

弹塑性有限变形的拟流动理论¹⁾

胡 平 连建设 李运兴
(吉林工业大学, 长春 130025)

提要 本文提出一种弹塑性有限变形的拟流动理论. 该理论从正交性法则出发, 通过引入“拟弹性模量”和模量衰减函数并改进应变率的弹塑性分解, 实现了由有限变形 Prandtl-Reuss 流动理论 (J2F) 向基于非正交法则的率形式形变理论 (J2D) 的合理的光滑过渡; 并适用于初始及后继各向异性变形分析. 在特殊条件下, 可退化为 J2F、J2D 理论以及由任意各向异性屈服函数描述的流动理论. 将该理论用于韧性金属平面应力 / 应变拉伸失稳与变形局部化的有限元模拟, 并与理论分析及实验结果相比较, 表明了本文理论的正确性.

关键词 拟流动理论, 拟弹性模量, 变形局部化

一、引 言

70 年代以来, 关于韧性金属材料弹塑性有限变形理论的研究有了很大进展^[1-5]. 尽管经典的 Prandtl-Reuss 理论^[6] 作为上述研究的基础在弹塑性连续介质有限变形分析中占有重要地位, 但近年来关于金属成形过程中失稳与应变局部化的研究表明: 在对剪切带形成与韧性断裂的预测上, 形变理论的计算结果反而比流动理论更符合实验. 因此, 人们得到启示: 在变形局部化问题或稳定问题中要得到与实验比较相符的结果, 必须采用不遵循正交法则的本构关系. 在这方面做出突出贡献的有 Budiansky^[7]、Stören 与 Rice^[8]、Needleman 与 Tvergaard^[5]、Hutchinson 与 Neale^[9,10] 以及 Gotch^[11] 等. 他们认为: 按经典的 J2F 理论推广到有角点的屈服面情况, 所得结果与 J2D 理论的率形式有相似之处. 而后者之所以能用更简单的方式模拟增量塑性特性, 正是由于它隐含了局部屈服轨迹的角点效应.

然而, J2D 理论的率形式推广却无法完全改变其理论上的不足^[12]. 另一方面, 一般很自然地认为: 在初始屈服乃至变形初期, 屈服面应是光滑的, 塑性流动应服从正交法则. 随着塑性变形的发展, 直至失稳与断裂, 屈服面逐步显现出尖点效应, 塑性变形率也相应地逐步显现出非正交特性. 但是, J2D 理论率形式的注意力集中于失稳前后, 其非正交性贯穿于整个变形过程. 对于任何非比例加载情形, 在变形初期, J2D 理论率形式的计算结果反而不如 J2F 更令人信服; 而且显然早期变形计算结果对失稳后的局部化分析是有影响的. 还应指出的是: J2D 理论率形式在变形

¹⁾ 国家青年自然科学基金资助项目.

本文于 1992 年 7 月 2 日收到第一稿, 1993 年 3 月 15 日收到修改稿.

初期难以保证材料的不可压缩特性(塑性变形主要由沿滑移面的滑动引起),且不能考虑材料的各向异性对变形过程的影响.

本文试图从经典正交法则的流动理论出发,通过引入“拟弹性模量”及模量衰减函数并改进应变率的弹塑性分解,并在体积形变定律约束下,修正弹塑性本构中的泊松系数,进而修正流动法则中的尺度因子;由此提出弹塑性有限变形的拟流动理论.该理论合理地描述了由流动理论向形变理论率形式的光滑过渡,并弥补了上述J2F和J2D理论各自的不足.

二、弹塑性有限变形的拟流动理论

1. 小变形基本理论与公式

文献[13]指出:对于一般等向强化材料,弹塑性介质的总应变增量 $d\epsilon_{ij}$ 可以分解为

$$d\epsilon_{ij} = d\tilde{\epsilon}_{ij}^e + d\tilde{\epsilon}_{ij}^p \quad (2.1.1)$$

式中, $d\tilde{\epsilon}_{ij}^e$ 为拟弹性应变增量, $d\tilde{\epsilon}_{ij}^p$ 为拟塑性应变增量.对于任意屈服函数 f , $d\tilde{\epsilon}_{ij}^p$ 服从如下拟流动准则

$$d\tilde{\epsilon}_{ij}^p = d\lambda_c (\partial f / \partial \sigma_{ij}) \quad (2.1.2)$$

式中, σ_{ij} 为Cauchy应力, $d\lambda_c$ 为待定非负尺度因子.

