

# 跨音涡轮叶栅底压的无粘模型

徐力平

(北京航空航天大学)

**摘要** 本文提出一个无粘的底部压力模型。证明了在给定反压的情况下,超音出口的涡轮叶栅的叶片尾缘的底压以及叶型损失可由该模型确定。与无粘的流场计算相结合,可用该模型计算二维叶栅的底压。对模型的参数研究表明:具有正曲率的喉道下游叶背型面将有利于减少损失;而出口为音速时流动则最为不利。

**关键词** 底压,无粘模型,跨音涡轮叶栅,尾缘损失

## 一、引言

典型的跨音涡轮叶片,在出口 Mach 数接近 1 时,其叶型损失会有一个较大的增长速率,甚至出现一个凸包。这种现象在现代带厚尾缘的高负荷气冷涡轮叶片中尤为突出。早期的研究将这一损失的增加归咎于激波损失的出现。但实际上波前法向 Mach 数往往是较低的,激波损失本身并不能构成对于总损失的举足轻重的贡献。近年的研究表明损失增量之源主要由两部分构成:一是由激波-附面层干扰引起的附面层分离;一是由超音分离在厚尾缘处形成的低底压<sup>[1,2,3]</sup>。由于近年来计算手段的发展,涡轮叶片型面的设计都可能做到是“定制”式的,这样就有可能通过修整型面对叶背上的激波-附面层干扰加以控制。如此,底压在损失增长方面的作用就显得更为突出。事实上,实验分析表明对于典型的跨音涡轮叶片,在尾缘后产生的损失可占总叶型的三分之二。而这三分之二的损失,包括压阻、外行激波的波阻损失和尾迹中的掺混损失,都直接或间接地与底压相联系<sup>[3]</sup>。

跨音涡轮叶片的底压问题,是一个带厚来流附面层的低超音速底压问题。在厚尾缘前分离时,吸力面上的气流 Mach 数大于 1 而压力面上的气流则刚好达到音速。气流经过急剧加速后分离,形成一个三角形准等压区,通常称之为底压区,此间压力即为底压。从叶盆叶背分离的气流在底压三角区的尖点合流,折向共同的方向并产生一对外行和内行的尾缘激波,如图 1 所示。底压越高,其自身作用在尾缘上的压阻越小,另一方面,对应于较高的底压,底

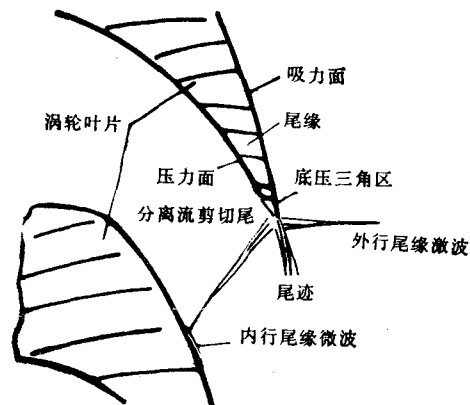


图1 底压区流动示意图

本文于1989年11月10日收到。

压三角区将向下游伸展,使合流时气流转折角以至激波强度为较少。这些流态总的来说近年来已为人熟知,但底压的预估则一直是令人困扰的难题。如果底压已知,则从理论上认为尾缘底压三角区的形状及其外的无粘流场就可以被确定,而且叶型损失可以被相当准确地求出。事实上用数值方法预估叶型损失,底压预估的准确与否是至关重要的<sup>[4]</sup>。底压三角区及其附近的流动无疑是被粘性所控制的,底压预估只能依赖经验关联或通过求解带有可靠湍流模型的 N-S 方程的数值计算得出。但是,目前的计算手段对此是无能为力的。传统的超音底压理论如[9]及其依赖的经验关联数据都来自外流的模型和实验,情况不如涡轮后气流复杂,对涡轮叶片的底压而言并无代表性。也有人更直接用涡轮的测量数据来做关联<sup>[1]</sup>。但这样做未直接计入很多影响底压的因素,如来流分离前的 Mach 数,附面层性状,尾缘形状和厚度等。这样的关联就带有一定的局限性,而且对理解问题的物理本质并无太多裨益。

对于这么一个复杂的粘性问题的,本文将讨论用一个无粘模型<sup>[2,3]</sup>去描述它的可行性和合理性,进而讨论用无粘数值方法来预估底压及损失的可行性。通过对无粘模型的分析,还可以获得一些对于叶型设计有启发指导意义的结果。

