

玻璃态高聚物 PMMA 的非线性 粘弹-塑性本构方程¹⁾

朱锡雄 朱国瑞 黄旭昇 陈江瑛

(宁波大学材料科学和力学研究中心, 宁波 315211)

提要 对航空有机玻璃(聚甲基丙烯酸甲酯, PMMA) 实验测定了不同应变率下单轴压缩加卸载循环的应力-应变曲线. 讨论了应力促进热激活塑性变形的活化粘壶理论, 提出由标准线性体或 Maxwell 体与考虑应变硬化效应的活化粘壶作串联耦合的粘弹-塑性本构模型, 给出了完备的微分和积分形式的本构方程组, 用于拟合实测加卸载循环的应力-应变曲线, 获得良好吻合的结果. 对应变软化效应提出一种新的起因于粘弹变形滞后效应的理论说明, 并对屈服后加载应力-应变曲线的走向特征作了理论解释.

关键词 聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA), 本构方程, 粘弹性变形, 塑性变形, 应变软化, 应变硬化

一、引言

高聚物的受力变形行为, 通常是以材料试件的蠕变曲线、松弛曲线和不同应变率的应力-应变曲线作表征. 对于后者, 在高聚物的玻璃态, 一般可得到如图 1 的典型结果. 加卸载循环均是非线性的, 并显示有明显的屈服极大值点以及随后的应变软化失稳变形 ($d\sigma/d\varepsilon_i$) < 0 状态. 随着应变增大, 软化效应逐渐减缓并恢复为应变硬化稳定变形 ($d\sigma/d\varepsilon_i$) > 0 的状态. 研究这种类型的受力变形行为, 并从理论上作出概括, 这是高聚物力学、物理和化学共同关心的课题^[1-3].

这一领域的早期开拓性研究即已确认, 高聚物的塑性变形具有明显的应力促进热激活过程的特性, 并形成活化粘壶的力学模型. 例如在 H. Eyring 和 G. Halsey (1945) 的工作中, 即以活化粘壶来代替标准线性体中的牛顿粘壶, 用于研究化纤的受力变形行为; 而后 T. Ree 和 H. Eyring (1955) 又详细讨论了这种非牛顿型粘壶的行为特征^[4]. R. N. Haward 和 G. Thackray 则以考虑应变硬化效应

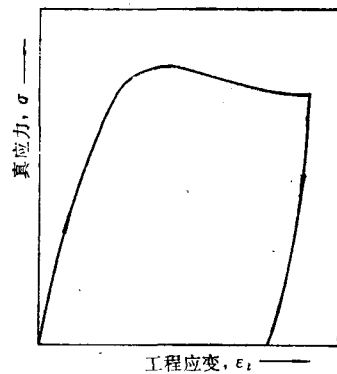


图1 玻璃态高聚物典型的加卸载循环应力-应变曲线

1) 浙江省自然科学基金资助课题.

本文由编委朱兆祥推荐于 1991 年 9 月 3 日收到第一稿, 于 1991 年 12 月 11 日收到修改稿.

的活化粘壶与 Hooke 弹簧作串联耦合的理论模型来拟合高聚物的受力变形行为^[5]. 七十年代以来, 这一问题的研究更深入到微观力学层次, 形成了比较完整的分别适用于高、低温的滑移和扭折变形的机理模型^[3].

近年来, 我们对航空有机玻璃在不同温度和应变率下的受力变形行为作过广泛研究^[6-10]. 我们发现, 它在中、低应变率范围的受力变形行为, 可以由本文提出的非线性粘弹-塑性的本构模型作完整描述.

二、试验方法与结果

本工作采用对高聚物材料得到推荐的单轴压缩试验. 材料取自工厂的试验板材, 满足国产 3# 航空有机玻璃的技术条件. 参照 ASTM 的有关标准要求, 切成 $9 \times 9 \times 18 \text{ mm}$ 的方形试件, 并作退火处理和干燥保存. 使用 INSTRON 试验机, 三角波控制, 夹式引伸计测量变形, 所以得到的是恒定工程应变率的数据. 是故, 本文取用真应力 σ 和工程应变 ϵ 作为应力和应变的表征量.