设在塑性加载条件下,材料的弹性模量 E 由如下拟弹性模量 E_c 来描述

$$E_c = E \cdot g(\bar{\epsilon}) \quad (2.1.3)$$

式中, $g(\bar{\epsilon})$ 为与当前变形等效应变 $\bar{\epsilon}$ 有关的模量衰减函数.

进一步引入材料的拟泊松系数 μ_c ,令其满足如下体积形变定律

$$\epsilon_{ii} = \frac{1-2\mu}{E} \sigma_{ii} = \frac{1-2\mu_c}{E_c} \sigma_{ii} \quad (2.1.4)$$

解出

$$\mu_c = \frac{1}{2} - g(\bar{\epsilon}) \left[\frac{1}{2} - \mu \right] \quad (2.1.5)$$

式中, μ 为材料的泊松比.对于理想塑性变形,应取 $\mu = 0.5$.考虑到材料塑性变形体积并非绝对不可压缩,不妨取 $\mu = 0.49$.

将(2.1.3)和(2.1.5)式引入弹性本构张量,有

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= \frac{E_c}{1+\mu_c} \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \frac{\mu_c}{1-2\mu_c} \delta_{ij}\delta_{kl} \right] d\tilde{\epsilon}_{kl}^e \\ &= \tilde{D}_{ijkl}^e d\tilde{\epsilon}_{kl}^e \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

相应地有

$$d\tilde{\sigma}_{ij}^p = \tilde{D}_{ijkl}^e d\tilde{\epsilon}_{kl}^p \quad (2.1.7)$$

$$d\tilde{\sigma}_{ij}^e = \tilde{D}_{ijkl}^e d\epsilon_{kl} \quad (2.1.8)$$

$$d\sigma_{ij} = d\tilde{\sigma}_{ij}^e - d\tilde{\sigma}_{ij}^p = \tilde{D}_{ijkl}^e d\epsilon_{kl} - d\lambda_c \tilde{D}_{ijkl}^e (\partial f / \partial \sigma_{kl}) \quad (2.1.9)$$

式中, $d\sigma_{ij}$ 为真实应力增量, $d\bar{\sigma}_{ij}^e$ 和 $d\bar{\sigma}_{ij}^p$ 分别为拟弹性应力增量和拟塑性应力增量.

定义 H'_c 为单向拉伸应力 - 拟塑性应变曲线的斜率, 即

$$H'_c = d\sigma/d\bar{\epsilon}^p \quad (2.1.10)$$

由 (2.1.1)、(2.1.3)、(2.1.6)–(2.1.10) 式, 可以解出

$$H'_c = \frac{E_c E_t}{E_c - E_t} \quad (2.1.11)$$

式中, E_t 为单向拉伸应力 - 应变曲线的斜率.

在一般应力状态下, 假定存在等效拟塑性应变增量 $d\bar{\epsilon}^p$, 通过 H'_c 与真实等效应力增量 $d\bar{\sigma}$ 相联系, 即

$$d\bar{\sigma} = H'_c d\bar{\epsilon}^p \quad (2.1.12)$$

拟塑性变形功增量为

$$d\bar{\omega}_p = \sigma_{ij} d\bar{\epsilon}_{ij}^p = d\lambda_c \sigma_{ij} (\partial f / \partial \sigma_{ij}) \quad (2.1.13)$$

考虑等向强化材料. 对于一般的 M 次应力齐次函数 f , 若材料参数不随时间及应力历史而变化, 则由 Euler 定理^[14] 及相伴流动法则, 得如下修正的尺度因子

$$d\lambda_c = \frac{d\bar{\omega}_p}{Mf} = \frac{\bar{\sigma}}{Mf} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_c} \right) \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \quad (2.1.14)$$

