

论粘性激波层理论的理论基础 及其进一步发展

刘 执 明 吴 礼 义

(北京航空航天大学流体所, 北京 100083)

提要 本文将 Davis 的量级分析方法改用匹配渐近展开方法, 作为一级近似推导出了高超音速化学反应粘性激波层方程。证明了粘性激波层方程是 NS 方程在匹配渐近意义上的一级近似方程。进一步讨论了这一方程的基本假设条件。本文首次推导出的二级近似方程, 是对 Davis 粘性激波层方程的修正。这种修正可以提高数值解的精度, 有助于对问题获得更全面的了解, 对进一步发展与完善高超音速钝头体绕流问题的数值求解方法起一定的作用。

关键词 高超音速流, 粘性激波层, 匹配渐近展开法

一、引 言

1970 年, Davis, R. T.^[1] 提出了粘性激波层理论。根据 Davis 的分析, 在高超音速钝头体绕流问题中, Prandtl 的边界层方法在数值求解上会遇到很大的困难。随着来流马赫数增大, 高超音速钝体绕流存在比较强的熵层效应, 这必然造成边界层内解与无粘流外解匹配上的困难。粘性激波层理论的建立, 解决了这个问题。通过采用统一的控制方程描述激波层内的流动问题, 避免了内解和外解的匹配。从此人们对粘性激波层理论进行了大量的理论和数值研究工作。

然而, 研究表明粘性激波层方程对解决某些问题也是有困难的。例如, 对于高雷诺数流动问题, 由于在物面附近物理量变化非常剧烈及其它一些特性, 用粘性激波层方法求数值解时就要求采用许多特殊的数值方法^[2,4]。有攻角绕流问题是另外一个例子, 这时背面流场激波层很厚并可能伴有侧向和轴向分离因而处理时显得更加困难^[3]。在进行粘性激波层数值求解研究中, 我们会遇到不少这种问题。

粘性激波层理论的建立是应用量级分析推导的结果, 因而不能说它在理论上是严谨的, 这一点在文献[5]关于量级分析方法的讨论中是明确指出来了的。本文的工作一方面是改用某种意义上来说比较严谨的匹配渐近展开法完善粘性激波层方程的理论推导。作为匹配渐近展开法的一级近似, 两种推导方法得出的结果完全一致。本文首次推导出的二级近似方程, 是对 Davis 粘性激波层方程的修正。二级近似方程提高了原来粘性激波层方程的精度, 我们期望它能扩展理论的应用范围, 能够揭示出一级近似方程所掩盖的某些流场现象, 为进一步发展高超音速化学反应流场的理论分析和计算起一定的作用。

本文于 1990 年 5 月 20 日收到, 1991 年 2 月 23 日收到修改稿。

二、粘性激波层方程及二级近似方程的推导

在某空间区域中,有多组元 N 个连续介质的混合物. 设在该域内的每一个点上,每个组元的所有性质,都是对各个自变量连续可微的函数. 我们在如图 1 所示的坐标系中来讨论问题. 图中 s 方向是指物面纵向, n 方向是指物面法向. ω 方向是指物面周向. 沿 s, n, ω 三个方向的速度分量分别为 u, v, w . 这里, α 是飞行器的迎角. 并只限于讨论对称性物体. β, θ 是互余的两个物面角. κ 表示物体子午面型线的曲率. r 表示型线到轴线的径向距离.

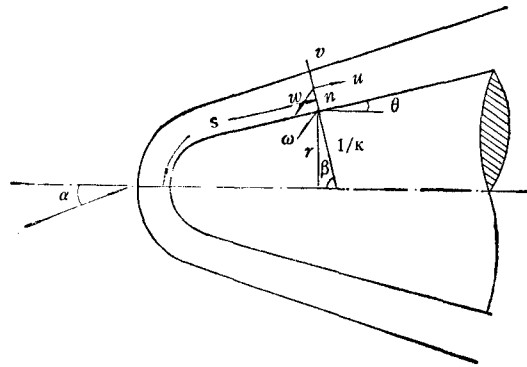


图 1 坐标系

在高超音速情况下,气流透过激波后流动在物面附近形成边界层,我们作这样一个基本假设,即边界层厚度 δ 与雷诺小参数 ε 之间的量级关系为:

