大模型对变形局部化过程进行了数值研究，得出具体结论如下：

- 1) 提高静水背压可有效地抑制空洞扩展，改善厚度不均匀性，增强材料向模角的充填性。
- 2) 当凹模高宽比  $H_p/R_d$  达到一定值时，为保证成功贴模必须施加一定的静水背压力。
- 3) 增大侧壁斜度  $\theta$  可减小成功贴模所需最小静水背压力，改善厚度分布不均匀

性。

4)  $\beta_0$  对约束胀形过程有明显影响。在  $\beta_0$  一定时, 加大  $\theta$  或采用高  $m$  值材料都可减少成功贴模所需最小背压力。

## 参 考 文 献

- 1 Ghosh AK, Hamilton CH. Metall Trans, 1982, 13A: 733
- 2 深泽定克, 奈良崎道治. 塑性と加工, 1984, 339: 520
- 3 林兆荣. 金属超塑性成形原理及应用. 航空工业出版社, 1990
- 4 李运兴, 胡平, 连建设. 固体力学学报, 1993, 14(1): 25
- 5 Chen JW, Guo W, Hu P, Lian J. Proc The First ASIA-OCEANIA Int Sym Plasticity, Beijing, 1993
- 6 Lian J, Chen JW. Mater Sci Engng, 1991, A131: 9
- 7 Chen CC, Kobayashi S. ASME, AMD, 1978, 28: 163
- 8 Rice JR, Tracey DM. J Mech Phys Solids, 1969, 17: 201
- 9 胡平. 塑性与超塑性金属材料应变局部化力学行为的数值研究. 吉林工业大学博士论文, 1993
- 10 Caceres CH, Wilkinson DS. Acta Metall, 1984, 32: 423
- 11 郭威. LY12CZ 铝合金超塑变形力学行为. 吉林工业大学硕士论文, 1989
- 12 Agelet de Saraciber C, Oñate E. Proc The Fourth Int Conf Tech Plasticity, Ed Wang ZR and He YX, Beijing, 1993. 3: 1941
- 13 Bate PS, Price DC, Barrett DJ, Roberts S. J Mater Proc Tech, 1993, 38: 589
- 14 Germain Y, Chung K, Wagoner RH. Int J Mech Sci, 1989, 31(1): 1

## CAVITY DAMAGE AND DEFORMATION LOCALIZATION BEHAVIORS OF THE CONSTRAINED BULGIN OF SUPERPLASTIC METAL SHEETS

Hu Ping Li Yunxiang Chen Suhuan

(Dept. of Engineering Mechanics, Jilin University of Technology, Jilin 130025, China )

**Abstract** In this paper, the cavity damage and deformation localization behaviors of the constrained bulging of the cavity-sensitive superplastic metal sheets into cone-desk shape dies are numerically studied by using a large-strain rigid visco-plastic finite element method. Based on the simulation of practical alloy sheets, the influences of the superimposed pressure  $P_h$ , the initial cavity growth rate  $\beta_0$  and the geometrical shapes of the dies (the cone angle  $\theta$  and the die height  $H_p$ ) on the localization and cavity fracture behaviors are researched in detail. In addition, the critical relationships among  $P_h$  and  $\theta$ ,  $P_h$  and  $\beta_0$ ,  $H_p$  and  $\theta$ ,  $P_h$  and  $H_p$  have been obtained on the condition of full die-attaching.

**Key words** superplastic metal sheet, constrained bulging, cavity fracture, deformation localization, rigid visco-plastic FEM