于是, 将 (2.1.6) 式求逆, 再由 (2.1.2) 和 (2.1.14) 式, (2.1.1) 式可以写为

$$d\epsilon_{ij} = \left(\tilde{C}_{ijkl}^e + \tilde{C}_{ijkl}^p \right) d\sigma_{kl} = \tilde{C}_{ijkl}^{ep} d\sigma_{kl} \quad (2.1.15)$$

式中

$$\tilde{C}_{ijkl}^e = \frac{1}{E_c} \left[\frac{1}{2} (1 + \mu_c) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \mu_c \delta_{ij} \delta_{kl} \right] \quad (2.1.16)$$

$$\tilde{C}_{ijkl}^p = \frac{\bar{\sigma}}{Mf} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_c} \right) \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma_{kl}} \quad (2.1.17)$$

由“一致性条件”, (2.1.15) 式之逆为

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= \left[\tilde{D}_{ijkl}^e - \frac{1}{a} \tilde{D}_{ijmn}^e (\partial f / \partial \sigma_{mn}) (\partial f / \partial \sigma_{\alpha\beta}) \tilde{D}_{\alpha\beta kl}^e \right] d\epsilon_{kl} \\ &= \left[\tilde{D}_{ijkl}^e - \tilde{D}_{ijkl}^p \right] d\epsilon_{kl} = \tilde{D}_{ijkl}^{ep} d\epsilon_{kl} \end{aligned} \quad (2.1.18)$$

式中

$$a = (\partial f / \partial \sigma_{ij}) \tilde{D}_{ijkl}^e (\partial f / \partial \sigma_{kl}) - (\partial f / \partial \bar{\omega}_p) (\partial \bar{\omega}_p / \partial \bar{\epsilon}_{ij}^p) (\partial f / \partial \sigma_{ij}) \quad (2.1.19)$$

2. 有限变形的推广

在塑性加工中的大多数韧性金属材料都具有微小弹性与有限塑性的特点. 在 Drucker 公设条件下, 仍假定在弹塑性本构方程的大应变列式中, 总的对数应变速

率(取变形率标架与 Euler 标架重合, 即为变形率) \dot{E}_{ij} 可以分解为拟弹性对数应变率 \dot{E}_{ij}^e 与拟塑性对数应变率 \dot{E}_{ij}^p 之和, 即

$$\dot{E}_{ij} = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p \quad (2.2.1)$$

在此情况下, 无限小本构定律一般性描述应该引入包含刚体移动影响的具有客观不变性的应力张量. 考虑到塑性变形体积并非绝对不可压缩, 为保证本构张量的对称性, (2.1.15) 和 (2.1.18) 式中的 σ_{ij} 、 $d\sigma_{ij}$ 和 $d\varepsilon_{ij}$ 应分别由当前构形的 Kirchhoff 应力张量 S_{ij} 和其 Jaumann 导数 $\overset{\nabla}{S}_{ij}$ 以及 \dot{E}_{ij} 来替换; 而 (2.1.14) 式中的 E_t 和 (2.1.3) 式中的 E 则应分别对应于单向拉伸 Kirchhoff 应力 - 对数应变曲线的切线模量 E_t 和弹性模量 E . 文献 [6] 给出 E_t 、 E 和 E_t 、 E 之间的关系.

现在, 取 (2.1.3) 式中的模量衰减函数为如下形式

$$g(\bar{E}) = \frac{1}{2}(1 + E_s/E) - \frac{1}{2}(1 - E_s/E) \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{\bar{E} - E^*}{a_0} \right) \quad (2.2.2)$$