$$O(\delta) = O(\varepsilon) \quad (1)$$

这里

$$\varepsilon = (\mu_{ref}^* / \rho_{ref}^* U_{ref}^* R_N^*)^{1/2}$$

式中, μ 为粘性系数, ρ 为密度, R_N^* 为头部半径, U^* 为来流速度.这样,在边界层内,我们选取雷诺小参数 ε 作为摄动参数,在边界层外的无粘流区,我们选取其内边界到物面的距离,即边界层厚度 δ 作为摄动参数.然后分别在边界层和无粘区求出摄动方程,用匹配方法求出复合方程.

1. 边界层摄动方程

在边界层内,我们进一步假设任一流场函数 $\varphi(s, n, \omega)$ 可以按摄动参数 ε 展开成

$$\varphi(s, n, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{\varphi}_m(s, n, \omega) \varepsilon^{m-1} \quad (2)$$

其中

$$O(\bar{\varphi}_m(s, n, \omega)) = 1 \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2a)$$

在边界层内根据雷诺数趋于无穷大 $\varepsilon \rightarrow 0$ 的极限情形我们不难推断

$$\bar{v}_1 = 0 \quad (2b)$$

除此而外,在边界层内对法向坐标进行放大,并引入以下坐标变换

$$s = \bar{s} \quad n = \bar{n}\varepsilon \quad \omega = \bar{\omega} \quad (2c)$$

将流场函数展开式(2)代入具有化学反应的连续方程、N-S 方程和能量方程(这些方程可参见[3])中, 我们总可以得到这些方程相应的关于摄动小参数 ε 的一级和二级近似方程。

2. 无粘区摄动方程

在无粘区内, 我们假设任一流场函数 $\varphi(s, n, \omega)$ 可以按摄动参数 δ 展开成下面的幂级数形式

$$\varphi(s, n, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \bar{\varphi}_m(s, n, \omega) \delta^{m-1} \quad (3)$$

其中

$$O(\bar{\varphi}_m(s, n, \omega)) = 1 \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (3a)$$

这里我们不认为法向速度和激波层厚度是小量。在无粘区, 将流场函数展开式(3)代入具有化学反应的连续方程、N-S 方程和能量方程(这些方程可参见[3])中, 我们同样可以得到这些方程的相应的关于摄动小参数 δ 的一级和二级近似方程。

前面我们已经从理论上导出了一级和二级边界层和无粘区摄动方程。这里, 我们按 VanDyke 渐近匹配展开法求复合解的思路, 求出激波层的复合控制方程。因此, 我们有关于方程的渐近匹配展开原理

$$F_i^{(n,m)} = F_0^{(n)} + F_i^{(m)} - (F_i^{(m)})_0^{(n)} \quad (4)$$

这里, $F_i^{(n,m)}$ 为复合方程, $F_0^{(n)}$ 为外场(无粘区) n 级方程, $F_i^{(m)}$ 是指内场(边界层) m 级方程, $n, m = 1, 2$, $(F_i^{(m)})_0^{(n)}$ 为 m 级内场方程的 n 级外展开。

3. 粘性激波层方程

在匹配边界层一级近似方程和无粘区一级近似方程前, 首先要将这两组方程用统一的形式表示出来。为此要应用到下面的关系式

$$\left. \begin{array}{l} \text{边界层} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \bar{\varphi}_1, \quad v_1 = \bar{v}_2\varepsilon \\ s = \bar{s}, \quad n = \bar{n}\varepsilon, \quad \omega = \bar{\omega} \end{array} \right\} \\ \text{无粘区} \quad \varphi_1 = \bar{\varphi}_1 \end{array} \right\} \quad (5)$$

由此可得激波层一级复合方程, 它就是粘性激波层方程, 见文献[8]。

4. 激波层二级近似复合方程

在匹配边界层二级近似方程和无粘区二级近似方程这两组方程时, 我们用下述关系式对方程进行处理

$$\left. \begin{array}{l} \text{边界层} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = \bar{\varphi}_2 \\ \varphi_1 = \bar{\varphi}_1 \\ v_1 = \bar{v}_2\varepsilon \\ v_2 = \bar{v}_3\varepsilon \\ n = \bar{n}\varepsilon \end{array} \right\} \\ \text{无粘区} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = \bar{\varphi}_2 \\ \varphi_1 = \bar{\varphi}_1 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (6)$$

