

浅水孤立波在三维浮体上的绕射*

刘应中 朱德祥 廖国平
(上海交通大学)

摘要 浅水域中非线性水波运动的控制方程通常是经过深度平均的 Boussinesq 方程。然而,这一方程在浮体近旁或水下障碍物附近不再适用。在这些区域,流动在水深方向的变化不容忽视。本文应用匹配渐近展开法和边缘层 (edge layer) 思想,建立了浅水弱非线性波与三维浮体相互作用的数学模型。作为算例,求解了浅水孤立波在垂直圆柱形浮体上的绕射。本方法可以推广到波在一般浮体上绕射的情况。

关键词 孤立波,浅水波,三维绕射。

一、前 言

最近,非线性浅水波的绕射问题吸引了越来越多的注意。文 [1] 和 [2] 用抛物型近似法探讨了椭圆余弦波和孤立波在伸展于整个水深范围的垂直薄楔上的绕射,但这一方法仅在波的反射影响可以忽略时才能适用^[3]。目前为止,这一方法还不能用于浮体,即便这浮体是细长的。对一般的钝头物体,文 [4] 提出了一种数值格式,可用于大尺度直立圆柱体上的非线性波浪力计算,文中探讨了辐射边界条件的提法及其对计算结果的影响。文 [5] 提出了边缘层的思想,并据此研究了浅水孤立波在倾斜海滩上的反射。该文作者认为 Boussinesq 方程仅在远离海滩的外场适用;在海滩附近,流动在水深方向的影响必须加以考虑;这两部分解的渐近形式在边缘层上匹配可求得孤立波在任意形状的倾斜海滩上的反射过程。同样按边缘层的思想,文 [8] 和 [9] 进行了孤立波行经二维矩形浮体时透射、反射及浮体受力等研究,旨在探索非线性浅水波与浮动结构物相互作用的某些特点。

本文则是上述工作从二维向三维的扩展,探讨了浅水孤立波与三维浮体的相互作用,因此,较之二维问题有更实际的工程意义。作为算例,文中计算了孤立波与垂直圆柱浮体的相互作用过程及柱体所受的波浪力。应该指出,文中的渐近展开式是对圆柱物体的特例求得的,但其一般思想无疑可应用于任意形状的浮体。

二、问题的提法

我们在此考虑等深浅水域中孤立波行经直立圆柱浮体时的绕射问题。如图 1 所示,设水深为 h ,圆柱半径为 a' ,吃水为 H ,波动的特征波数为 k ,特征波幅为 A 。同时,有

$$\varepsilon = A/h \ll 1; \beta = (kh)^2 \ll 1$$

且 Ursell 数为

本文于 1988 年 10 月 3 日收到,1989 年 5 月 12 日收到修改稿。

* 本文的研究由国家自然科学基金资助。

$$U_r = \frac{\varepsilon}{\beta} = O(1).$$

流体是理想和不可压缩的，流动是无旋的。

在上述假定下，可以认为在远离物体的浅水域中，流动由二维的 Boussinesq 方程控制；在物体附近，流动在水平方向与垂直方向有着相同的尺度，由三维的 Laplace 方程控制。于是，整个流场可以设想划分成两大区域，即如图 1 所示的外部流场和物体附近的内部流场，或称边缘层 (edge layer)。两个流场中速度势解的渐近形式须在边缘层外缘匹配。事实上，由于圆柱浮体的特殊结构型式，内部流场又可划分成两个区域 (见图 1)。在柱体正下方的流场中存在本征函数解，从而可简化求解过程。

