

双边切口薄板小试件动态 弹塑性有限元分析¹⁾

饶世国 夏源明

(中国科学技术大学近代力学系, 合肥 230026)

摘要 对 [1] 中采用的双边切口薄板小试件进行了动态弹塑性有限元分析, 计算了动态 $\hat{J}(t)$ 积分, 研究论证了 \hat{J} 积分作为该试验系统试件裂端表征参量的可行性; 对深裂纹 Rice 公式计算动态 \hat{J} 积分的有效性进行了验证. 为文 [1] 提出的平面应力型动态弹塑性起裂韧度的表征与测试方法提供了进一步的论证.

关键词 动态断裂韧度, \hat{J} 积分, 有限元法, 薄板, 弹塑性

引 言

在文 [1] 中, 作者在自行研制的旋转盘式杆杆型冲击拉伸试验装置上成功地实现了双边切口薄板小试件的平面应力型弹塑性动态断裂试验 (如图 1). 在该试验系统, 通过强力胶使得试件与输入、输出杆联接, 并通过输入杆中的拉伸应力方波脉冲对试件加载. 按一维应力波理论, 并用超动态应变电测法间接得到试件两端 (即图 1 中的 1,2 端面) 的载荷及位移 (分别记为 P_1, P_2, u_1 和 u_2). 由于 l 很小, 因此两端载荷在起裂之前已达到平衡, 即 $P_1 = P_2$, 故提出了用试件两端平均载荷 ($\bar{P} = (P_1 + P_2)/2$) - 位移 ($\Delta = u_1 - u_2$) 曲线推广准静态的 Rice J 积分公式来表征和计算动态断裂韧度, 由此得到的 J 积分记为 J_{dc}^* . 文 [1] 已对这一方法从实验研究角度进行了初步论证. 本文将利用试验直接测得的 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 作为力边界条件, 对双边切口薄板小试件实施动态弹塑性有限元分析, 从而获得作为动态能量释放率的动态 \hat{J} 积分及由 \bar{P} 和 Δ (计算得到的位移) 曲线按推广的 Rice 公式计算的 J_{dc} , 并将

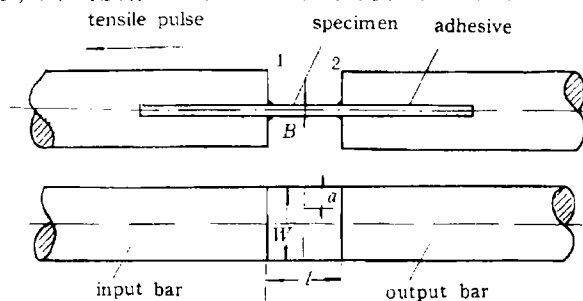


图 1 文 [1] 中试件形状及其联接方式

Fig.1 The shape and its connection mode of specimen used in Ref.[1]

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目.

1993-10-15 收到第一稿, 1994-03-18 收到修改稿.

\dot{J} , J_{dc} 和完全由实验得到的 J_{dc}^* 进行比较. 在此基础上对文 [1] 的表征与测试方法进行更深入地论证, 并研究用 J_{dc} (或 J_{dc}^*) 表征 \dot{J} 的精度.

1 平面应力状态下动态能量释放率

1.1 动态能量释放率的表达式

对平面应力状态稳定裂纹问题, 在裂纹面无载荷时, Kishimoto^[2] 动态 \dot{J} 积分为

$$\begin{aligned} \dot{J} = & \int_{\Gamma} \left(U - \sigma_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \sigma_{21} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) dx_2 + \int_{\Gamma} \left(-\sigma_{12} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - \sigma_{22} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) dx_1 \\ & + \int_{\Omega} \rho \left(\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ddot{u}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) d\Omega \end{aligned} \quad (1)$$

这里 x_1 为沿裂纹方向, x_2 为垂直于裂纹方向. 公式 (1) 的右边为路径无关积分, 对于非线性弹性或遵循形变理论的弹塑性材料, 在无体积力且裂纹面上无面力时, \dot{J} 积分即为动态能量释放率. 其中面积分项反映了惯性运动对能量释放率的贡献.