式中, E_s 和 \bar{E} 分别为单向拉伸 Kirchhoff 应力 - 对数应变曲线的割线模量和当前等效对数应变; a_0 和 E^* 均为与材料硬化指数 n 及变形方式有关的常数. 于是, (2.1.3) 式成为

$$E_c = E g(\bar{E}) \quad (2.2.3)$$

由 (2.2.2) 和 (2.2.3) 式可以看出: 当 $\bar{E} > E^*$ 后, $E_c \rightarrow E_s$. 在有限变形情况下, (2.1.15) 和 (2.1.18) 式的本构方程分别为

$$\dot{E}_{ij} = \left\{ \frac{1}{E_c} \left[\frac{1}{2} (1 + \mu_c) (\nu_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \mu_c \delta_{ij} \delta_{kl} \right] + \frac{\bar{S}}{M \bar{f}} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{\dot{i}}{E_c} \right) \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} \frac{\partial \bar{S}}{\partial S_{kl}} \right\} \overset{\nabla}{S}_{kl} = \bar{C}_{ijkl}^{ep} \overset{\nabla}{S}_{kl} \quad (2.2.4)$$

和

$$\overset{\nabla}{S}_{ij} = \left[\bar{D}_{ijkl}^e - \bar{D}_{ijkl}^p \right] \dot{E}_{kl} \quad (2.2.5)$$

式中, \bar{S} 为 Kirchhoff 等效应力, 而 μ_c 则为由 \bar{E} 取代 $\bar{\varepsilon}$ 后的 (2.1.5) 式. 称 (2.2.4) 和 (2.2.5) 式为有限变形拟流动理论的本构方程.

三、理论分析与讨论

1. “几乎不可压缩”特性

在 (2.2.2) 式中, 对于一般幂强化材料, a_0 应为与 n 值有关的小常数, 可近似地取 $a_0 = n/20.0$, E^* 为由 E_c 向 E_s 过渡的门槛值. 一般地, E^* 应小于材料的临界失稳应变. 对于强化材料在单向拉伸平面应力及平面应变的变形方式, 可参考 Hutchinson 和 Neale^[15] 的单向拉伸分析结果, 即

$$E^* = C_0 E_0^* \quad (3.1.1)$$

式中, $C_0 = 0.6-0.9$, E_0^* 可由下列隐式方程确定

$$\frac{E_0^*}{n} \exp \left[- \left(\frac{E_0^*}{n} - 1 \right) \right] = (1 - f_0)^{1/n} \quad (3.1.2)$$

其中, f_0 是材料的初始几何不均匀参数.

设材料单向拉伸 Kirchhoff 应力 - 对数应变曲线关系为: $\bar{S} = K_0 \bar{E}^n$ ($n = 0.2, K_0 = 1346 \text{kg/mm}^2$), 取 $f_0 = 0.02$, 由 (3.1.2) 式求出: $E_0^* = 0.0702$. 现取 $C_0 = 0.9$, 图 1、图 2 分别给出 $g(\bar{E})$ 函数、拟泊松系数 μ_c 和文献 [5] J2D 理论表述的 μ_s ($\mu_s = 0.5 - E_s/E(0.5 - \mu_e)$, μ_e 为弹性阶段的泊松系数, 这里取 $\mu_e = 0.25$) 随 \bar{E} 的变化曲线. 可以看出: μ_c 比 μ_s 更合理地描述了材料的“几乎不可压缩特性”.