## 二、无粘模型

尽管表面上看起来极不合理,当不需要知道具体的局部细节时,事实上无粘的守恒律

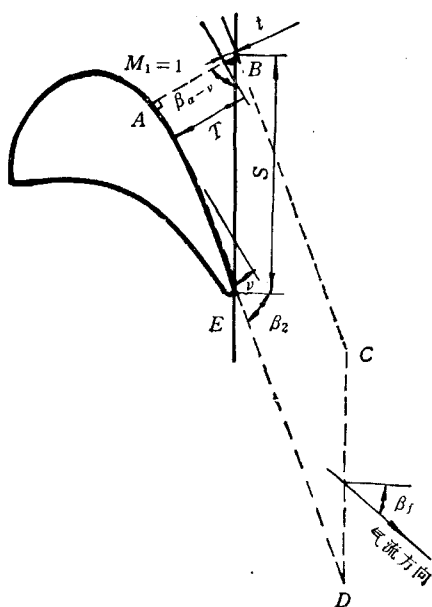


图 2 无粘模型所用控制体  
t: 尾缘厚度, T: 喉道高度, S: 栅距

还是可以反映一些全局性的物理本质的。在无粘、绝热的假设之外,模型的基本假设是:(1)几何喉道即为音速线,在此线上气动参数均匀;(2)自喉道至尾缘在叶背上的剪切力略去不计。第一个假设不是基本的,而是为计算简单、得到解析表达而设的。事实上,音速线虽非直线,但在几何喉道上各气动参数,特别是流量函数离音速值不会有明显的偏离。因此,这一假设是接近实际情况的。第二个假设是无粘模型的必然结果,与真实情况的偏离,视具体叶型上的流动不同而异。一般而言,对于在喉道后有较强激波-附面层干扰或出口气流角较小的叶型,这一假设较为合理。因为,这样的叶型上该部分剪切力事实上就很小,可忽略不计。模型及其符号表达如图 2 所示。在一个叶片通道内自喉道至下游无穷远处取控制体 ABCDEA。为计算损失,设在 CD 面上各流动参数已掺混完毕而均匀分布。由几何关系可知:

$$T + t = S \frac{\cos \beta_2}{\cos \nu}, \quad AE = S \cdot \frac{\sin(\beta_2 - \nu)}{\cos \nu}.$$

令  $C = \frac{T}{S}$ , 在喉道与下游 CD 面间,应有下列守恒关系成立:

(1) 质量连续.

$$\sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} P_{01} F(M_1)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} M_1 S \cdot C = \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} P_{02} F(M_2)^{\frac{-(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} M_2 \cdot S \cdot \cos \beta_f$$

其中

$$F(M) = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2; \quad F(M_1) = F(1) = 1 + \frac{\gamma-1}{2}.$$

上式可重写为.

$$\cos \beta_f = \frac{C}{M_2} \cdot \frac{P_{01}}{P_{02}} [F(M_2)/F(1)]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1)$$

(2) 流向(喉道法向)动量平衡.

$$\begin{aligned} P_{01} \cdot S \cdot \left[ C F(1)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \cdot (1 + \gamma) + C \frac{P_b}{P_{01}} \cdot \frac{t}{T} + \frac{P_t}{P_{01}} \cdot \sin(\beta_2 - \nu) \cdot \lg \nu \right] \\ = P_{02} \cdot S \cdot F(M_2)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} [\cos(\beta_2 - \nu) + \gamma M_2^2 \cdot \cos \beta_f \cos(\beta_2 - \nu - \beta_f)] \quad (2) \end{aligned}$$

其中  $P_t$  为作用于吸力面  $AE$  上的平均压力,

$$P_t = \frac{1}{\widehat{AE}} \int_A^E P ds$$

(3) 喉道方向动量平衡.

$$\begin{aligned} P_t \sin(\beta_2 - \nu) \cdot s = P_{02} \cdot S \cdot F(M_2)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} [\sin(\beta_2 - \nu) \\ + \gamma M_2^2 \cos \beta_f \cdot \sin(\beta_2 - \nu - \beta_f)] \end{aligned}$$

上式可简化为

$$\sin(\beta_2 - \nu - \beta_f) = (P_t/P_{02} - 1) \cdot \sin(\beta_2 - \nu) / (\gamma M_2^2 \cdot \cos \beta_f) \quad (3)$$

当给定叶栅几何后,如果已知  $P_{01}$ ,  $P_t$  和背压  $P_2$ , 则未知量  $\beta_f$ ,  $P_b$  和  $P_{02}$  可由上述三个方程解出.  $M_2$  可由等熵关系从  $P_2/P_{02}$  解出. 这样, 我们得到一个出乎意料的结论: 即给定背压, 则底压与叶栅损失即可确定, 而不必求诸粘性关系. 反之, 如果给定底压, 则存在唯一的出口背压和叶栅损失、气流角等. 而且底压值竟与尾缘形状无关, 因为它们并不出现于上列守恒关系之中!