1.2 利用载荷 - 位移曲线计算 \dot{J} 积分

对于准静态拉伸的双边切口平板试件, 当裂纹足够深时, Rice^[3] 提出了用试件远场载荷 - 位移 (P - Δ) 曲线计算 J 积分的公式

$$J = J_e + \frac{2}{B(W-2a)} \left[\int_0^{\Delta} P d\Delta - \frac{1}{2} P \Delta \right] \quad (2)$$

其中 J_e 为弹性应变能释放率, Δ 为加载点位移, B 为试件厚度, W 为宽度, a 为裂纹长度. 对图 1 的试件, 当 $P_1(t) \neq P_2(t)$, 但相差较小时, 文献 [1] 对试件的功能转换关系进行了分析, 并根据 Rice 公式的物理意义提出了用 $\bar{P}(t) = \frac{P_1(t) + P_2(t)}{2}$ 来计算 $J_{dc}(t)$, 即在公式 (2) 中将 P 换成 $\bar{P}(t)$

$$J_{dc}(t) = J_e(t) + \frac{2}{B(W-2a)} \left[\int_0^t \bar{P}(t) \frac{d\Delta(t)}{dt} dt - \frac{1}{2} \bar{P}(t) \Delta(t) \right] \quad (3)$$

其中 $J_e(t) = \frac{K_1^2(t)}{E}$, $K_1(t) = \frac{k\bar{P}(t)}{BW} \sqrt{\pi a}$ (4)
 k 由 $\frac{a}{W}$ 值确定^[4].

事实上, 直接分析公式 (1) 即可看出用 $\bar{P}(t)$ 代替 $P(t)$ 的意义. 公式 (1) 中 \dot{J} 和准静态 J 的差别仅在于面积分项. 图 1 的试件在瞬态加载下, x_1 方向的位移关于 x_2 是反对称的, 即 x_1 方向的质心运动位移为零; 而 x_2 方向位移 u_2 可以分解为质心运动位移 u_2^1 和相对于质心运动的变形运动位移 u_2^2 , 即 $u_2 = u_2^1 + u_2^2$, 则有

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \rho \left(\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ddot{u}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) d\Omega \\ = & \int_{\Omega} \rho \left[\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + (\ddot{u}_2^1 + \ddot{u}_2^2) \left(\frac{\partial u_2^1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^2}{\partial x_1} \right) \right] d\Omega \\ = & \int_{\Omega} \rho \left[\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + (\ddot{u}_2^1 + \ddot{u}_2^2) \frac{\partial u_2^2}{\partial x_1} \right] d\Omega \end{aligned} \quad (5)$$

对于短试件, u_2^2 可近似看成关于 x_1 轴是反对称的. 故有

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u}_2^1 \frac{\partial u_2^2}{\partial x_1} d\Omega \doteq 0 \tag{6}$$

所以

$$\int_{\Omega} \rho \left(\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ddot{u}_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) d\Omega \doteq \int_{\Omega} \rho \left(\ddot{u}_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ddot{u}_2^2 \frac{\partial u_2^2}{\partial x_1} \right) d\Omega \tag{7}$$

这意味着, 质心运动可以近似地看成对能量释放率没有贡献, 仅变形惯性运动对能量释放率有贡献, \bar{P} - Δ 曲线下的面积近似等于动态变形能, 用 $\bar{P}(t)$ 计算 $J_{dc}(t)$ 的物理意义就在于从外力对试件所作的总功中剔除了与裂纹运动几乎无关的质心运动动能.