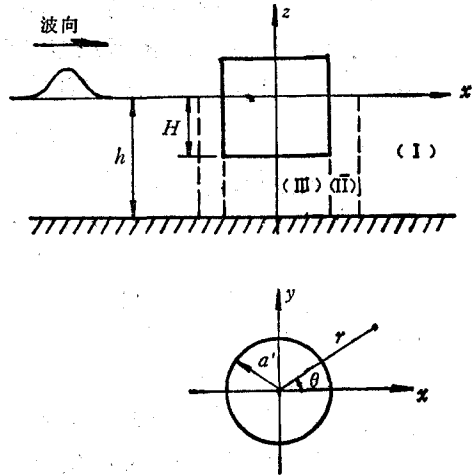


图 1 坐标系与场的划分

为方便计，文中引进了圆柱坐标系 $or\theta z$ 。令 oz 轴垂直向上，并与圆柱中心线重合，原点位于未扰静水面上。孤立波沿 ox 轴正向传播。在推导中，应用了下列无量纲变量，即

$$\begin{aligned} (x', y') &= k(x, y), \quad z' = z/h, \quad \eta' = \eta/A \\ t' &= k\sqrt{gh}t, \quad \phi' = \phi / \left(\frac{A}{kh} \sqrt{gh} \right) \end{aligned}$$

其中 ϕ 为流场中的速度势， η 为自由面位移。

1. 外场定解问题及解的内展开

在远离物体的外场 (I)，可按通常的做法，将速度势 $\phi(x, y, z, t)$ 的无量纲形式记如

$$\phi = f - \beta \nabla^2 f \frac{(z+1)^2}{2!} + \beta^2 \nabla^4 f \frac{(z+1)^4}{4!} + O(\beta^3) \quad (1)$$

其中变量上的撇号已省略 (以下亦然)， $f(x, y, t)$ 为速度势 ϕ 的首阶近似，它与深度方向无关。保留到 $O(\varepsilon, \beta)$ 阶，可知 f 须满足的浅水波运动方程 (Boussinesq 方程) 的圆柱坐标系中表达式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla^2 f + \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\eta \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \eta \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\eta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \right] \\ - \frac{\beta}{6} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 f = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[f - \frac{1}{2} \beta \nabla^2 f \right] + \eta + \frac{\varepsilon}{2} \left[\left(\frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 ∇ 和 ∇^2 分别为水平方向的梯度算子和 Laplace 算子。作为一个完整的定解问题，上式尚需辅以合适的辐射条件和与边缘层的匹配条件。当然，作为初边值问题，还需要给出合适的初值条件。

在非线形波浪的绕射问题中，水平无穷远处辐射条件的提法是比较困难的。本文采

用了文献[4]和[6]中提出的开路条件。其基本思想是在离扰动源(或物面)足够远的地方,人为地设置一个开路边界。因该面离扰动源甚远,故可认为,在该面上任何一点的某一小邻域内,散射波基本上保持平面外行波的性质,但其行进方向随时间与空间点的不同而变化,需由邻近内点上波的行进方向来确定;亦即散射波变量 $\phi_s (= \phi - \phi_i)$, ϕ 为整个波变量, ϕ_i 为入射波变量,它们可以是速度势,也可以是自由面位移)具有如下形式:

$$\phi_s = \phi_s(l - ct) \quad (3)$$

当 ϕ_s 为外传平面波时,它应满足

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial t} + c \frac{\partial \phi_s}{\partial l} = 0 \quad (4)$$

式中 l 为沿波向的坐标变量,以指向开路面外侧为正; c 为当地平面波波速。考虑到(1)和关系 $\eta_s = -\frac{\partial f_s}{\partial t} + O(\varepsilon, \beta)$, 上式也可认为是扰动势首项 f_s 和水面扰动位移 η_s 须满足的开路边界条件。事实上,由(2)式可知,这一边界条件精确到 $O(\varepsilon, \beta)$ 阶。

为与边缘层匹配,可以将外场解(1)式在 $r = a (= ka')$ 上展开。为方便计,引入新的参变量 $R = r - a$, 并按后文所述的变换尺度 $\bar{R} = R/\beta^{\frac{1}{2}}$ 以内部变量 \bar{R} 表示之,则有

$$\begin{aligned} \phi_{R \rightarrow 0} = f|_{R=0} + \beta^{\frac{1}{2}} \bar{R} \left. \frac{\partial f}{\partial R} \right|_{R=0} + \frac{1}{2} \beta \bar{R}^2 \left. \frac{\partial^2 f}{\partial R^2} \right|_{R=0} \\ - \frac{1}{2} \beta (z+1)^2 \nabla^2 f|_{R=0} + O(\beta^{3/2}) \end{aligned} \quad (5)$$