一共进行了六个温度 (233—343K) 和七个档次应变率 (1.0×10^{-4} — $1.0 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$) 的加卸载循环试验, 获得 40 多组应力-应变曲线. 具体的实测曲线以及数据整理已有专文报道^[6,7], 其中有关室温 (298K) 的 7 条曲线还会在后面的图 4 和 5 中绘出. 本文着重讨论室温下不同应变率的实测结果, 目的在于建立能作拟合计算的本构理论模型.

三、变形行为及其表述

1. 变形行为的表述

关于高聚物的变形行为表述, 许多文献都不对粘弹性变形和塑性变形作区分, 有些则把线弹性以外的变形笼统称为非线性变形. 我们则认为, 按照变形行为的特征应可划分成弹性、粘弹性和塑性三种类型: 弹性变形既可恢复且为可逆, 粘弹性变形可恢复但不可逆, 塑性变形不可恢复也不可逆. 本文将以此种分类为依据, 对所涉及的各项变形行为作一概要的理论说明.

2. 塑性变形

目前认为, 玻璃态高聚物由滑移产生的塑性变形的微观元过程是分子链堆聚结构中某一定数量的结构重复单元在应力促进的热激活作用下由一个平衡位置跃迁到相邻平衡位置, 并可采用 Eyring 的绝对反应速率理论作处理^[2-4,9]. 它所反映的宏观力学行为可用图 3(a) 所示的基本力学元件——活化粘壶作表征, 对应的塑性应变率 $\dot{\epsilon}_p$ 可表为:

$$\dot{\epsilon}_p = A_p \text{sh} \left(\frac{\xi V_a \sigma}{kT} \right) \quad (3.1)$$

式中的 A_p 可称为指数前因子; σ 是加载的压缩应力; V_a 是参与一次热激活跃迁运动的结构重复单元的体积, 称为活化体积; ξ 是将滑移切应力化为压缩应力的转换因子, 对 PMMA 为 0.427^[3,7]; k 是 Boltzmann 常数, T 是绝对温度.

弹性和粘弹性变形的应力均随应变呈单调增大趋势, 唯有塑性变形, 当其应变率 $\dot{\epsilon}_p$ 超过加载的应变率 $\dot{\epsilon}_l$ 时, 反会导致应力下降. 所以, I. M. Ward 认为, 材料的屈服点也相当于 $\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_l$ 的力学状态点, 因而上式还可表为^[2]:

$$\dot{\epsilon}_t = A_j \operatorname{sh}\left(\frac{\xi V_a \sigma_t}{kT}\right) \approx \frac{A_j}{2} \exp\left(\frac{\xi V_a \sigma_t}{kT}\right) \quad (3.2)$$

以此式去拟合实验测得的各不同温度的 $\sigma_t - \lg \dot{\epsilon}_t$ 曲线, 将可求得各不同 $(T, \dot{\epsilon}_t)$ 条件下活化粘壶的表征参数 V_a 和 A_j . 有关室温下各不同应变率的结果已在后面的表 1 中列出^[7,9].

在确知表征参数 V_a 和 A_j 的条件下, 由上列 (3.1) 式并经实测的 $\sigma - \epsilon_t$ 曲线的转换, 将可画出 $\dot{\epsilon}_p$ 随 ϵ_t 的变化曲线. 若对 (3.1) 式按实测的曲线作数值积分, 还可引得 ϵ_p 随 ϵ_t 的变化曲线. 例如对室温和两最低和最高应变率画出的示例曲线见图 2(a). 对 $\epsilon_p - \epsilon_t$ 曲线再经实测的曲线作转换, 还可画得对应的 $\sigma - \epsilon_p$ 曲线, 例如对室温和各不同应变率画得的结果见图 2(b).