由此可得激波层二级复合方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} [(\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1)(r + n \cos \theta)] + \frac{\partial}{\partial n} [(\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1)(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)] \\ + \frac{\partial}{\partial \omega} [(\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1)(1 + \kappa n)] = 0 \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \kappa n} (\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1) \frac{\partial y_1^k}{\partial s} + (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1) \frac{\partial y_1^k}{\partial n} + \frac{1}{r + n \cos \theta} (\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1) \frac{\partial y_1^k}{\partial \omega} \\ + \frac{1}{1 + \kappa n} \rho_1 u_1 \frac{\partial y_2^k}{\partial s} + \rho_1 v_1 \frac{\partial y_2^k}{\partial n} + \frac{1}{r + n \cos \theta} \rho_1 w_1 \frac{\partial y_2^k}{\partial \omega} \\ = w_2^k - \frac{1}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} \frac{\partial}{\partial n} [J_{n2}^k (1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)] \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1)}{1 + \kappa n} \frac{\partial u_1}{\partial s} + (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1) \frac{\partial u_1}{\partial n} + \frac{(\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1)}{r + n \cos \theta} \frac{\partial u_1}{\partial \omega} \\ - \frac{\rho_2 w_1^2}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} \frac{\partial (r + n \cos \theta)}{\partial s} + \frac{\rho_1 u_1}{1 + \kappa n} \frac{\partial u_2}{\partial s} \\ + \rho_1 v_1 \frac{\partial u_2}{\partial n} + \frac{\rho_1 w_1}{r + n \cos \theta} \frac{\partial u_2}{\partial \omega} - 2 \frac{\rho_1 w_1 w_2}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} \\ \times \frac{\partial (r + n \cos \theta)}{\partial s} + \frac{\kappa (\rho_1 u_1 v_2 + \rho_1 u_2 v_1 + \rho_2 u_1 v_1)}{1 + \kappa n} \\ = - \frac{1}{1 + \kappa n} \frac{\partial p_2}{\partial s} + \frac{1}{(1 + \kappa n)^2 (r + n \cos \theta)} \frac{\partial}{\partial n} \\ \times [\tau_{ns2} (1 + \kappa n)^2 (r + n \cos \theta)] \end{aligned} \quad (7c)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1)}{1 + \kappa n} \frac{\partial v_1}{\partial s} + (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1) \frac{\partial v_1}{\partial n} + \frac{(\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1)}{r + n \cos \theta} \frac{\partial v_1}{\partial \omega} \\ + \frac{\rho_1 u_1}{1 + \kappa n} \frac{\partial v_2}{\partial s} + \rho_1 v_1 \frac{\partial v_2}{\partial n} + \frac{\rho_1 w_1}{r + n \cos \theta} \frac{\partial v_2}{\partial \omega} - \frac{\kappa (\rho_2 u_1^2 + 2 \rho_1 u_2 u_1)}{1 + \kappa n} \\ - \frac{(\rho_2 w_1^2 + 2 \rho_1 w_2 w_1) \cos \theta}{r + n \cos \theta} = - \frac{\partial p_2}{\partial n} \end{aligned} \quad (7d)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1)}{1 + \kappa n} \frac{\partial w_1}{\partial s} + (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1) \frac{\partial w_1}{\partial n} + \frac{(\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1)}{r + n \cos \theta} \frac{\partial w_1}{\partial \omega} \\ + \frac{\rho_1 u_1}{1 + \kappa n} \frac{\partial w_2}{\partial s} + \rho_1 v_1 \frac{\partial w_2}{\partial n} + \frac{\rho_1 w_1}{r + n \cos \theta} \frac{\partial w_2}{\partial \omega} + \frac{(\rho_1 u_2 w_1 + \rho_2 u_1 w_1 + \rho_1 u_1 w_2)}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} \\ \times \frac{\partial (r + n \cos \theta)}{\partial s} + \frac{(\rho_1 w_1 v_2 + \rho_1 w_2 v_1 + \rho_2 w_1 v_1) \cos \theta}{r + n \cos \theta} = - \frac{1}{r + n \cos \theta} \frac{\partial p_2}{\partial \omega} \\ + \frac{1}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)^2} \frac{\partial}{\partial n} [\tau_{nw2} (1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)^2] \end{aligned} \quad (7e)$$

