

抽吸和压力梯度在层流边界层 转换过程中的作用

赵耕夫

(天津大学力学系, 天津 300072)

摘要 用空间模式的二次稳定性理论研究了抽吸和压力梯度对边界层三维亚谐波扰动流动稳定性的影响. 数值结果表明, 固体边界上的抽吸有明显的层流控制作用, 逆压梯度则有较强的不稳定作用.

关键词 抽吸, 压力梯度, 二次稳定性

引 言

现代机翼设计的一个重要课题是边界层的层流控制. 固体边界上的抽吸能延缓转换, 保持层流, 减小阻力, 是层流控制的重要手段. 抽吸的稳定作用早已被实验证实^[1]. 但是对它的理论分析只限于线性稳定性理论. 同时, 在实际应用上预测边界层转换仍然沿用 e^N 方法. 这一方法的基础是线性稳定性理论, 因而无法估计扰动的初始幅值对转换的影响. 需要进一步考虑扰动的非线性演化过程. 众多实验和数值模拟都证实, 三维亚谐波扰动的二次失稳是层流转换的基本路线. 文献 [2] 用空间模式的二次稳定性理论分析了平板边界层三维亚谐波扰动的二次稳定性. 计算的扰动幅值沿流向的演化曲线与文献 [3] 的实测数据吻合的很好^[3]. 本文用文献 [2] 中的二次稳定性理论分析带有抽吸和压力梯度边界层的流动稳定特性和扰动的幅值沿流向的演化规律, 以此讨论抽吸和压力梯度以及 TS 波的幅值和频率对扰动的失稳点、幅值放大因子的影响.

1 平均流

考虑不可压二维边界层流动. 设 x 沿势流方向, y 为垂直方向. 边界层外势流速度为 U_e , 固体边界的抽吸速度为 v_0 . 为确定有抽吸和压力梯度时的平均流 $\bar{U}(y)$, 取 Gortler 变换

$$d\eta = \frac{U_e}{\sqrt{v\xi}} dy, \quad d\xi = U_e dx \quad (1)$$

$$\bar{U} = U_e f_\eta(\xi, \eta) \quad (2)$$

这里下标 η 表示对 η 求导. 把 (1)(2) 代入边界层方程和边界条件得 f 满足的方程.

$$2f_{\eta\eta\eta} + ff_{\eta\eta} + \beta(1 - f_\eta^2) - Yf_{\eta\eta} = 2\xi(f_\eta f_{\xi\eta} - f_\xi f_{\eta\eta}) \quad (3)$$

1993-07-23 收到第一稿, 1994-03-20 收到修改稿

$$f_\eta(\xi, 0) = 0, \quad f(\xi, 0) + 2\xi f_\xi(\xi, 0) = 0 \quad (4)$$

$$f_\eta(\xi, \infty) \rightarrow 1$$

其中, $Y = \sqrt{\frac{2\xi}{v}} \frac{v_0}{U_e}$, $\beta = \frac{2\xi}{U_e^2} \frac{dU_e}{dx}$, 分别为抽吸率和压力梯度函数. 如果 $Y = Y_0$, $\beta = \beta_0$ 分别为常数, 则 f 只与 η 有关, 边界层存在相似解, (3)(4) 式变为

$$2f''' + ff'' + \beta_0(1 - f'^2) - Y_0 f'' = 0 \quad (5)$$

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) \rightarrow 1 \quad (6)$$

按稳定性分析的要求, 我们只考虑小抽吸率和小压力梯度情况. 数值计算中采用四阶 Runge-Kutta 法求解平均流方程.

2 三维亚谱扰动的二次稳定性

首先考虑准平行平均流的线性稳定性问题. 采用特征长度 $\delta = \sqrt{\nu x / U_e}$ 和特征速度 U_e 使方程无量纲化. 平均流对二维小扰动失稳之后, 离边界层前缘充分远的位置上形成二维基本流

$$\mathbf{V}_2(x, y, z) = \mathbf{V}_0(y) + A\mathbf{V}_1(x, y, z) \quad (7)$$

其中 $\mathbf{V}_0 = (U(y), 0)$ 为平均流, 而 $\mathbf{V}_1 = (u_1, v_1)$. 假定 \mathbf{V}_1 只包含初始 TS 波. 用流函数表示 $u_1 = \frac{\partial \psi}{\partial y}$, $v_1 = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$.