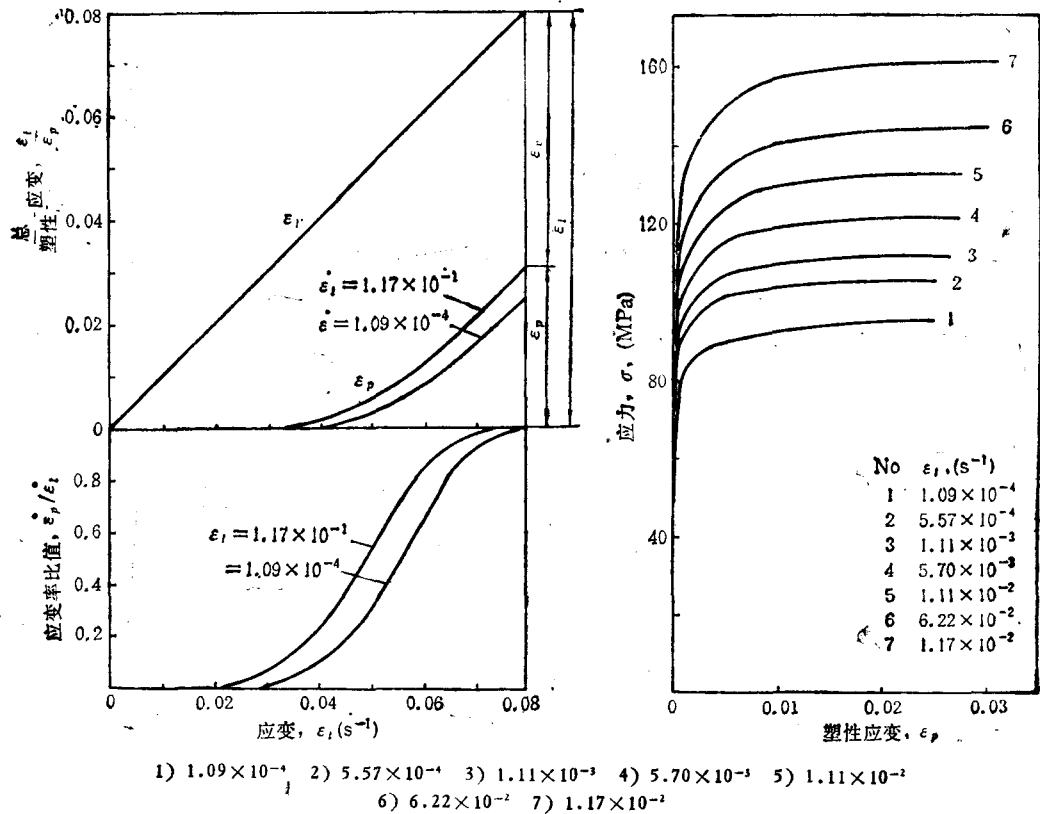


图 2 室温和不同应变率下的 (a) $\dot{\epsilon}_p - \dot{\epsilon}_t$ 和 $\epsilon_p - \dot{\epsilon}_t$ 曲线, 和 (b) $\sigma - \epsilon_p$ 曲线

分析图示各曲线, 可对高聚物的塑性变形引得如下一些重要结论:

1) 从初始加载到屈服点, 当控制加载应变率 $\dot{\epsilon}_t = \text{const}$ 时, $\dot{\epsilon}_p$ 将从 $\epsilon_t \approx 0.02$ 开始逐步增大, 直至屈服点时达到完全挤占状态. 与此相对应, ϵ_p 也从 $\epsilon_t \approx 0.03$ 开始逐步增大, 到屈服点时可达 0.02—0.03, 约占总应变的 1/3. 所以可认为, 高聚物的屈服点并不是塑性变形的起始点, 而是进入起主导控制作用的状态点.