$$\frac{(\rho_1 u_2 + \rho_2 u_1)}{1 + \kappa n} C_p \frac{\partial T_1}{\partial s} + (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1) C_p \frac{\partial T_1}{\partial n} + \frac{(\rho_1 w_2 + \rho_2 w_1)}{r + n \cos \theta} C_p \frac{\partial T_1}{\partial \omega}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\rho_1 u_1}{1 + \kappa n} C_p \frac{\partial T_2}{\partial s} + \rho_1 v_1 C_p \frac{\partial T_2}{\partial n} + \frac{\rho_1 w_1}{r + n \cos \theta} C_p \frac{\partial T_2}{\partial \omega} \\
& - \left[\frac{u_2}{1 + \kappa n} \frac{\partial p_1}{\partial s} + v_2 \frac{\partial p_1}{\partial n} + \frac{w_2}{r + n \cos \theta} \frac{\partial p_1}{\partial \omega} \right] \\
& - \left[\frac{u_1}{1 + \kappa n} \frac{\partial p_2}{\partial s} + v_1 \frac{\partial p_2}{\partial n} + \frac{w_1}{r + n \cos \theta} \frac{\partial p_2}{\partial \omega} \right] \\
& = \frac{1}{(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta)} \frac{\partial}{\partial n} \left[(1 + \kappa n)(r + n \cos \theta) \lambda \frac{\partial T_2}{\partial n} \right] + \tau_{n12} \frac{\partial u_1}{\partial n} \\
& + \tau_{nw2} \frac{\partial w_1}{\partial n} + \tau_{n11} \frac{\partial u_2}{\partial n} + \tau_{nw1} \frac{\partial w_2}{\partial n} - \sum_{k=1}^N (h_2^k w_1^k + h_1^k w_2^k) \\
& - \sum_{k=1}^N \left(J_{n2}^k \frac{\partial h_1^k}{\partial n} + J_{n1}^k \frac{\partial h_2^k}{\partial n} \right) \tag{7f}
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} J_{n1}^k &= -\frac{\varepsilon^2 \mu}{\sigma} L e^{\varepsilon} \frac{\partial y_1^k}{\partial n} \\ J_{n2}^k &= -\frac{\varepsilon^2 \mu}{\sigma} L e^{\varepsilon} \frac{\partial y_2^k}{\partial n} \end{aligned} \right\} \tag{8a}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{n11} &= \varepsilon^2 \mu \frac{\partial u_1}{\partial n} \\ \tau_{n12} &= \varepsilon^2 \mu \left[\frac{\partial u_2}{\partial n} - \frac{\kappa u_1}{1 + \kappa n} \right] \end{aligned} \right\} \tag{8b}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{wn1} &= \varepsilon^2 \mu \frac{\partial w_1}{\partial n} \\ \tau_{wn2} &= \varepsilon^2 \mu \left[\frac{\partial w_2}{\partial n} - \frac{w_1 \cos \theta}{r + n \cos \theta} \right] \end{aligned} \right\} \tag{8c}$$

5. 边界条件

物面条件:

一级方程物面条件:

$$\begin{cases} u_{1s} = 0; & w_{1s} = 0; & v_1 = 0 \\ p_{1s} = p_w; & T_{1s} = T_w \end{cases}$$