2 双边切口薄板小试件动态弹塑性有限元分析

对于图 1 中的双边切口薄板小试件, $W=14.0\text{mm}$, $L=14.34\text{mm}$, 厚度 $B=1.35\text{mm}$. 试件材料为 LY12cz 铝合金, 将其动态拉伸应力应变关系简化为等向强化的线性硬化模型

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon & \sigma &\leq \sigma_s \\ \sigma &= E_T\varepsilon + \sigma_s \left(1 - \frac{E_T}{E} \right) & \sigma &> \sigma_s \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

其中 E, E_T 分别为弹、塑性切线模量, σ_s 为屈服强度 $E=72.0\text{GPa}$, $E_T=1.0\text{GPa}$, $\sigma_s=0.385\text{GPa}$, $\rho=2.7\text{g/cm}^3$, $\nu=0.34$, 时间积分采用隐式 Newmark 积分, $\beta=0.25, \gamma=0.5$. 本文采用的 DYNFR 程序是在 Owen^[5] 动态弹性有限元分析程序基础上发展起来的, 采用八节点等参元, \hat{J} 积分回路选在单元的 Gauss 点上. 程序已通过考核, 限于篇幅, 本文不作详述.

2.1 回路 \hat{J} 积分计算

假设试件两端载荷一样 (即 $P_1(t) = P_2(t) = \bar{P}(t)$), 图 2 是试件四分之一有限元网格. 设试件初始裂纹长 4.5mm, 采用图 3 中五种不同载荷 (其中 4 号载荷是实测的,

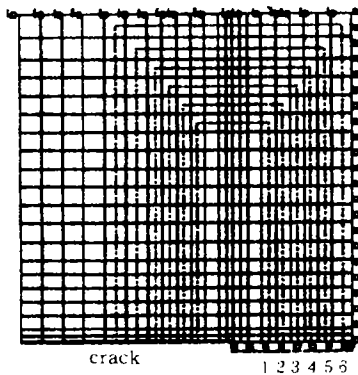


图 2 有限元网格
Fig.2 The FEM grid

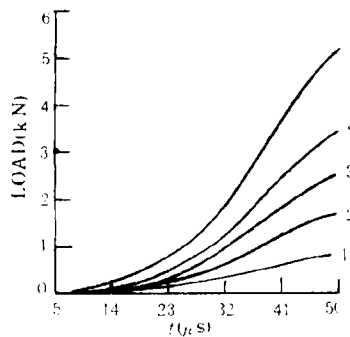


图 3 五种不同外载荷曲线
Fig.3 Five different external loading histories

其它四种是在 4 号载荷上乘以某一系数得到) 按六种不同回路计算了不同载荷下的 \dot{J} 积分. 当加载速率逐渐减小前 (试验表明对应从加载到裂纹起裂后几微秒时间内), 每种载荷不同回路的 $\dot{J}(t)$ 曲线几乎重合 (最大误差 3%); 此后出现了明显偏差, 并随时间增加偏差越来越大, 这说明此时公式 (1) 赖以成立的条件遭破坏, 公式本身已失去意义. 图 4 是 $\dot{J}-\delta$ 曲线, 其中 δ 是有限元计算得到的裂纹嘴张开位移, 图 4 表明五种载荷下 $\dot{J}-\delta$ 曲线几乎重合.

取初始裂纹长为 3.5mm、4.5mm 和 5.0mm 三种试件, 图 5 是相应的实测外载荷, 图 6 是计算得到的这三种试件的 \dot{J} 积分曲线. 根据图 6 的结果, 并按照文 [1] 中实验测得的起裂时间, 就得到了起裂时刻的 \dot{J} , 即 \dot{J}_{Id} , 见表 1. 从以上结果可看出, \dot{J} 积分在起裂后的几微秒之前具有很好的路径守恒性; 同一试件在不同的加载条件下 $\dot{J}-\delta$ 曲线是唯一的; 起裂时刻的 \dot{J} 积分 (\dot{J}_{Id}) 不随初始裂纹长度而改变 (差别不超过 3%), \dot{J}_{Id} 可以作为材料常数.