$$\psi = a\varphi(y)\exp[i(\alpha x - \omega t)] + c.c \quad (8)$$

φ 为二维 Orr-Sommerfeld 方程的特征函数, 正规化条件为 $|\varphi|^2 = \frac{1}{2}$, 其中实数 ω 为频率, 复数 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为特征值, $A = a\exp(-i\alpha x)$ 假定为局部常数. 用数值方法解得线性特征值问题之后, 即可按 e^N 方法计算 TS 波的幅值 A 沿流向的放大因子.

$$\ln(A/A_0) = -2 \int_{R_0}^R \alpha_i dR \quad (9)$$

R_0 为某中性点, 即 TS 波开始失稳时雷诺数. A_0 则是该点 TS 波的初始幅值, 是一个任意常数.

为分析三扰动对二维基本流的二次稳定性, 三维流场可表示成

$$\mathbf{V}(x, y, z, t) = \mathbf{V}_2(z, y, t) + \mathbf{V}_3(x, y, z, t) \quad (10)$$

其中 $\mathbf{V}_3 = (u_3, v_3, w_3)$. 按文献 [2] 提出的理论三维亚谱扰动取如下形成

$$u_3 = \exp(\sigma t)\exp(\gamma x') \cos \beta z u(y)\exp(i\hat{\alpha} x') + c.c$$

$$v_3 = \exp(\sigma t)\exp(\gamma x') \cos \beta z u(y)\exp(i\hat{\alpha} x') + c.c \quad (11)$$

$$w_3 = \exp(\sigma t)\exp(\gamma x') \sin \beta z u(y)\exp(i\hat{\alpha} x') + c.c$$

$$x' = x - c_r t, \quad c_r = \omega / \alpha_r, \quad \hat{\alpha} = 0.5 \alpha_r$$

这样形式的解和相应的齐次边界条件最终把扰动方程转化为特征值问题

$$F(\alpha, \beta, \omega, R, \gamma) = 0 \quad (12)$$

文献 [2] 给出了方程 (12) 的具体形式. 在解得 φ 之后, 对给定是 R, β, ω, α 可通过数值方法确定复数 γ . 对空间模式取 $\sigma_r = c_r \gamma_r$, γ_r 为三维扰动随 x 的增长率. γ_i 可看成是波数偏移. 现已证明 γ 为实数时, 三维扰动的增加率最大, 故本文只计算了 $\gamma_i = 0$ 的情况. 三维亚谱扰动沿 x 方向的幅值放大因子由下式确定

$$\lim(B/B_0) = 2 \int_{R_{0s}}^R \gamma_r dR \quad (13)$$

其中, R_{0s} 为三维亚谱扰动开始失稳点的雷诺数. 数值解法见文献 [2].

3 数值结果

本文讨论小抽吸和小压力梯度三维亚谱扰动的二次稳定性, β 和 Y 取为常数. 我们取扰动频率为 [3] 中的实验值 $F = 10^6 \omega / R = 124$. 从物理上讲, 波在向下游传播的过程中应保持 F 及展向波数 $b = 10^3 \beta / R$ 不变.

图 1 为 $R = 606$, $A = 0.01$ 无压力梯度有抽吸情况下三维亚谱扰动的二次增长率和展向波数 b 的函数关系. 和无抽吸无压力梯度情况相比较, 抽吸使三维亚谱波的增长率减小, 不稳定展向波数带变窄, 有明显的稳定作用. 图中最大增长率 γ_{\max} 所对应的波数 b 应是实验中观测到的最不稳定性波的波数. $\beta_0 = Y_0 = 0$ 时这一波数 $b = 0.28$. 文献 [3] 中报告的实测数值 $b = 0.33$, 两者是相近的. Y_0 的改变对这一数值影响不大. 增加抽吸率却使 γ_{\max} 减小.