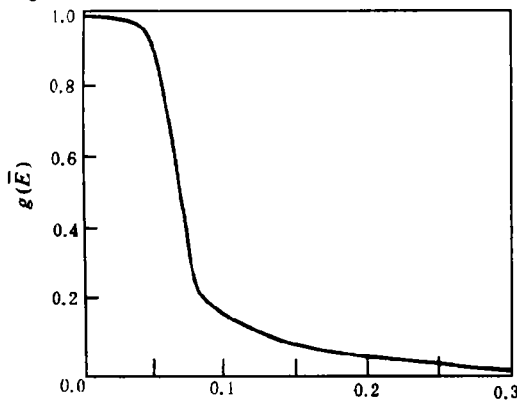


图 1 $g(\bar{E})$ 曲线图
Fig.1 $g(\bar{E})$ curve

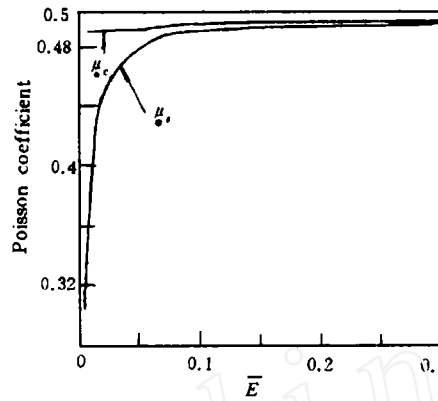


图 2 泊松系数演化图
Fig.2 Evolution of the quasi-Poisson ratio μ_c and μ_s

2. 正交法则与非正交法则的光滑过渡

值得指出: (2.2.1) 式并非常规意义下的弹塑性分解. 受“拟弹性模量” E_c 的制约, 右端第一项 \dot{E}_{ij}^e 中既包含弹性变形率, 也包含一部分塑性变形率; 而第二项为由正交性流动法则确定的可考虑初始及后继各向异性屈服函数影响的塑性变形率. 利用 (2.1.5) 式, (2.2.4) 式可进一步分解为

$$\dot{E}_{ij} = \frac{1}{E} \left[\frac{1}{2} (1 + \mu) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \mu \delta_{ij} \delta_{kl} \right] \nabla S_{kl} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_c} - \frac{1}{E} \right) \nabla' S_{ij} + \frac{\bar{S}}{Mf} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_c} \right) \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} \frac{\partial \bar{S}}{\partial S_{kl}} \nabla S_{kl} \quad (3.2.1)$$

式中, $\nabla' S_{ij}$ 为 ∇S_{ij} 的偏量. 与传统的大变形 J2F 理论比较, 上式右端第一项刚好是真实弹性变形率 \dot{E}_{ij}^e ; 后两项之和应为真实塑性变形率 \dot{E}_{ij}^p , 即

$$\dot{E}_{ij} = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p \quad (3.2.2)$$

观察 (3.2.1) 式右端第二项系数 $\beta = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_c} - \frac{1}{E} \right)$ 的演化过程: 当材料初始屈服乃至变形初期, $E_c \approx E$, 系数 $\beta \rightarrow 0$, (3.2.1) 式由具有一般各向异性但不含尖点的屈服函数

和基于光滑屈服表面的正交性法则描述. 随着塑性变形的扩展, 尤其当材料接近失稳与分叉临界点时, $E_c \rightarrow E_s$; S'_{ij} 对 \dot{E}_{ij}^p 的影响也是逐渐加强的. 它本质上与屈服面的角点效应相一致. 若在整个变形过程中, 令 $E_c = E$, 则 (3.2.1) 式便退化为由任意屈服函数及正交性法则表述的本构方程. 重要的是: “拟弹性模量” E_c 的演化过程合理地描述了由正交性法则向非正交法则本构理论的光滑过渡.

3. Mises 屈服准则下的拟流动理论

对于各向同性等向强化 Mises 屈服函数, 可以推出

$$\frac{\bar{S}}{Mf} \frac{\partial f}{\partial S_{ij}} \frac{\partial \bar{S}}{\partial S_{kl}} = \left(\frac{3}{2\bar{S}}\right)^2 S'_{ij} S'_{kl} \quad (3.3.1)$$

式中, S'_{ij} 为 S_{ij} 的偏量. 于是, (2.1.19) 式中的 a 因子可以写为

$$a = \frac{4}{3} \bar{S}^2 \left(\frac{E_c}{2(1+\mu_c)} + \frac{1}{3} H'_c \right) \quad (3.3.2)$$

式中

$$H'_c = E_c E_t / (E_c - E_t) \quad (3.3.3)$$

由 (2.2.4) 式, 可得 Mises 意义下的拟流动理论本构方程

$$\begin{aligned} \nabla S_{ij} = & \frac{E_c}{1+\mu_c} \left\{ \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{\mu_c}{1-2\mu_c} \delta_{ij} \delta_{kl} \right] \right. \\ & \left. - \frac{3}{2} \frac{S'_{ij} S'_{kl}}{\bar{S}^2 \left[1 + \frac{2}{3} H'_c (1+\mu_c) / E_c \right]} \right\} \dot{E}_{kl} \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

显然, 若令 $E_c \equiv E$, 上式退化为经典有限变形 J2F 理论; 若令 $E_c \equiv E_s$, $\mu = \mu_e$, 则上式退化为有限变形低弹性 J2D 理论. 因此说, 有限变形 J2F 和 J2D 理论均可作为本文特例所包含. 为便于比较, 不妨称 Mises 意义下的拟流动理论为 QJ2F 理论.