对线弹性材料的动态断裂问题, 在不同加载条件下, $K_I(t)$ 和裂纹嘴张开位移 $\delta(t)$ 存在唯一确定的线性关系, 对本文的双边切口薄板小试件, 在不同加载条件下,

表 1
Table 1

a(mm)	3.5	4.5	5.0
$\dot{J}_{Id}(N/m)$	7554	7810	7792

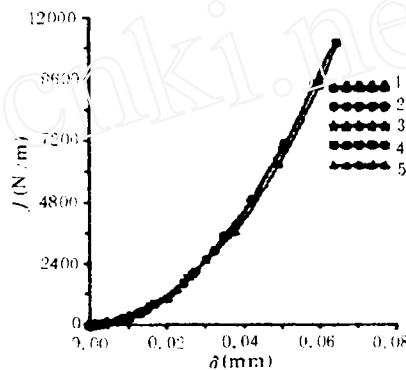


图 4 五种不同载荷下 $\dot{J}-\delta$ 曲线
Fig.4 $\dot{J}-\delta$ curves under different loading conditions

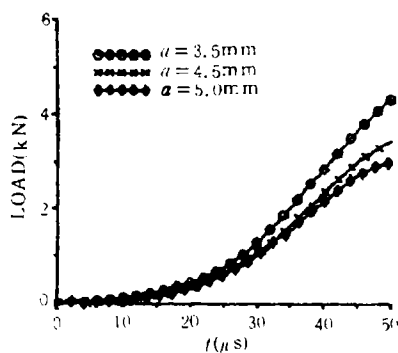


图 5 不同裂纹长度试件外载荷曲线
Fig.5 External loads of specimen with different crack lengths

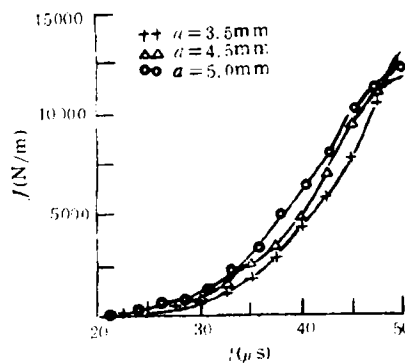


图 6 三种试件 \dot{J} 积分曲线
Fig.6 \dot{J} integrals histories of the three specimens

$\hat{J}(t) \delta(t)$ 也几乎具有唯一确定的线性关系, 这就说明, $\hat{J}-\delta$ 和 $K_I-\delta$ 都是试件本身所固有的一种特性, 也就意味着, $\hat{J}(t)$ 积分和 $K_I(t)$ 具有某种共同的性质, 即为裂端表征参量.

2.2 Rice 公式精度分析

在计算图 6 中的 \hat{J} 回路积分同时, 还按公式 (3) 由数值分析得到的位移 $\Delta(t)$ 和实测的外载荷计算了 J_{dc} 积分, 如图 7 所示. 为便于比较, 图 7 中还画有 \hat{J} 积分和 J_{dc}^* 积分曲线, 其中 J_{dc}^* 也是由公式 (3) 计算得到的, 但此时载荷与位移均为实验值. 从图 7 看出, 在 $a = 3.5\text{mm}$ 、 4.5mm 和 5.0mm 时, 从刚开始加载, J_{dc}^* 、 J_{dc} 和 \hat{J} 三者就几乎重合, 仅在起裂点 C 之后出现了明显的偏差, 这是因为 Rice 公式仅适用于裂纹稳定的情况, 也说明在裂纹长为 $3.5\text{mm} \sim 5.0\text{mm}$ 内, 利用公式 (3) 计算动态能量释放率具有较高的精度.