2) 促使 ϵ_p 迅速增大的应力一般均 $> 3\sigma_t/4$. 虽然高聚物按上述并不存在临界应力

的概念,但也确表明产生宏观可觉察的塑性变形仍需有较高的接近于屈服点的应力。

3) 虽然参数 V_0 和 A_f 都对 $\dot{\epsilon}_i$ 敏感, 但它们组合而得的 $\dot{\epsilon}_p$ 和 ϵ_p 却对 $\dot{\epsilon}_i$ 不大敏感, 以致在图示的应变率范围内可近似地由单一的曲线作表示。

3. 粘弹性变形

粘弹性变形一般可由标准线性体或 Maxwell 体等力学元件作表述。为能反映出粘弹变形中的频谱效应, 常常还须采用更为复杂的由多个力学元件作串、并联耦合的力学模型^[2-3]。但在本文中, 将认为频谱行为所产生的力学效果可近似地由一个等效的标准线性体或 Maxwell 体作表征。本文将把标准线性体视为一般情况, 把 Maxwell 体视为是前者中的 Hooke 弹簧可以取消, E_v 取 0 的特例。有关它们的本构关系, 可在一般的教科书中查到, 本文不作赘述。

四、本构理论方程

1. 本构理论模型

本文提出以活化粘壶和标准线性体或 Maxwell 体作串联耦合的本构模型来模拟 PMMA 在单轴压缩加卸载循环试验中测得的 $\sigma-\epsilon_i$ 曲线。但是为了考虑随着塑性变形的积累而发展起来的应变硬化效应, 可如图 3(b) 对活化粘壶并联一个应变硬化弹簧。引用塑性力学中的幂函数强化体的模型, 可将该弹簧的应力-应变关系表为:

$$\sigma_i = \zeta \epsilon_i^n \quad (4.1)$$

式中的 σ_i 是因应变硬化效应而显示的内应力, ζ 和 n 分别是弹簧的应变硬化系数和指数。显然, 该弹簧还须满足塑性变形的不可恢复条件, 即所产生的应变在卸载时仍然保留。

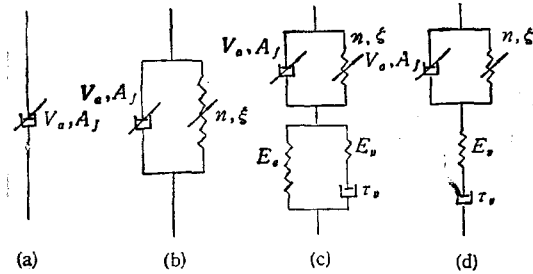


图3 本文讨论的本构模型示意图

(a) 活化粘壶 (b) 考虑应变硬化的活化粘壶, (c) 考虑应变硬化的活化粘壶和标准线性体的串联耦合, (d) 和 Maxwell 体的串联耦合

所以完整的模型是如图 3(c) 和(d) 所示, 是考虑应变硬化效应的活化粘壶和标准线性体或 Maxwell 体作串联耦合。

并认为模型中包含的各特征参数均随 $(T, \dot{\epsilon}_i)$ 而变化, 因而这是一个非线性和热、率相关的粘弹性和塑性相耦合的本构模型。

2. 本构理论方程

对于和标准线性体作串联耦合的模型, 微分形式的本构方程组可表为:

$$\sigma + \tau_v \dot{\sigma} = E_e \epsilon_e + (E_e + E_v) \tau_v \dot{\epsilon}_v, \quad (4.2)$$

$$\dot{\epsilon}_p = A_f \operatorname{sh} \left(\frac{\xi V_0 \sigma_e}{kT} \right) - A_f \left(\frac{\xi V_0 (\sigma - \sigma_i)}{kT} \right), \quad (4.3)$$

$$\epsilon_i = \epsilon_e + \epsilon_p = \epsilon_v + \epsilon_p, \quad (4.4)$$

$$\dot{\epsilon}_i = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_v + \dot{\epsilon}_p = \operatorname{const}, \quad (4.5)$$

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i \quad (4.6)$$

上列 (4.2) 和 (4.3) 式是分别对标准线性体和活化粘壶写出的本构方程, (4.4) 和 (4.6) 式

分别是应变的可加性和应力平衡的条件, (4.5) 是试验控制的条件。当然也可把 (4.2) 式视为起主导作用的本构方程, 而把 ε_p 看成是内参量, 它的演化方程就是 (4.3) 式; $\dot{\varepsilon}_p$ 中还包含一个内参量 σ_i , 它的演化方程已写成积分后的形式, 即前面的 (4.1) 式。

