

小角裂纹应力强度因子的权函数解

赵伟 吴学仁 颜鸣皋
(北京航空材料研究所 100095)

摘要 本文把作者近年来发展的三维权函数法推广应用于平板角裂纹问题, 计算了含小角裂纹的平板受远方拉伸及弯曲载荷下的应力强度因子, 所提供的解答覆盖了疲劳断裂的研究及工程应用中所关心的小角裂纹的范围. 本文的解与文献中的有限元结果进行了广泛的比较, 两者之间有极好的一致性.

关键词 三维权函数, 角裂纹, 小裂纹, 应力强度因子

1. 引言

因为含裂纹构件的疲劳寿命主要消耗在裂纹小的阶段, 所以在结构的损伤容限及耐久性分析中需要小裂纹的应力强度因子. 此外在小疲劳裂纹的研究中也需要小裂纹的应力强度因子.

近来 Raju, Atluri 和 Newman 用有限元法和有限元交替法计算了含小表面裂纹和角裂纹的平板受远方拉伸和弯曲载荷下的应力强度因子^[1]. 文献[1]中计算的裂纹形状和尺寸参数为 $c/b < 0.2, a/c = 0.2, 0.4, 0.6, 1, a/t = 0.05, 0.1, 0.2$. 本文把作者发展的三维裂纹分析的权函数法应用于平板角裂纹问题, 不仅计算了上述受载情况及几何参数的角裂纹的应力强度因子, 并补充了 $a/c = 2$ 和 $a/t = 0.01$ 共计 16 种情况的解, 使所提供的解答基本概括了疲劳断裂的研究和工程应用中所关心的小角裂纹的范围.

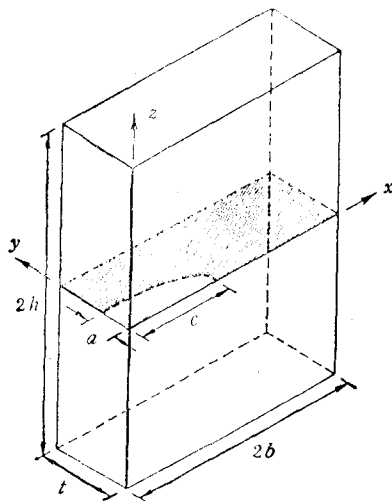


图1 平板角裂纹

2. 三维权函数法

因为本文采用的三维权函数法在文献[2, 3]中有全面的介绍, 并在文献[4—6]中针对不同问题的应用又做了详细的描述, 此处仅就待求解的问题做一简要说明.

图1表示了平板角裂纹问题. 相应的片条分割如图2所示, 其中 R_a 和 R_c 为约束面积, 下标 a 和 c 用来表示与 a 轴或 c 轴相平行的片条的有关参量. 图3是典型的片条. 片条的权函数为

本文于1990年8月13日收到.

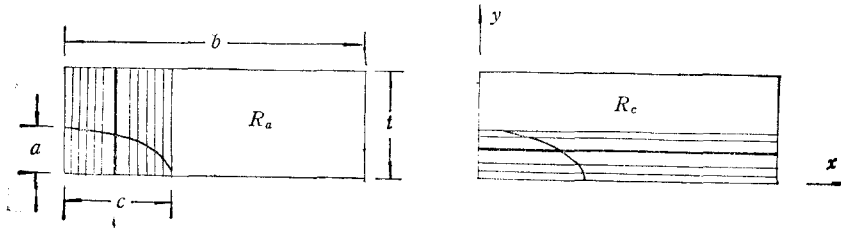


图 2 片条的划分及约束面积

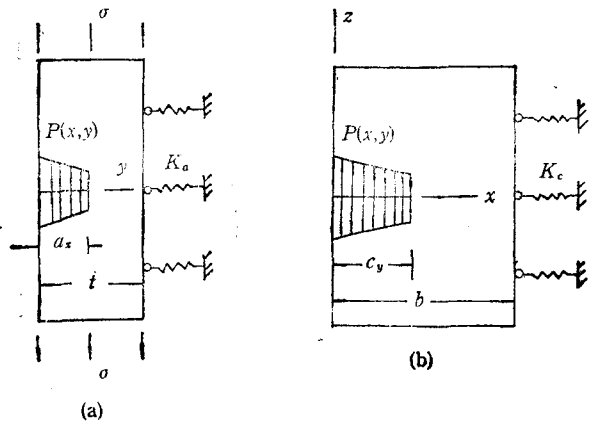


图 3 典型片条, (a) 基本片, (b) 弹簧片

$$W_i = W_{double} + T(R_i)(W_{free} - W_{double}) \quad (1)$$

式中下标 $i = a, c$; W_{double} 为双边裂纹的权函数, W_{free} 为单边裂纹的权函数; $T(R_i)$ 为转变因子, 取为

$$T(R_i) = B^{-R_i} \quad (2)$$

通过对 $c/b = 0.1, a/c = 0.2, a/t = 0.2$ 的角裂纹在远方拉伸情况下的有限元结果^[4]的标定计算得到 $B = 1.20$.