二级方程物面条件:

$$\begin{cases} u_{2s} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2 - \bar{\theta}}{\bar{\theta}} \right) \frac{\varepsilon \mu_s}{\sqrt{\rho_s \rho_s}} \left[\frac{\partial u_1}{\partial n} - \frac{\kappa u_1}{(1 + \kappa n)} \right]_s, \\ w_{2s} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2 - \bar{\theta}}{\bar{\theta}} \right) \frac{\varepsilon \mu_s}{\sqrt{\rho_s \rho_s}} \left[\frac{\partial w_1}{\partial n} - \frac{w_1 \cos \theta}{(r + n \cos \theta)} \right]_s, \\ p_{2s} = \frac{4}{5\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \left(\frac{2 - \bar{\theta}}{\bar{\theta}} \right) \frac{\varepsilon \mu_s \sqrt{\rho_{1s}}}{\sigma T_{1s} \sqrt{\rho_{1s}}} \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_s, \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{2s} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \right) \left(\frac{2-\bar{\theta}}{\bar{\theta}} \right) \frac{\varepsilon \mu_s}{\sigma \sqrt{\rho_{1s} \rho_{2s}}} \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_{1s} \\ v_2 = 0 \end{cases}$$

激波边界条件:

在来流速度矢量与激波法向矢量构成的法平面中, ϕ 为两矢量的夹角, \hat{u} 为激波切向速度分量, θ 为激波法向速度分量. 修正的 R-H 条件为

$$\begin{aligned} \rho_{1s} \phi_{1s} &= -\sin \phi \\ \varepsilon^2 \mu_{1s} \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial n} \right)_{1s} + \sin \phi \hat{u}_{1s} &= \sin \phi \cos \phi \\ \frac{\varepsilon^2 \mu_{1s}}{\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{1s} + \sin \phi T_{1s} - \frac{\sin \phi}{2} (\hat{u}_{1s} - \cos \phi)^2 \\ &= \frac{\sin \phi}{2} \left(\frac{4\gamma \sin^2 \phi}{(\gamma+1)^2} + \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} - \frac{4(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2 M_\infty^2} - \frac{4}{(\gamma+1)^2 M_\infty^4 \sin^2 \phi} \right) \\ p_{1s} &= \frac{2 \sin^2 \phi}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma(\gamma+1)M_\infty^2} \\ \rho_{1s} &= \frac{\gamma p_{1s}}{(\gamma-1)T_{1s}} \end{aligned}$$

速度分量必须转换到物面坐标系中. 展开后可得

一级方程激波边界条件:

$$\begin{cases} u_1 = u_{1s}; v_1 = v_{1s}; w_1 = w_{1s} \\ p_1 = \frac{2 \sin^2 \phi}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma(\gamma+1)M_\infty^2} \\ T_1 = \frac{1}{2} (\hat{u}_{1s} - \cos \phi)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{4\gamma \sin^2 \phi}{(\gamma+1)^2} + \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2} \right. \\ \quad \left. - \frac{4(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2 M_\infty^2} - \frac{4}{(\gamma+1)^2 M_\infty^4 \sin^2 \phi} \right) \end{cases}$$

二级方程激波边界条件:

$$\begin{cases} u_2 = u_{2s}; v_2 = v_{2s}; w_2 = w_{2s}; p_2 = 0 \\ T_2 = \frac{\varepsilon \mu_{1s}}{\sigma \sin \phi} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{1s} \end{cases}$$

这里, 一阶和二阶的速度分量由相应的关系式隐式地给出, 参见文献[6].

三、问题与讨论

在明确了基本假设条件之后, 本文从 NS 方程出发, 应用匹配渐近展开法推导了一级和二级激波层近似方程. 一级激波层近似方程与 Davis 的完全粘性激波层方程 (Full Viscous Shock Layer) 完全一致. 比较而言, Davis 的薄粘性激波层方程 (Thin Viscous Shock Layer) 则要求激波层厚度很薄的假设, 即要求 $n_{1s} = O(\varepsilon)$, 这对于细长钝头体高超音速绕流问题而言是难以满足的.