图 2 显示了相同的抽吸率, 不同的 TS 波幅值对三维亚谱扰动增长率的影响. 随着 A 的减小, 三维扰动的增长率减小, 不稳定波数带变窄, γ_{\max} 向 b 减小的方向移动. 事实上 $A < 0.0001$ 时已不再有 $\gamma_r > 0$ 的三维亚谱波. 根据 TS 波的幅值沿流向的演化计算出亚谱波空间增长率随 R 的变化, 即可按 (13) 积分三维波的幅值放大因子 N . N 既取决于 Y_0 也强烈依赖 TS 波的初始幅值 A_0 . 图 3 所示为抽吸对扰动幅值沿流向演化的影响, 其中横向波数取 [3] 中的实测数值 $b = 0.33$. 为比较, TS 波幅值曲线用虚线画在同一图上. 显然, Y_0 增大, 放大因子减小, 三维波失稳点推迟. 如 $Y_0 = \beta_0 = 0$ 时最大放大因子 $N = 10.31$, 而 $Y_0 = -0.2$ 时减小到 $N = 4.82$. 图 4 显示了 A_0 对放大因子的影响. A_0 减小 N 减小, 失稳点后移. 当 $A_0 = 0.001$ 时三维波的放大因子小于 TS 波, 完全抑制了三维波的增长. 这表明只有 TS 波的幅值超过某阈值时才会有迅速增长的三维波. 一般讲 A_0 对相应于最大放大因子的影响不大.

数值结果表明即便是弱压力梯度, 对三维亚谱扰动也有很大的影响. 保持 A_0 不变, 逆压梯度越大, γ_{\max} 越大, 不稳定三维亚谱波的展向波数带越宽, 不稳定作用越强. 如图 5 所示, 逆压梯度增强, 二维及三维波的失稳点前移, 由于 γ_r 增大, 放大因子迅速提高. 图 6 给出了同一压力梯度下 A_0 对幅值的影响. A_0 增大, 三维波失稳点提前, 放大因子增大. 当 $A_0 = 0.006$ 时三维波和二维 TS 波几乎在同一位置失稳, 若 A_0 再稍有增大三维波就会先于 TS 波失稳. 这就是所谓的 'bypass' 不稳定性.

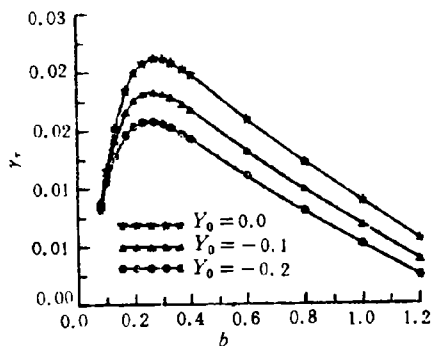


图 1 抽吸参数 Y_0 和扰动增长率的关系.
 $R = 606, A = 0.1$

Fig.1 Effects of suction parameter Y_0 on the growth rates of secondary subharmonic disturbances at $R = 606, F = 124, A = 0.01$.

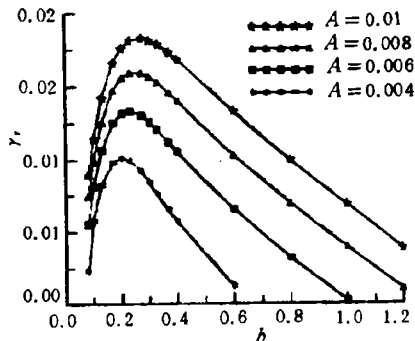


图 2 TS 波幅值 A 和扰动增长率的关系.
 $R = 606, Y_0 = -0.1$

Fig.2 Effects of the amplitude A of TS wave on the secondary growth rates at $R = 606, F = 124, Y_0 = -0.1$.

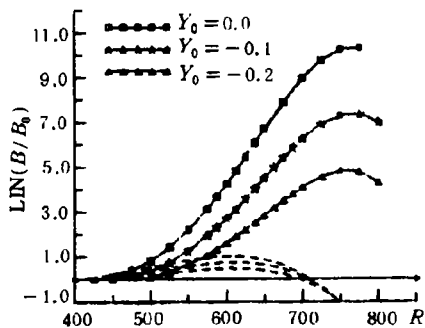


图 3 抽吸参数 Y_0 对放大因子的影响.
 $A_0 = 0.0044$

Fig.3 Effects of the suction parameter Y_0 on the amplification factors of the secondary modes with initial TS amplitude $A_0 = 0.0044, b = 0.33, F = 124$.