实际上我们尚有一个问题没有解决即叶背平均压力  $P_t$  的确定. 如同引言所述, 实际上  $P_t$  亦是型面几何与底压  $P_b$  的函数(尾缘形状的影响亦在此隐式引入). 要寻找一个简单的  $P_t$ - $P_b$  关系是不可能的, 而计算表明  $P_b$  对  $P_t$  的变化极其敏感, 使得任何工程关联来求  $P_t$ - $P_b$  关系都显得没有实际意义. 因此, 不太可能直接应用(1)~(3)式求解底压问题. 然而, 它可以指出一些规律性的现象, 对理解问题的本质不无启发.

### 三、一维流动的极限情况

在(1)~(3)式中令  $\beta_2$  和  $\nu$  为零, 并设叶片为平板, 则可得一维平面叶栅, 此时(1)~(3)式退化为

$$P_{02}/P_{01} = \frac{C}{M_2} [F(M_2)/F(1)]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (4)$$

$$\frac{P_b}{P_{01}} = \frac{(P_{02}/P_{01}) \cdot F(M_2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot [1 + \gamma M_2^2] - CF(1)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}(1 + \gamma)}{t/S} \quad (5)$$

此时  $C = \frac{T}{S}$  退化成  $C = (S - t)/S$ 。由于此时一维喉道位于两平板尾缘的连线上, 上节开始所作两个假设均自动满足。由(4)、(5)两式所得之解将是精确解, 允许了激波、等熵膨胀, 粘性效应等在控制体内的存在而无任何限制。从两式中可以看出, 一旦背压(或出口 Mach 数  $M_2$ ) 给定, 在尾缘后的一切损失和底压就已确定。虽然在控制体边界上不计

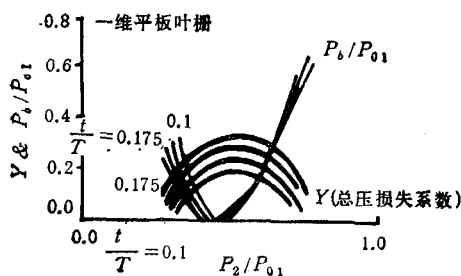


图3 不同堵塞比时底压与总压损失系数随背压变化规律

粘性效应, 在控制体内是允许粘性起作用的, 只不过将其视为一个黑箱而已。实际上方程(1)–(3)和(5)、(6)分别对应于斜激波和正激波方程, 但允许通过“激波”(间断)时流道面积有变化(激波本身也是一种粘性现象, 但若不计其内部的详细过程, 其宏观表现是完全可用无粘的气动方程组描述的, 激波损失也完全由波前后压比所确定)。在一维的情况下由于底压与损失可由背压完全确定, 无需其它附加假设。说明此时底压值和总压损失

确实与尾缘形状无关; 尽管由于尾缘形状不同局部流动可能大不相同, 但在宏观上的效果是一样的。图3画出了在不同的尾缘堵塞比的情况下总压损失系数和底压随背压变化的规律。在实际中使  $P_b = 0$  的出口音速的情况是不能维持的。当背压下降时, 出口条件将有一个从亚音到超音的跳跃, 对应于原来通道内的正激波(弓形波)冲出出口边界。

#### 四、对模型的讨论

由一维的简化问题用无粘模型来描述底压现象的合理性已得到验证, 我们可以进而对(1)–(3)式进行一些讨论。

1. 从式中可以直接看出当  $M_2$  一定时, 叶片出口与轴向夹角  $\beta_2$  越大, 则损失也越高。底压越低而气流落后角  $(\beta_2 - \beta_1)$  越大, 见图4。

2. 从图4中还可以看到与一维的情况类似, 在出口 Mach 数为1时底压有一个低谷, 这与文献[1]中给出的关联的趋势是一致的。底压最低点对应的出口 Mach 数略高于1, 但对应的损失并非最大。因为在二维情况下斜激波可以按背压调整角度而使最大损失对应于等熵出口 Mach 数为1附近, 此时激波损失和底压损失都较大。