四、计算结果与比较

采用 QJ2F 理论及文献 [16] 的有限元方法, 选取第三节给定的材料特性及几何初始不均匀参数, 数值模拟韧性金属平面应变和平面应力拉伸的颈缩扩展、变形局部化及断裂演化过程.

1. 平面应变拉伸失稳与变形局部化

图 3 给出平面应变试样加载示意图. 由于结构的对称性, 取任一横截面的 1/4 部分计算 (图 3 中的 ABCD 段). 有限元网格剖分见图 4.

图 5(a)、(b)、(c) 分别给出失稳临界状态、断裂前某时刻及断裂临界状态的变形及应变等值线图. 为合理地描述断裂过程, 引入一个 γ 参数, 定义 $\gamma = \bar{E}_{\max} / \bar{E}_{av}$, 这里, \bar{E}_{\max} 为当前时刻单元的最大等效对数应变, \bar{E}_{av} 为整体平均应变. 本文断裂准则为 $\gamma^* = 3.0$. 此时, 伸长量 U 与初始长度 L 之比为 0.32. 可以看出: 材料失稳后, 变形过程表现为明显的应变局部化, 且在与水平方向大约 52° 角的方向 (零延伸方向) 上形成明显的剪切带, 带宽迅速变窄, 带内应变迅速增加, 最终导致沿带方向的剪切断裂. 上述计算结果与实验观测 [17] 具有很好的一致性.

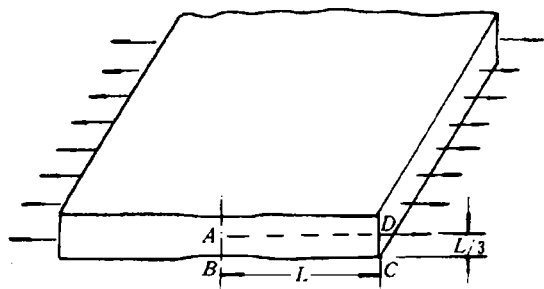


图 3 试件加载示意图

Fig.3 Specimen geometry and loading situation

$$\bar{S} = K_0 \bar{E}^n, \quad \bar{S}_0 = 400 \text{kg/mm}^2, \quad \bar{E}_0 = 0.002, \quad n = 0.2,$$