对于加载过程, 积分形式的本构方程经合并上列各式而可表为:

$$\sigma = E_c(\varepsilon_t - \varepsilon_p) + \int_0^t E_V(\dot{\varepsilon}_t - \dot{\varepsilon}_p) \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_V}\right) dt', \quad (4.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = A_f \operatorname{sh}\left(\frac{\xi V_a(\sigma - \zeta \varepsilon_p^n)}{kT}\right) \quad (4.8)$$

式中的 t 是时间变量。如再按照 $\dot{\varepsilon}_t = \text{const}$ 条件将积分变量 t 换成 ε_t , 最后可得:

$$\sigma = E_c(\varepsilon_t - \varepsilon_p) + E_V \int_0^{\varepsilon_t} \left\{ 1 - \frac{A_f}{\dot{\varepsilon}_t} \operatorname{sh}\left(\frac{\xi V_a(\sigma(\varepsilon'_t) - \zeta \varepsilon_p^n(\varepsilon'_t))}{kT}\right) \right\} \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_t - \varepsilon'_t}{\dot{\varepsilon}_t \tau_V}\right) d\varepsilon'_t, \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_p = \int_0^{\varepsilon_t} \frac{A_f}{\dot{\varepsilon}_t} \operatorname{sh}\left(\frac{\xi V_a(\sigma(\varepsilon'_t) - \zeta \varepsilon_p^n(\varepsilon'_t))}{kT}\right) d\varepsilon'_t \quad (4.10)$$

对于卸载过程, 当取恒定的负应变率 $\dot{\varepsilon}_t$ 时, 经推导可得积分形式的本构方程为:

$$\begin{aligned} \sigma = E_c(\varepsilon_t - \varepsilon_p) - E_V \tau_V \dot{\varepsilon}_t \left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_{Vm} - \varepsilon_V}{\dot{\varepsilon}_t \tau_V}\right) \right] \\ + E_V \int_0^{\varepsilon_{Vm}} \left\{ 1 - \frac{A_f}{\dot{\varepsilon}_t} \operatorname{sh}\left(\frac{\xi V_a(\sigma(\varepsilon'_t) - \zeta \varepsilon_p^n(\varepsilon'_t))}{kT}\right) \right\} \exp\left[-\frac{(\varepsilon_{Vm} - \varepsilon_V) - \varepsilon'_t}{\dot{\varepsilon}_t \tau_V}\right] d\varepsilon'_t \end{aligned} \quad (4.11)$$

式中的 ε_{Vm} 是卸载点所对应的粘弹应变。

如果是简化为和 Maxwell 作串联耦合的情况, 除了取消包含 E_c , ε_c 和 $\dot{\varepsilon}_c$ 的各项外, 上列各式仍然可用。

五、本构方程的拟合求解

本节结合室温和不同应变率下实测的应力-应变曲线讨论上述本构方程的拟合求解。

1. 拟合求解方法

实际求解各积分式, 仍须参照各具体 $(T, \dot{\varepsilon}_t)$ 条件下实测得到的 $\sigma-\varepsilon_t$ 曲线, 所以只能采用数值积分方法。更由于 (4.9) 和 (4.10) 两式的相互耦合, 还须作迭代运算, 即先以 $\sigma_i - \zeta \varepsilon_p^n = 0$ 代入 (4.10) 求出零级近似的 ε_{p0} , 代入 (4.9) 求 σ , 再代回 (4.10) 且考虑 σ_i 项求出一级近似的 ε_{p1} 。具体的求解步骤是先通过热激活塑性变形分析求得参数 V_a 和 A_f , 再通过实测的 $\sigma-\varepsilon_t$ 曲线换算得 $\dot{\varepsilon}_p-\varepsilon_t$ 和 $\varepsilon_p-\varepsilon_t$ 曲线, 然后采用 Simpson 法作数值积分拟合计算, 并作迭代运算, 最后可得能与实测曲线作比较的理论拟合曲线和各特征参数的最佳数值。