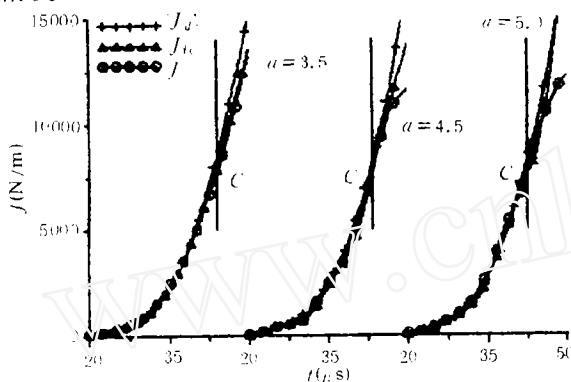


图 7 不同试件的 J_{dc}^* 、 J_{dc} 及 \hat{J} 积分曲线
Fig.7 J_{dc}^* 、 J_{dc} and \hat{J} integrals of different specimens

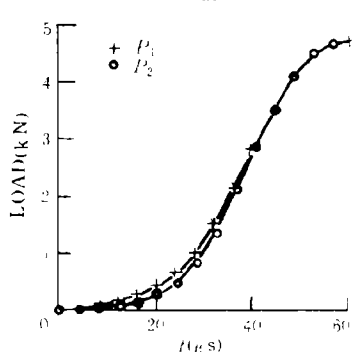


图 8 典型的 P_1, P_2 曲线
Fig.8 The typical P_1 and P_2 curves

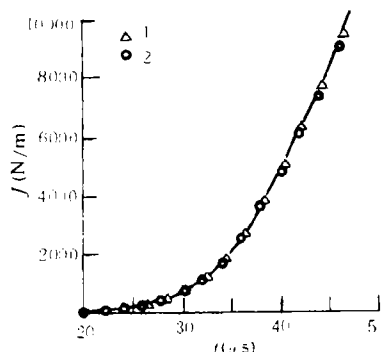


图 9 $\hat{J}_1(t)$ 和 $\hat{J}_2(t)$ 曲线
Fig.9 Curves of $\hat{J}_1(t)$ and $\hat{J}_2(t)$

对于真实的试验, 试件两端载荷虽然比较一致, 但由于波的传播作用, 因此难以完全相等, 尤其在刚开始加载时, 还存在较明显的差别, 图 8 是 $a = 3.5\text{mm}$ 时的一组实验载荷曲线. 本文按照图 8 的载荷 (即两端载荷分别为 P_1 和 P_2) 取试件二分之一进行有限元计算, 所得 \hat{J} 积分 (记为 $\hat{J}_2(t)$) 为图 9 中的曲线 2; 为便于比较, 设试件两端载荷相等为 $\bar{P} = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$ 取试件二分之一进行计算, 所得 \hat{J} 积分 (记为

$\hat{J}_1(t)$ 为图 9 中曲线 1. 有趣的是曲线 2 围绕曲线 1 有极小的振荡, 随着两端载荷达到平衡 (在起裂点之前), 振荡消失, 曲线 1 和 2 在起裂点附近的最大误差为 1.5%. 这就说明, 当试件两端载荷差别不大时, 动态能量释放率可以由 \bar{P} - Δ 曲线按公式 (3) 近似地计算.

3 结 论

本文对 [1] 中双边切口薄板小试件进行了动态弹塑性有限元分析, 计算了动态回路 $\hat{J}(t)$ 积分, 此数值 \hat{J} 积分具有很好的路径守恒性, 且同一试件在不同加载条件下 \hat{J} - δ 曲线几乎重合, 不同裂纹长度的试件起裂时刻 \hat{J} 积分可看成与初始裂纹长度无关. 这些均表明对于文 [1] 中的双边切口薄板小试件, \hat{J} 积分可以作为裂纹尖端表征参量.