该式即为外场解的内展开。

2. 内场定解问题及形式解的确定

在柱体近旁,流动在垂直方向的影响不可忽略。这一区域流动的控制方程仍应是三维的 Laplace 方程,按所定义的无量纲变量, Laplace 方程可记为

$$\beta \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

如前文所指出,我们将内场进而分成两个区域,即柱体正下方的域(III)和边缘层流域(II)。

在流域(III)中,其边界条件为

$$\frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial z} = 0 \quad z = -1 \text{ 和 } z = -H, \quad r \leq a \quad (7)$$

在流域 II 与 III 的边界上须满足匹配条件。满足(6)和(7)式,存在着如下形式的形式解,即

$$\begin{aligned} \phi^{(3)} = \beta^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{A_{00}}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} B_k r^k \cos k\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} A_{nk} \cos[\lambda_n(1+z)] \right. \\ \left. \cdot \frac{I_k(\lambda_n r / \beta^{\frac{1}{2}})}{I_k(\lambda_n a / \beta^{\frac{1}{2}})} \cos k\theta \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\lambda_n = \frac{n\pi}{1-H}$, I_k 为 k 阶第一类修正的 Bessel 函数,系数 A_{nk} ($n = 0, 1, 2, \dots$; $k = 0, 1, 2, \dots$) 及 B_k ($k = 1, 2, \dots$) 由匹配条件确定。

在边缘层(II)中, 速度势 $\phi^{(2)}$ 须满足下述边界条件, 即自由面条件(在 $z = \varepsilon\eta$ 上)

$$\left. \begin{aligned} \eta + \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\varepsilon \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\beta} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right)^2 - 0 \\ \frac{\partial\eta}{\partial t} + \varepsilon \left(\frac{\partial\phi}{\partial r} \cdot \frac{\partial\eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \cdot \frac{\partial\eta}{\partial\theta} \right) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

底部条件

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad z = -1, \quad r > a \quad (10)$$

和物面条件

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = 0 \quad -H \leq z \leq \varepsilon\eta \quad (11)$$

上面各式中为简洁计已省去 $\phi^{(2)}$ 的上标“(2)”。除此之外, $\phi^{(2)}$ 还须满足与外域(I)和流域(III)的匹配条件。

为仔细考察边缘层(II)中的流动, 我们引进尺度放大变换, 令 $\bar{R} = R/\beta^{\frac{1}{2}} = (r - a)/\beta^{\frac{1}{2}}$, 并认为圆柱无量纲半径 a 为 $O(1)$ 的量级。据边缘层解与外域解的匹配要求, 需令

$$\lim_{\bar{R} \rightarrow \infty} \phi^{(2)} = \lim_{R \rightarrow 0} \phi^{(1)} \quad (12)$$

上式的左端为内解 $\phi^{(2)}$ 的外展开, 右端为外解的内展开, 即为式(5)。若令

$$\phi^{(2)}(\bar{R}, \theta, z, t) = \phi_{R \rightarrow 0} + \beta^{\frac{1}{2}} \psi(\bar{R}, \theta, z, t) \quad (13)$$

且

$$\lim_{\bar{R} \rightarrow \infty} \psi(\bar{R}, \theta, z, t) = 0 \quad (14)$$

则匹配条件即可得到满足。将式(13)代入 $\phi^{(2)}$ 的各定解条件, 并注意到与外解量阶的协调, ψ 仅需保留到 $O(\beta^{\frac{1}{2}})$ 阶, 经整理, 可得关于 ψ 的控制方程及边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta^{\frac{1}{2}}}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\bar{R}} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\bar{R}^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{流域(II)中} \\ \frac{\partial\psi}{\partial z} = 0 \quad z = -1 \text{ 上} \\ \frac{\partial\psi}{\partial\bar{R}} = -\frac{\partial f}{\partial R} \quad -H \leq z \leq 0, \quad \bar{R} = 0 \\ \frac{\partial\psi}{\partial z} = 0 + O(\beta) \quad z = 0 \text{ 上} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