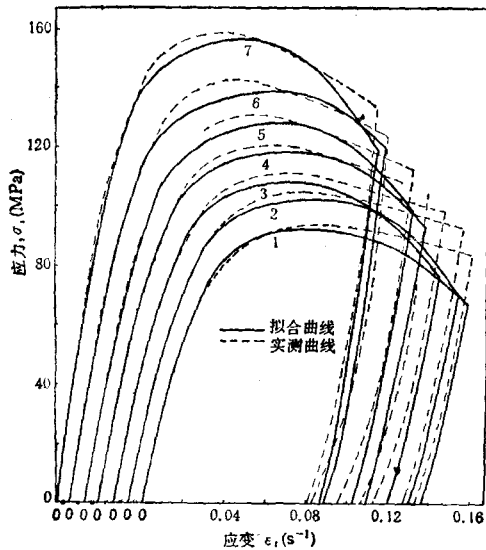
具体的拟合计算表明, 对于所研究的 PMMA, E_c 均等于 0, 也即标准线性体将蜕化为 Maxwell 体。这也表明, 实测的 $\sigma-\varepsilon_t$ 曲线实际上是反映了粘弹性和塑性相耦合的力学行为。本构方程中共包含七个材料参数: V_a , A_f , E_c , E_V , τ_V , n , ζ 。其中已明确 $E_c = 0$, E_V 将等加载曲线的起始斜率, 即加载模量 E_L ; V_a 和 A_f 可预先确定, 所

以真正要由实测曲线拟合确定的参数仅为 τ_v, n 和 ζ 三个.

2. 加载曲线

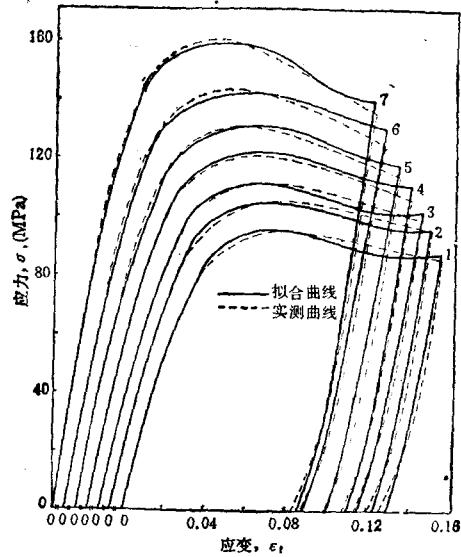
先考虑理想塑性体,也即容许材料内禀的软化效应充分发展的情况.取 $\zeta = 0$, 需要由拟合确定的仅为一个参数 τ_v . 对室温和不同应变率拟合计算得到的理论曲线与实测曲线的比较见图 4. 可看出屈服前的吻合情况甚好, 屈服后理论曲线逐渐偏离实测曲线而下降. 这是可以理解的, 因为理想塑性体容许应变软化效应有充分的发展.

再讨论幂函数强化体的情况. 要由拟合确定的参数为三个: τ_v, n, ζ . 对室温和不同应变率拟合计算得到的理论曲线与实测曲线的比较见图 5. 可看出屈服后的吻合情况大



- 1) 1.09×10^{-4} 2) 5.57×10^{-4} 3) 1.11×10^{-3}
- 4) 5.70×10^{-3} 5) 1.11×10^{-2} 6) 6.22×10^{-2}
- 7) 1.17×10^{-1}

图 4 室温下理想塑性体的理论曲线与实测曲线的比较



- 1) 1.09×10^{-4} 2) 5.57×10^{-4} 3) 1.11×10^{-3}
- 4) 5.70×10^{-3} 5) 1.11×10^{-2} 6) 6.22×10^{-2}
- 7) 1.17×10^{-1}