$$K_0 = 1346 \text{kg/mm}^2, \quad E = 2.0 \times 10^6 \text{kg/mm}^2$$

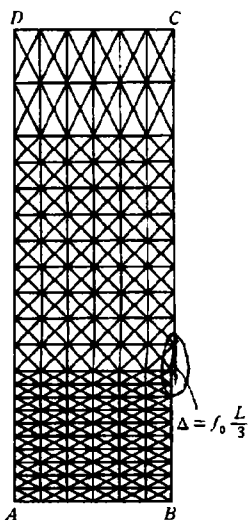


图 4 有限元网格图

Fig.4 Finite element mesh

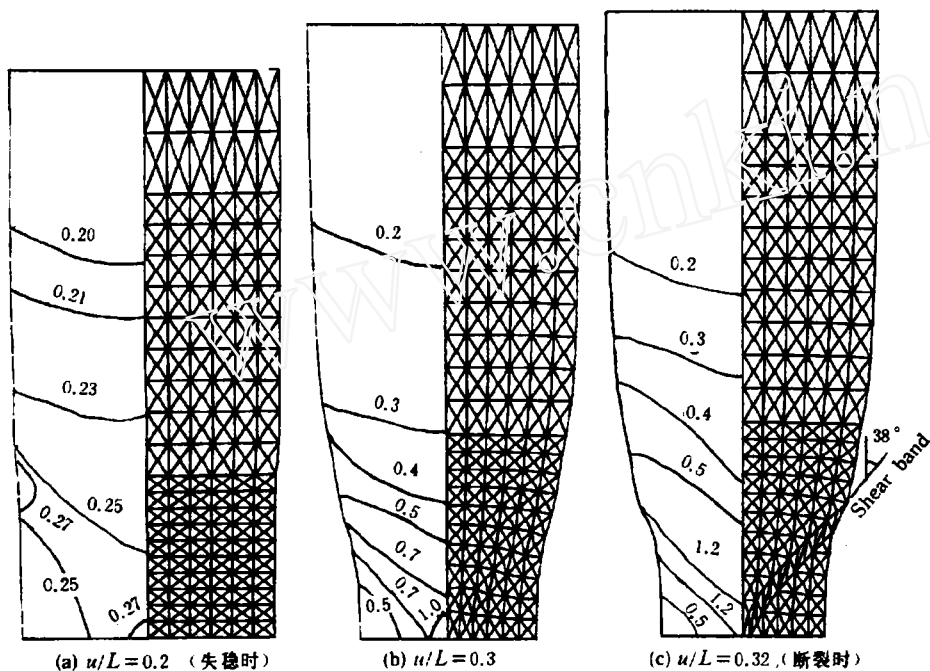


图 5 平面应变拉伸失稳与变形图

Fig.5 Necking instability and localized deformation process under plane strain tension

2. 金属薄板单向拉伸失稳与变形局部化

取与 4.1 节完全相同的材料及变形参数、断裂准则以及有限元网格进行单向拉伸数值模拟。图 6 绘出失稳及断裂临界状态的变形及应变等值线图。可以看出：薄板拉伸也形成明显的剪切带，但剪切带与水平方向成 35° 角，这与平面应变拉伸情

况明显不同. 由 Hill 集中失稳理论, 剪切失稳的零延伸方向可表示为^[18]

$$\varphi^* = \tan^{-1} \left\{ \left[\frac{H - \alpha(F + H)}{1 - H\alpha} \right]^{1/2} \right\} \quad (4.2.1)$$

对于单向拉伸, $\alpha = \sigma_2/\sigma_1 = 0$; 对于各向同性材料, $H = r_0/(1 + r_0) = 0.5 (r_0 = 1)$. 由上式, $\varphi^* = 35.26^\circ$. 可见, QJ2F 的计算结果与经典的集中失稳理论的结果几乎完全一致.

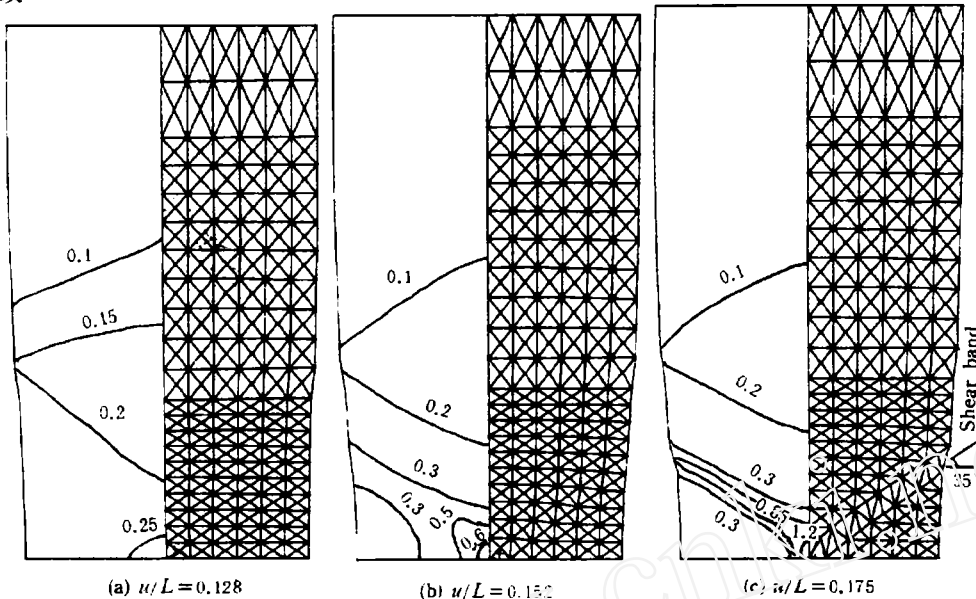


图 6 平面应力拉伸失稳与变形图

Fig.6 Necking instability and localized deformation process under plane stress tension