由以上最后一式可知, 精确到 $O(\beta^{\frac{1}{2}})$ 阶, 可以认为 ψ 在自由面上满足固壁条件。至此, 易得 ψ 的形式解为

$$\begin{aligned} \psi(\bar{R}, \theta, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\theta, t) \cos[n\pi(1+z)] \\ \cdot K_0[\alpha_n(a + \beta^{\frac{1}{2}}\bar{R})] / K_0(\alpha_n a) \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\alpha_n = n\pi/\beta^{\frac{1}{2}}$, K_0 为零阶第二类修正的 Bessel 函数。在(16)式中可见, 由于 ψ 的控制方程中不显含 θ 和 t , 故这两个变量作为参变量出现在系数 A_n 中, 该系数将由物面条

1

件及 $\phi^{(2)}$ 与 $\phi^{(3)}$ 的匹配所决定。为匹配需要, $A_n(\theta, t)$ 可进一步展开成关于 θ : $[-\pi, \pi]$ 的 Fourier 级数, 即

$$A_n(\theta, t) = \frac{a_{n0}(t)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_{nk} \cos k\theta \quad (n=1, 2, \dots) \quad (17)$$

其中

$$a_{nk} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A_n(\theta, t) \cos k\theta d\theta \quad (n=1, 2, \dots; k=0, 1, 2, \dots) \quad (18)$$

域(II)与域(III)的匹配要求在边界上速度和压力连续, 即有匹配条件

$$\phi^{(2)}|_{R=0} = \phi^{(3)}|_{R=0} \quad -1 \leq z \leq -H \quad (19)$$

和

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial R} \Big|_{R=0} = \begin{cases} 0 & -H \leq z \leq 0 \\ \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial R} \Big|_{R=0} & -1 \leq z \leq -H \end{cases} \quad (20)$$

将 $\phi^{(2)}$ 的形式解(13)、(16)式和 $\phi^{(3)}$ 的形式解(8)式代入上两式, 并注意函数系 $\cos \times [\pi x(1+z)]$ 在 $[-1, 0]$ 上, $\cos[\lambda_n(1+z)]$ 在 $[-1, -H]$ 上和 $\cos k\theta$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的正交性, 可整理得出一组决定系数 $A_{nk}(n=0, 1, 2, \dots; k=0, 1, 2, \dots)$ 、 $B_k(k=1, 2, \dots)$ 和 $a_{nk}(n=1, 2, \dots; k=0, 1, 2, \dots)$ 的线性代数方程组, 求解此方程组可得各形式解中的系数。在实际计算中, 级数可截断于适当多的项。为简洁计, 文中不拟列出具体计算式。但可以指出, 通过匹配, 我们可以得到一个联系内、外场的关系式, 即

$$\frac{\partial f}{\partial R} \Big|_{R=0} = \beta^{\frac{1}{2}}(1-H) \sum_{k=1}^{\infty} k B_k a^{k-1} \cos k\theta \quad (21)$$

它可以认为是外场解的边界条件之一。

3. 波形表达与圆柱受力计算

由上述推导易知, 在给定初值情况下, 场内速度势随时间的变化均可用数值迭代确定。我们将在下一节中讨论求解过程。

当速度势已知时, 外场波形由(2)式中第二式给出, 即

$$\eta = -\frac{\partial}{\partial t} \left[f - \frac{1}{2} \beta \nabla f \right] - \frac{\varepsilon}{2} \nabla f \cdot \nabla f \quad (22)$$

物体附近的波形则可以将(13)式代入(9)中第一式得到, 经整理可得

$$\begin{aligned} \eta^{(2)} = & \eta_{R \rightarrow 0} - \beta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{1}{2} \varepsilon \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial R} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{\partial f}{\partial R} \Big|_{R=0} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial R} \right] + O(\varepsilon \beta^{\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\eta_{R \rightarrow 0}$ 为式(22)在 $R=0$ 上的内展开。当离柱体的距离增大时, (23)式即退化为 $\eta_{R \rightarrow 0}$, 整个流场中波形是连续的。