在首先假设 $dn_{i,h}/ds = 0$ 的初始激波形状下用 Davis^[1] 的方法直接求解完全粘性激波层方程是相当困难的。因此 Davis 提出完全粘性激波层方程之后又补充提出了薄粘性激波层方程。通过首先求解薄粘性激波层方程, 然后采用薄粘性激波层解的法向速度 v 和激波层厚度 $n_{i,h}$ 去求解完全粘性激波层方程, 通过整体迭代消除薄层假设的影响, 这两组方程解的性质是不同的, 这可从解的压力剖面分布看出。后来的研究表明, 通过对控制方程进行并联或部分并联求解^[4,7], 并对初始激波形状作出比较合理的假设便可以克服直接求解完全粘性激波层方程的困难, 使得薄激波层假设成为完全不必要的了。

一级近似方程与二级近似方程(7)成立的基本条件为

- (1) 连续流假设成立
- (2) 量级关系(1)成立
- (3) 展开式(2)与(3)成立

不难证明, 一级近似方程在数学性质上是双曲抛物型的^[3]。二级近似方程具有同样的数学形式和数学性质, 所不同的是它是一组线性偏微分方程。由于一级近似方程与二级近似方程中周向动量方程均是抛物型方程, 使得它们对于背风面可能存在轴向与周向分离的大攻角钝头体绕流问题的求解存在局限性。但如果攻角不是很大, 分离区是一小分离泡, 则应该可以仿一般边界层的反解法来解。

我们目前的研究工作的一些初步结果已经表明, 引入二级近似方程求解后物面参数如物面传热率、摩擦阻力系数、波阻系数等的计算值比单纯的一级近似方程求解结果精度要高, 与 PNS 方程计算结果和实验结果符合得更好。因为引入二级近似方程解后, 流场的数值解 φ 成为

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \varepsilon \quad (9)$$

数值解对精确解的误差为:

$$\varphi - \varphi = O(\varepsilon^2) \quad (9a)$$

对于低雷诺数流动问题, 物面滑移和激波滑移效应是必须加以考虑的。在边界条件提法中它们是二阶效应。以往的研究工作中都是将这二阶效应在一级近似方程中加以考虑, 有了二级近似方程自然可以将二阶滑移效应配合二阶方程加以考虑, 初步研究表明, 这样可以改变原来对二阶效应的低估, 突出地表现了二阶滑移效应的实际存在。

二级粘性激波层近似方程同样可望在细长体高雷诺数流动问题与有攻角绕流问题的数值研究中发挥一定的作用。这些我们将另一篇文章中结合数值实验结果详细加以讨论。同时也恳求同行们对此提出宝贵的意见。

粘性激波层方程作为 NS 方程的一级近似方程, 已经得到广泛的应用。数值求解粘性激波层方程效率高时间省, 数值解的精度基本符合工程要求。有了二级近似方程对粘性激波层方程的修正, 必然可以得到更加广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] Davis R T. *AIAA J.*, 1970, 5.
- [2] Gupta R N, Lee K P and Moss J N. *AIAA, PAPER:87-2487.*
- [3] Williams F A. *Combustion Theory*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1965.
- [4] 刘执明, 吴其芬. *空气动力学学报*, 1989(3), 1990(1).

- [5] Dyke V. *Perturbation Methods in Fluid Mechanics*. Academic Press 1964.
[6] Rakich J V. NASA TN D-5341, Oct. 1969.
[7] Bhutta B A and Lewis C H. *J. Spacecraft*, 27(2) 1990. .
[8] Swaminathan S, Kim M D, Lewis C H. AIAA PAPER:82-0825, 83-0212.

ON THE THEORETICAL BASE OF VISCOUS SHOCK LAYER EQUATIONS AND THE FURTHER DEVELOPMENTS

Liu Zhiming Wu Liyi

(*Institute of Fluid Dynamics, BUAA Beijing, 100083*)

Abstract In the present paper, the method of matched asymptotic expansions is introduced to the Davis' viscous shock layer theory, and the result of the first order of approximation leads to the same hypersonic chemically reacting viscous shock layer equations as with the Davis' method. Although the resulting equations are the same, the fundamental assumptions of the latter method is more restrictive. The result of the second order approximation given for the first time in the present paper leads to a theoretical modification to Davis' viscous shock layer theory and it is also a method to enhance the numerical solution precision. It is expected that this modification could play a certain role in the development of the numerical solution method to the hypersonic viscous flow problems over blunted bodies and could help us understand the details of some flow problems.

Key words hypersonic flow, viscous shock layer, matched asymptotic expansions