3.  $P_1$  越低, 则气流落后角越小, 损失越小, 相应底压也越高, 因此降低  $P_1$  将是有利的。降低  $P_1$  的途径, 一是由相邻叶片尾缘上发出的膨胀波系, 但尾缘分离前的膨胀由底压控制, 过度膨胀意味着产生低的底压; 二是由叶背曲率。喉道后叶背继续保持正曲率, 则可使气流在其上作 Prandtl-Meyer 膨胀, 达到加速减压的目的, 如图5所示。  $P_1$  的影响, 也可对某些圆弧尾缘比方尾缘产生较高底压作出解释。

4. 喉道下游叶背曲率可由叶型转角  $\nu$  来表示, 当选定  $P_1/P_2 = 0.98$  时, 由  $\nu$  引起的  $P_b$  和  $Y$  (总压损失系数) 的变化由图6所示, 明显可见  $\nu$  对底压的影响是很大的, 底压随

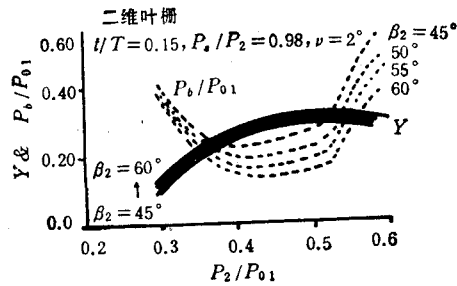


图 4 不同叶片出口角下底压与总压损失系数随背压变化规律

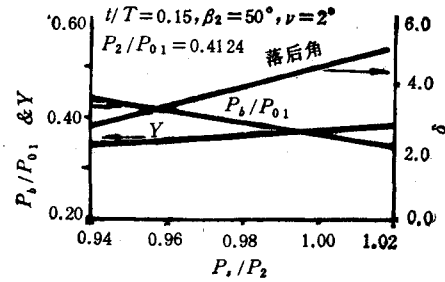


图 5 叶背喉道下游平均压力对底压、损失和落后角的影响

$\nu$  的增大而上升。但  $Y$  与出口气流落后角的变化却与预料中随  $\nu$  增大而下降的趋势相反, 这是由于选定一个固定的  $P_1$  值而没有计入当  $\nu$  变大时  $P_1$  将随之下降这一因素的缘故。

### 五、数值方法的可行性

从上节讨论可知, 求解(1)~(3)式的唯一障碍是叶背压力分布不能由简单的解析方法算出。但是, 目前数值方法的发展已基本解决了叶型表面压力分布的问题。因此与简单的无粘数值方法结合, 问题将有可能得到解决。

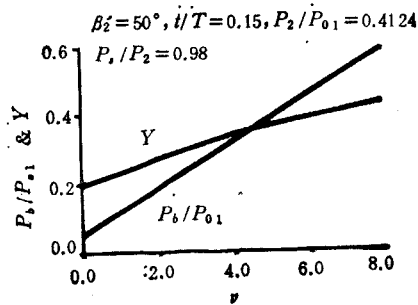


图 6 喉道下游叶背曲率对底压与损失的影响

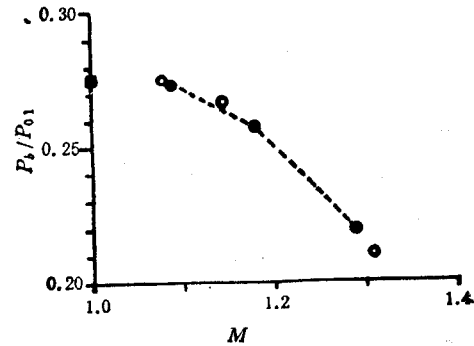


图 7 底压随叶背尾缘 Mach 数的变化 (平板模型  $t/T = 0.1$ )

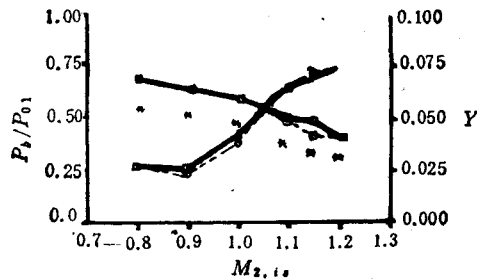


图 8 涡轮叶栅底压与损失的计算与实验之比较: R-R RD 叶片  
□ 测量值 ○ 预测值 \* 底压理论 [9]

途径之一是维持几何喉道为音速线的假设,自喉道处开始用特征线法解出流场,这样可以精确解出底压与  $P_1$  以及叶型几何的关系。由于边界条件规定的要求,具体做法将是规定底压而后可以算出底压区形状、尾缘激波及背压  $P_2$  来,而不能是规定背压求底压(参见[6]),这一方法似乎更适合于发展成解决设计问题的工具。