图 5 室温下幂函数强化体的理论曲线与实测曲线的比较

表 1 室温和不同应变率下拟合计算用到和得到的各材料参数的取值

应变率 (s^{-1})	1.09×10^{-4}	5.57×10^{-4}	1.11×10^{-3}	5.70×10^{-3}	1.11×10^{-2}	6.22×10^{-2}	1.17×10^{-1}
参数							
$V/\xi(nM^3)$	1.625	1.366	1.257	1.015	0.938	0.752	0.695
$A(s^{-1})$	2.700×10^{-11}	3.625×10^{-10}	1.034×10^{-9}	3.086×10^{-8}	6.300×10^{-8}	1.656×10^{-6}	2.128×10^{-6}
$E_r(MPa)$	0	0	0	0	0	0	0
$E_v(MPa)$	2885	2987	3100	3316	3430	3583	4432
$\tau(s)$	520	120	65	15	8.5	1.9	0.8
n	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
$\zeta(MPa)$	5.7	5.7	5.7	5.0	5.0	4.7	4.7

为改善, 全曲线的相关系数 $>99.5\%$, 最大应力偏差 $>5\text{MPa}$ 。这一良好结果除了反映本构模型的正确可用外, 还说明材料的应变硬化效应也是非线性的。拟合计算用到的和得到的各材料参数的取值总结于表 1。

3. 卸载曲线

以加载拟合计算得到的材料参数代入卸载的本构方程并作数值积分, 所得到的 $\sigma-\varepsilon_V$ 曲线实际上就是可与实测曲线作比较的 $\sigma-\varepsilon_t$ 曲线, 因为 ε_e 为 0, 卸载过程亦可近似认为不再产生 ε_p , 全部的应变变化均可归结为 ε_V 。拟合计算得到的理论卸载曲线与实测曲线的比较也已在图 4, 5 中绘出, 可看出吻合情况也是好的。

六、讨论和结论

应当指出, 本文建立的本构理论模型能对实测应力-应变曲线的基本行为特征作出良好而合理的说明。下面分别作些讨论。

先说明加卸载的模量: E_L 和 E_U 。按照本文的模型, 在近似认为 $\dot{\varepsilon}_p$ 取某一定值的解耦条件下求解 (4.9) 和 (4.11) 两式, 经整理可得:

$$\begin{aligned} E_L &= \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon_t} \right)_{\varepsilon_t=0} = E_V && \text{(加载),} \\ E_U &= \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon_t} \right)_{\varepsilon_t=\varepsilon_{tm}} = E_V \left[2 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_{tm}}{\dot{\varepsilon}_t \tau_V}\right) \right] && \text{(卸载)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

理论预期的结果除了通过拟合计算表明 E_L 和 E_U 均随 T 降低和 $\dot{\varepsilon}_t$ 升高而增大的一般规律外, 还表明 $E_L < E_U$ 以及其差值将随 ε_{tm} 而增大的变化趋势。这些都是与实测结果相一致的。

本文的理论也能预期到出现应力极大值。其条件是 $(d\sigma/d\varepsilon_t) - \dot{\sigma}/\dot{\varepsilon}_t = 0$, 在 (4.2) 式中取 $E_e = 0$ 可得:

$$\dot{\sigma} = E_V(\dot{\varepsilon}_t - \dot{\varepsilon}_p) - \frac{\sigma}{\tau_V} \quad (6.2)$$

在初始加载时, σ 和 $\dot{\varepsilon}_p$ 均接近为 0, $\dot{\sigma} > 0$; 当达到高应力时, σ 明显增大, 而且 $\dot{\varepsilon}_p \rightarrow \dot{\varepsilon}_t$, $\dot{\sigma} < 0$ 。所以中间必出现 $\dot{\sigma} = 0$ 的极大值点。但该极值点要比 $\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_t$ 的定义要求略为超前。