五、结 论

本文提出弹塑性有限变形的拟流动理论, 它具有以下特点:

1. 通过引入“拟弹性模量”, 实现了由基于正义法则的流动理论向基于非正交法则的形变理论率形式的光滑过渡;
2. 在拟流动本构中可引入各向异性屈服函数, 因而可以分析各向异性材料特性对变形过程的影响; 对于各向同性 Mises 屈服材料, 在特殊情况下, 可退化为有限变形 J2F 和 J2D 理论;
3. 合理描述了金属塑性变形的“几乎不可压缩特性”;
4. 本文给出的拟流动理论, 可以更准确地模拟韧性金属的拉伸失稳与应变局部化过程.

参 考 文 献

- [1] Neale KW. SM Archives, 1981, 6(1): 79-128
- [2] Christofferson J and Hutchinson JW. J Mech Phys Solids, 1979(27): 465-487

- [3] 北川浩. 数理弹塑性论. 大阪大学工学部机械工学科讲义, 昭和 61 年 (1986)
- [4] Hill R. *J Mech Phys Solids*, 1958(6): 236-249
- [5] Needleman A and Tvergaard V. *J Mech Phys Solids*, 1977(25): 159-183
- [6] Hutchinson JW. in "Numerical Solution of Non-linear Structural Problems", Eds: Harturg, R.F. et al., ASME 1973, 17-29
- [7] Budiansky B. *J Appl Mech*, 1959(26): 259-264
- [8] Stören S and Rice JR. *J Mech Phys Solids*, 1975(23):421-441
- [9] Hutchinson JW. *Adv Appl Mech*, 1974(14): 67-144
- [10] Hutchinson JW and Neale KW. in "Mechanics of Sheet Metal Forming", Eds: DP Koistinen and NM Wang, Plenum Press, 1978, 127-153
- [11] Gotoh M. *Int J Solids Struct*, 1985, 21(11): 1101-1116
- [12] 黄克智. 非线性连续介质力学, 清华大学出版社, 北京大学出版社出版, 1989: 413-414
- [13] 胡平, 张卿. 固体力学学报, 1992, 13(2): 174-181
- [14] 寺 宽一. 自然科学者のための数学概論, 31(1954), 岩波书店
- [15] Hutchinson JW and Neale KW. *Acta Metall*, 1977(25): 839
- [16] McMeeking RM and Rice JR. *Int J Solids Struct*, 1975(11): 601-616
- [17] Anand L. *Scripta Metall*, 1984(18): 423-427
- [18] Lian J and Baudalet B. *Mater Sci Eng*, 1987(86): 137

QUASI-FLOW THEORY OF ELASTIC PLASTIC FINITE DEFORMATION

Hu Ping Lian Jianshe and Li Yunxing
(*Jilin University of Technology, Changchun 130025, China*)

Abstract A Quasi-Flow Theory of elastic plastic finite deformation is proposed. The theory originates from the classical normality law. By introducing a weak function with respect to elastic modulus into the constitutive equations and by improving the common decomposition scheme of elastic and plastic strain rates, the Quasi-Flow Theory achieves a smooth and continuous transition from the finite deformation Prandtl-Reuss equation (J2F) based on the normality law to the rate form of the hypoelastic J2 deformation theory (J2D) based on the non-normality law. In addition, the theory can be applied to the theoretical analysis and the numerical simulation of anisotropic metals from initial and subsequent plastic deformation up to localized shear fracture. Under special conditions, the J2F, the J2D and the constitutive theories described by arbitrary anisotropic yield functions and based on the normality law can be included into the Quasi-Flow Theory. This theory has been introduced into the numerical simulation of the instability and the localized deformation of ductile metals under plane stress/strain tension. By comparing with theoretical analysis and experimental observation, the results demonstrate the usefulness of the theory.

Key words Quasi-Flow Theory, quasi elastic modulus, localized deformation