本文以动态回路 \hat{J} 积分作为参照值, 将按 Rice 公式计算得到的 J_{dc} 积分 (此时试件两端相对位移为有限元计算结果) 进行了比较. 结果表明在 $a = 3.5\text{mm} \sim 5.0\text{mm}$ 时, 从加载开始到起裂后的几微秒内, \hat{J} 和 J_{dc} 符合得好. 这说明用 Rice 公式计算的 J_{dc} 来代替 \hat{J} 有较高的精度, 误差不超过 3%. 本文还将完全由实验值按 Rice 公式得到的 J_{dc}^* 与 \hat{J} 及 J_{dc} 进行了比较, 表明这三者也符合较好, 误差不超过 5%. 这进一步说明通过 Rice 公式获得 \hat{J} 是正确的, 而且还说明文 [1] 的测试是比较可靠的.

本文还按实测的试件两端载荷 $P_1(t)$ 和 $P_2(t)$ 作为边界条件计算了 $\hat{J}_2(t)$ 积分, 并按两端相等且为 $\bar{P}(t) = \frac{1}{2}[P_1(t) + P_2(t)]$ 作边界条件计算的 $\hat{J}_1(t)$ 积分进行了比较, 结果表明两者差别很小, 在起裂点附近几乎重合, 仅在加载初始段 $\hat{J}_2(t)$ 围绕 $\hat{J}_1(t)$ 有很小的振荡, 这说明了用 \bar{P} - Δ 曲线代入 Rice 公式计算 J_{dc} 是合理的, 在起裂点附近误差不超过 1.5%, 也说明了本文对 Kishimoto 公式中面积分一项物理意义的分析是正确的.

综上所述, 本文已对文 [1] 提出的平面应力型动态弹塑性起裂韧度的表征与测试方法提供了进一步的论证, 但未涉及到文 [1] 中所采用的确定起裂点的方法及其精度问题, 这个问题同样是弹塑性动态断裂力学中十分重要的难题, 将直接影响到起裂韧度的测量精度, 有待进一步的论证.

致谢 马钢同学在本文数值计算上做了大量的工作, 在此表示感谢.

参 考 文 献

- 1 Xia Yuanming, Rao Shiguo, Yang Baochang. A novel method for measuring plane stress dynamic fracture toughness. *Engineering Fracture Mechanics*, 1994, 48(1): 17-24
- 2 Kishimoto K, Aoki S, Sakata M. *Engineering Fracture Mechanics*, 1980, 13: 841-850
- 3 Rice JR, Paris PC, Merkle JG. ASTM STP 536. 1973, 231-245
- 4 应力强度因子手册. 航空工业出版社, 1980
- 5 Owen DRJ, Hinton E. *Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice*. Pineridge Press Limited, Swansea, UK, 1980

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF A DYNAMICALLY LOADED DOUBLE NOTCH THIN PLATE

Rao Shiguo Xia Yuanming

(Department of Modern Mechanics, University of Science and
Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract In this paper, dynamic elastic-plastic FEM analyses of a double notch thin plate subjected to the experimentally measured tensile pulse are presented. An invariant finite domain integral expression $\hat{J}(t)$ employed as dynamic energy release rate is calculated. The analysis demonstrate that $\hat{J}(t)$ integral can be regarded as the crack tip characterizing parameter for the double notch specimen used in Ref.1. We also calculate the value of the $J_{dc}(t)$ integral from the measured load-calculated displacement curve by using the extended deep crack formula, and then, we compare $J_{dc}(t)$ with $\hat{J}(t)$ and $J_{dc}^*(t)$. The results show that, within a certain crack length, the three J integrals coincide with each other, that means $\hat{J}(t)$ can be characterized by $J_{dc}(t)$ and $J_{dc}^*(t)$ fairly well. The present study has provided a further criterion for the method introduced in Ref.1 to characterize and measure the plane stress mode elastic-plastic dynamic initiation fracture toughness.

Key words dynamic fracture toughness, \hat{J} integral, finite element method, thin plate, elastic-plastic