角裂纹的应力强度因子可由片条的应力强度因子按下式得到

$$K(\varphi) = \frac{1}{1 - \eta^2} \left[K_a^2(x_x) + \left\{ \frac{E}{E_s} K_c(c_y) \right\}^2 \right]^{1/4} (-1)^n \quad (3)$$

$$\varphi = 0^\circ, 90^\circ \text{ 时 } \eta = 0; 0^\circ < \varphi < 90^\circ \text{ 时 } \eta = \nu$$

$$K_i \leq 0 \text{ 时 } n = 1; K_i > 0 \text{ 时 } n = 2$$

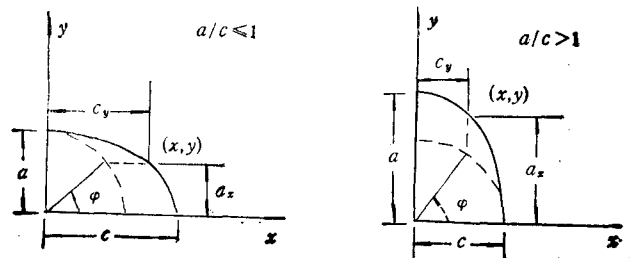


图 4 裂纹参数的定义

表 1 角裂纹的无量纲应力强度因子, $c/b = 0.1$, $a/t = 0.01$

φ°	a/c			
	0.2	0.4	0.6	1
0.1	0.540	0.744	0.895	1.128
11.3	0.603	0.764	0.907	1.143
22.5	0.726	0.811	0.912	1.111
33.8	0.839	0.881	0.945	1.096
45.0	0.935	0.953	0.989	1.089
56.3	1.015	1.022	1.040	1.099
67.5	1.070	1.075	1.086	1.117
78.8	1.117	1.127	1.137	1.155
89.9	1.081	1.109	1.128	1.155
0.1	0.539	0.742	0.892	1.125
11.3	0.601	0.761	0.903	1.138
22.5	0.722	0.806	0.907	1.103
33.8	0.833	0.874	0.937	1.087
45.0	0.927	0.944	0.979	1.078
56.3	1.003	1.010	1.028	1.085
67.5	1.058	1.062	1.072	1.102
78.8	1.103	1.113	1.122	1.139
89.9	1.067	1.095	1.113	1.138

表 2 角裂纹的无量纲应力强度因子, $c/b = 0.1$, $a/c = 2$

φ°	a/t			
	0.01	0.05	0.1	0.2
0.1	0.792	0.792	0.792	0.792
11.3	0.801	0.801	0.801	0.802
22.5	0.764	0.764	0.764	0.764
33.8	0.729	0.728	0.729	0.729
45.0	0.685	0.685	0.686	0.686
56.3	0.644	0.644	0.644	0.645
67.5	0.609	0.609	0.609	0.610
78.8	0.592	0.592	0.592	0.593
89.9	0.582	0.582	0.582	0.583
0.1	0.790	0.782	0.772	0.753
11.3	0.798	0.783	0.765	0.730
22.5	0.759	0.738	0.712	0.661
33.8	0.722	0.696	0.663	0.598
45.0	0.678	0.647	0.610	0.535
56.3	0.636	0.603	0.562	0.480
67.5	0.600	0.566	0.524	0.440
78.8	0.583	0.549	0.506	0.421
89.9	0.573	0.538	0.495	0.410

其中 ν 为泊松比。裂纹参量角 φ , 片条裂纹长度 a_x 和 c_y 的定义见图 4。详细求解过程可见 [2—6]。

3. 结果及讨论

所提供的结果用以下无量纲的形式表示

$$F = K/(\sigma\sqrt{\pi a/Q}) \quad (4)$$

式中 $Q = \phi^2$, ϕ 为第二类完全椭圆积分; σ 为参考应力, 对于远方拉伸的情况取为拉力, 对于纯弯曲情况取为最大弯曲应力。新补充的解答列在表 1 和 2 中, 与文献中已有结果的比较示于图 5 和 6 中。由于 $a/t = 0.05, 0.1$ 和 0.2 三种裂纹深度的结果具有相同的趋势, 此处仅给出 $a/t = 0.2$ 时本文结果与有限元解的比较。 $a/t = 0.05$ 和 0.1 时两种方法所得结果的一致性优于或与 $a/t = 0.2$ 时相当。