另一途径是用无粘的有限体积法求解 Euler 方程组(如[7])。由于在计算收敛时,保证了在每个计算体积内流量、动量和能量的守恒,若不计数值粘性所造成的损失,则在总体上(1)–(3)能自动得到满足。因此,由 Euler 方程解可以直接得出底压值来。其值与真实值的接近程度取决于叶型表面压力分布预估的准确度。就目前此类计算的水平而言,若在叶背没有强的激波-附面层干扰,则叶型表面压力分布的计算值可以相当准确。如果在计算中小心控制人工粘性,计算所得的底压值不会有太大的误差。图 7 所示是一个模拟跨音涡轮尾缘的平板模型的底压测量值与其 Euler 数值解的比较。尾缘一侧模拟叶盆,保持 Mach 数为 1,另一侧模拟叶背, Mach 数分别为 1.09、1.15 和 1.31<sup>[6]</sup>。数值解<sup>[7]</sup>的结果与实验相比相差很小。图 8 给出一个典型的涡轮转子中径型面的底压与损失的实验与计算的比较。损失预估计入了附面层的影响而底压值则直接由无粘的流场计算给出,详见[8]。虽然在出口超音段底压值的预估与实际测量相比稍偏高,但与经典的底压理论<sup>[9]</sup>给出的预估值相比,还是要更好一些。损失预估与实验值相符亦很好。

## 六、结 论

1. 若不计局部细节,无粘模型可以正确地给出流动的宏观结果,尽管在流动过程中粘性在局部占主导地位。这一认识被无粘的激波模型所证实,亦由本文的无粘底压模型证实。

2. 本文提出的模型指出在出口气流达音速时底压与损失最为不利,这一点亦为实验结果所暗示。因此在设计时应尽量避免出现出口 Mach 数接近 1 的情况,以期得到较小的损失。

3. 降低叶背平均压力使气流偏转角增大损失降低,对应着高的底压,因而是有利的。造成叶背超音加速的方法,一是增大叶背曲率,二是仔细安排由相邻叶片尾缘发出的膨胀波系。但是增大叶背曲率将受到其它因素如尾缘堵塞比和流量及出气角的限制,不能任意作大范围调整。第二种方法的调节范围将更小且更困难。

4. 流动粘性的影响如用叶型表面的附面层积分参数来表示,则可很方便地在本模型内计入,叶栅的叶型损失因此可以直接算出。

致谢 本文是笔者与英国剑桥大学工程系 J. D. Denton 博士多年讨论的结果。对他的悉心指教和热情鼓励,谨致谢意。

## 参 考 文 献

- [1] Sieverding, C. et al, The base pressure problem in transonic cascade, ASME Paper 79-GT-120.
- [2] Paige, R. W., A computational method for the aerodynamic design of transonic turbine blades, Ph. D. Thesis, University of Cambridge (1983).
- [3] Xu, L., The base pressure and trailing edge loss of transonic turbine blades, Ph. D. Thesis, University of Cambridge, (1986).

- [4] Martelli, F. and Boretti, A., A simple procedure to compute losses in transonic turbine cascades, ASME Paper 85-GT-21.
- [5] Denton, J. D. and Xu, L., The trailing edge loss of transonic turbine blades, ASME Paper 89-GT-278.
- [6] Bossehaerts, W. R. M. et al., Comparison of two explicit Euler Solvers with a hybrid approach to calculate transonic cascade flows with embedded shocks, 1 Mech E Paper C284/87.
- [7] Denton, J. D., An improved time marching method for turbomachinery flow calculation, ASME Paper 82-GT-239.
- [8] Xu, L. and Denton, J. D., Numerical prediction of turbine profile loss, ASME Paper 90-GT-311.
- [9] Carriere, P., Analyse theorique du decollement et du recollement turbulent au bord d'un aux vitesses supersoniques, in Flow Research on Blading, ed. L. S. Dzung, Elsevier (1970).

## AN INVISCID MODEL FOR THE BASE PRESSURE OF TRANSONIC TURBINE CASCADE

Xu Liping

*(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)*

**Abstract** An inviscid base pressure model for transonic turbine blade is presented. It is shown that for a given back pressure the base pressure at the trailing edge and the profile loss of the blade are fixed and the base pressure can be calculated using an inviscid numerical scheme. A parametric study shows that positive curvature downstream of the throat is advantageous for generating less loss.

**Key words** base pressure, transonic turbine, trailing edge loss.