本文的模型还能对屈服后的应变软化效应作出新的理论解释^[10]。当粘弹性变形和塑性变形作串联耦合并控制 $\dot{\varepsilon}_t$ 恒定时, $\dot{\varepsilon}_V$ 和 $\dot{\varepsilon}_p$ 将成互相挤占关系。达到屈服点时, $\dot{\varepsilon}_p \rightarrow \dot{\varepsilon}_t$, $\dot{\varepsilon}_V \rightarrow 0$ 。粘弹变形是一种虽不可逆但可恢复的变形, 且必在对应的应力上表现出时间后滞效应。当进入屈服后状态时, 原处于不断降低状态的 $\dot{\varepsilon}_V$ 还必以滞后的方式反映为 σ 的降低, 这就是 $(d\sigma/d\varepsilon_t) < 0$ 的软化效应。 σ 的降低又导致 $\dot{\varepsilon}_p$ 的降低和 $\dot{\varepsilon}_V$ 的增大, 所以当 $\dot{\sigma}$ 下降至一定程度时又会重新上升恢复为 $(d\sigma/d\varepsilon_t) > 0$ 的应变硬化状态。可以把这种软化和硬化效应定名称为材料的粘弹软化和硬化效应。当然, 实测曲线中的软化效应还必包含由于塑性变形发热引起的温升软化效应, 以致可认为实际显示的软化效应应是两者的迭加。

对于加载曲线的整体走向, 可认为屈服前的非线性是粘弹性变形和塑性变形共同产

生的, 屈服后则主要体现了应变软化和硬化的抗衡: 先是软化占优势而表现为 $(d\sigma/d\varepsilon_t) < 0$ 的失稳变形; 而后达成平衡僵持状态; 最后又恢复为硬化占优势的 $(d\sigma/d\varepsilon_t) > 0$ 的稳定变形状态。

最后的结论指出, 能对整个加卸载循环的应力-应变曲线作出统一而完整描述的高聚物的本构理论, 在迄今为止的文献中并不多见。本文提出的理论模型, 在说明问题的广度和拟合实测结果的精度上, 都达到了相当好的程度。

致谢 本工作得到朱兆祥教授的热诚支持与指导, 谨表谢意。

参 考 文 献

- [1] Ferry J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers* (3rd edn.), John Wiley, New York, 1980
- [2] Ward I M. 固体高聚物的力学性能(第二版), 北京, 科学出版社, 1988
- [3] 朱锡雄, 朱国瑞. 高分子材料强度学, 杭州, 浙江大学出版社, 1991
- [4] Krauz A S, Eyring H. *Deformation Kinetics*, John Wiley, New York, 1975
- [5] Haward R N, Thackray G. *Proc. Roy. Soc.*, 1968, A202, 453
- [6] 陈江瑛, 黄旭昇, 朱国瑞, 朱锡雄. 宁波大学学报(理工版), 1990, 3(2): 57
- [7] 陈江瑛, 黄旭昇, 朱国瑞, 朱锡雄. 宁波大学学报(理工版), 1991, 4(1): 77
- [8] 王礼立, 朱锡雄, 施绍裘, 干苏, 包合胜. 航空学报 1991, 12(2): B27
- [9] 朱锡雄, 朱国瑞, 黄旭昇. 材料科学进展, 1991, 4(5): 56
- [10] 朱锡雄, 朱国瑞, 黄旭昇, 陈江瑛. 理论和应用力学学报, 1991, (2): 17

A NON-LINEAR VISCOELASTIC-PLASTIC CONSTITUTIVE MODEL FOR GLASSY POLYMER PMMA

Zhu Xixiong, Zhu Guorui, Huang Xusheng, Chen Jiangying

(Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract This paper discusses the expressions of macroscopic mechanics for the uniaxial-compression stress-strain behaviour of glassy polymer PMMA, i.e. the constitutive relations, according to the experimental data. A non-linear viscoelastic-plastic constitutive model composed of an activation dashpot by taking into account of the strain-hardening effect coupl in series with a standard linear solid or a Maxwell body is suggested. The comprehensive constitutive equations both in differential and integral forms are provided. When these equations are used to fit to the experimental stress-strain curves of loading-and-unloading cycle, the results show that the agreements are reasonably good.

Key words polymethyl methacrylate (PMMA), constitutive equation, viscoelastic deformation, plastic deformation, strain softening, strain hardening