图 5 是远方拉伸的结果。由图可见, 所比较的四种裂纹形状的结果有很好的—致性, 除各别表面点之外, 权函数与有限元结果 [1] 的差别在 4% 之内。图 6 是纯弯曲情况的结果, 可见两种方法所得结果也吻合的很好, 除 $a/c = 1$ 的情况外, 权函数与有限元的差别在 5% 之内。 $a/c = 1$ 时两种方法的差别也小于 6%。

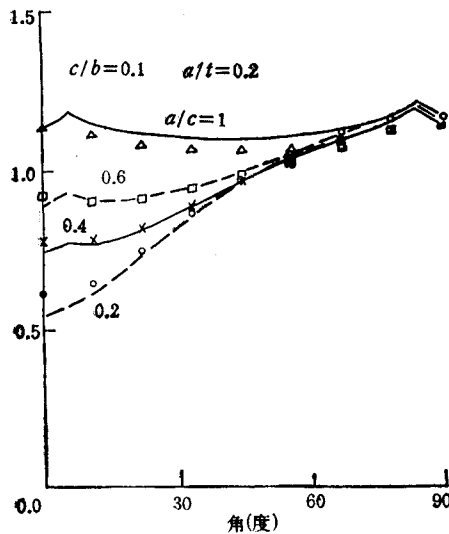


图 5 远方拉伸情况下角裂纹的无量纲应力强度因子与有限元结果 [1] 的比较

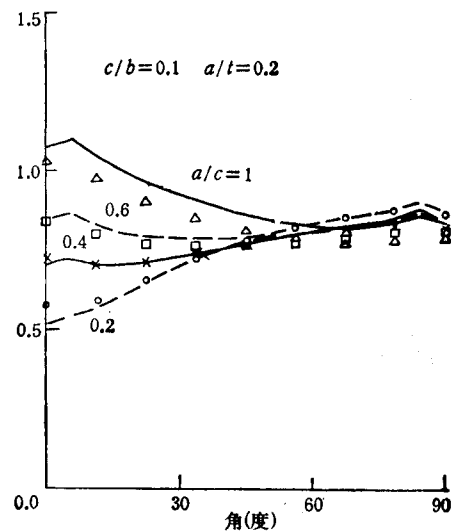


图 6 弯曲情况下角裂纹的无量纲应力强度因子与有限元结果 [1] 的比较

参 考 文 献

- [1] Raju, I. S., Atluri, S. N., and Newman, Jr. J. C., Stress-intensity factors for small surface and corner cracks in plates, *Fracture Mechanics*, 20th Conference, ASTM STP XXXX.
- [2] 赵伟, 三维裂纹分析的权函数理论及应用, 北京航空材料研究所博士学位论文 (1988).
- [3] Zhao, W Wu X R and Yan M G Weight function method for three dimensional crack problems-I. basic formulation and application to an embedded elliptical crack in finite plates, *Engng. Fracture Mech.*, 1989, 34: 593—607
- [4] Zhao W Wu X R and Yan M G Weight function method for three dimensional crack problems -II. application to surface cracks at a hole under stress gradients, *Engng. Fracture Mech.*, 1989, 34: 609—624
- [5] Zhao W and Wu X R Stress intensity factor evaluation by weight function for surface crack in edge

notch. to appear in *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 1990.

- [6] Zhao W and Wu X R Stress intensity factors for corner cracks at a semi-circular notch under stress gradients. to appear in *Fatigue and Fracture Engng. Mater. Struc* 1990.

SOLUTION OF STRESS INTENSITY FACTORS BY WEIGHT FUNCTION FOR SMALL CORNER CRACKS IN PLATES

Zhao Wei, Wu Xueren Yan Minggao

(*Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, CHINA*)

Abstract The three-dimensional weight function method developed in [2,3] is used to determine stress intensity factors for small corner cracks in plates subjected to remote tension and bending. The geometry parameters considered are $c/b = 0.1$; $a/c = 0.2, 0.4, 0.6, 1, 2$; $a/t = 0.01, 0.05, 0.1$ and 0.2 , which cover the range of small surface crack problems commonly encountered in fatigue and fracture studies and applications. The results are compared with the finite element solutions in [1]. Very good agreement is observed. The results presented in this paper should be useful in damage tolerance and durability analysis of aircraft structures and in the study of small fatigue cracks.

Key words Three-dimensional weight function, Corner crack, Small crack, Stress intensity factor