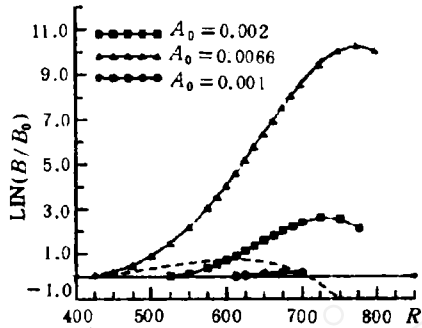


图 4 TS 波幅值 A_0 对放大因子的影响.
 $R = 606, Y_0 = -0.1$

Fig. 4 Effect of the amplitude A_0 of TS amplitude on the amplification factors of secondary disturbances with suction parameter $Y_0 = -0.1, F = 124, b = 0.33$.

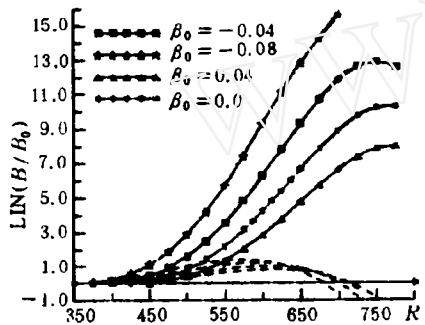


图 5 压力梯度 β_0 对放大因子的影响.
 $A_0 = 0.0044$.

Fig.5 Effects of pressure gradient on the amplification factors of the secondary subharmonic disturbances at $A_0 = 0.0044, F = 124, b = 0.33$

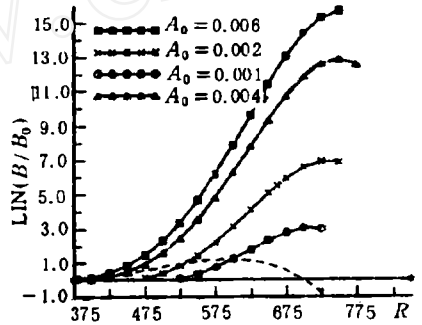


图 6 TS 波幅值 A_0 对放大因子的影响,
 $\beta_0 = -0.04$.

Fig.6 Effects of the TS amplitude A_0 on the amplification factors of the secondary subharmonic disturbances at $\beta_0 = -0.04, F = 124, b = 0.33$

二维及三维扰动的稳定特性和频率密切相关. 我们计算了 $F = 83$ 时三维亚谱扰动的二次稳定性. 其变化规律与上述情况相同. 在同样的初始条件下, 和 $F = 124$

情况相比放大因子增加很多. 如 $A_0 = 0.0044$, $\beta_0 = 0$, $Y_0 = -0.1$ 时 N 从 7.34 增到 19.11; $A_0 = 0.0044$, $Y_0 = 0$, $\beta_0 = -0.04$ 时 N 从 12.88 增加到 32.36, 是 $F = 124$ 时的 2.5 倍.

4 结 论

层流边界层向湍流的转换是由于三维扰动的迅速增长所致, 固体边界上的抽吸对三维亚谐波扰动有明显的稳定作用. 抽吸可减小三维扰动的增长率, 缩小放大因子, 延缓转换, 从而达到层流控制的目的. 逆压梯度对三维扰动有较强的不稳定作用. 三维波的二次失稳和 TS 波的初始幅值及扰动频率密切相关. 只有二维 TS 波的幅值超过某一不稳定阈值时, 三维亚谐波扰动才会二次失稳, 当 A 足够大时三维亚谐波可先于二维 TS 波失稳. 因此, 应当以三维波的幅值演化曲线为依据建立预测边界层转换的新方法.

参 考 文 献

- 1 Harvey WD, Pride JD. The NASA langley laminar flow control experiment. AIAA 82-0567, 1982
- 2 Wang DY, Zhao GF. On secondary instability with respect to three dimensional subharmonic disturbances in boundary layer. *Acta Mechanica Sinica*, 1992, 8(3): 231-236
- 3 Kachanov YuS, Levchenko VYa. The resonant interaction of disturbances at laminar-turbulent transition in a boundary layer. *J Fluid Mech*, 1984, 138: 209-247.

ROLE OF SUCTION AND PRESSURE GRADIENT IN THE TRANSITION PROCESSES OF BOUNDARY LAYER

Zhao Gengfu

(Dept. of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract In the paper secondary instability theory is used to analyse the effect of suction and pressure gradients on the characteristics of spatially growing 3-D subharmonic disturbances in boundary layer flow. The end results indicate that suction shows an apparent laminar flow control on the boundary layer flows, and unfavorable pressure gradients have a strong destabilizing effect.

Key words suction, pressure gradient, secondary instability