由伯努利方程可知, 无量纲压力 p' 可记为

$$\begin{aligned} p' - \frac{p}{\rho g h} = & \varepsilon \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{2} \left[(\nabla \phi)^2 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} + z \\ & -1 \leq z \leq \varepsilon \eta \end{aligned} \quad (24)$$

于是,作用在圆柱体上的无量纲水平波浪力可记为

$$F_x = - \frac{1}{A \cdot a'} \iint_{S_1} p' \cos(\mathbf{n}, \mathbf{i}) dS \quad (25)$$

式中 A 为入射孤立波波高, a' 为圆柱半径 (有量纲值), \mathbf{n} 为物面外法线矢量, \mathbf{i} 为 ox 轴上单位矢量, S_1 为圆柱体的侧表面. p' 由(24)式表达, 其中 ϕ 应取为 $\phi^{(2)}$, 由(13)式确定. 面积分实际上应积分至真实波面, 但它的影响将至少是 $O(\varepsilon^2)$ 量阶的, 故而, 保留到 $O(\varepsilon, \beta)$ 阶时, 积分至静水面即可.

垂向力 F_z 的无量纲形式可记为

$$F_z = \frac{h}{(h-H) \cdot Aa'} \iint_{S_2} p' dS \quad (26)$$

其中 S_2 为圆柱浮体的底面, p' 表达式中的 ϕ 应取 $\phi^{(3)}$. 同样, 精确到 $O(\varepsilon, \beta)$ 阶, 并去除因子的积分产生的静浮力项 (认为其与物体的重力平衡), 则垂向水动作用力即为

$$F_z = \frac{h}{(h-H)Aa'} \varepsilon \iint_{S_2} \left. \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial t} \right|_{z=-H} dS \quad (27)$$

三、数值解过程与算例分析

整个问题的具体求解过程是

- (1) 给定入射孤立波的初值 (包括波形 η 和速度势 f);
- (2) 设定内边界法向导数之初值

$$\frac{\partial f^{(0)}}{\partial R} (t=0, \theta) = 0$$

这里上标(0)为迭代次数序号;

- (3) 由设定的 $\frac{\partial f}{\partial R}$ (或以后迭代值), 用差分方法求得外场解 f , 详细的差分表达见文 [10];
- (4) 由上节中第二小节的步骤求得内场解中形式解的诸系数, 从而确定 $\phi^{(2)}$ 及 $\phi^{(3)}$;
- (5) 按(21)式, 即

$$\frac{\partial f^{(m+1)}}{\partial R} = \beta^{\frac{1}{2}} (1-H) \sum_{k=1}^{\infty} k B_k^{(m)} a^{k-1} \cos k\theta \quad (28)$$

重新计算 $\frac{\partial f}{\partial R}$ 值. 式中上标 $(m), (m+1)$ 为迭代次数序号, 迭代开始时 $m=0$. 然后

判别 $I = \max_{-\pi < \theta < \pi} \left| \frac{\partial f^{(m+1)}}{\partial R} - \frac{\partial f^{(m)}}{\partial R} \right|$ 是否小于给定的误差值 ε_r ; 如果 $I > \varepsilon_r$, 则用(28)式

得到的 $\frac{\partial f^{(m+1)}}{\partial R}$ 值返回到步骤(3)重新求第 $(m+1)$ 次迭代的外场解和内场解; 如果 $I \leq$

ε_r , 则该时刻之解为真, 可由(22)和(23)式分别求得物体附近的波形和柱体所受的波浪力, 计算可步进到下一时刻. 此时, 按规定

$$\frac{\partial f^{(0)}}{\partial R} (t + \Delta t, \theta) = \frac{\partial f^{(m)}}{\partial R} (t, \theta) \quad (29)$$

得到 $t + \Delta t$ 时 $\frac{\partial f}{\partial R}$ 的迭代初值, 返回到步骤(3)重复上述计算。

在计算中, 取入射孤立波为

$$\eta = \left(1 - \frac{3}{4} \varepsilon \tanh^2 \alpha\right) \operatorname{sech}^2 \alpha \quad (30)$$

$$f = \frac{1}{k_0} \left[1 - \frac{\varepsilon}{12} (5 + 4 \operatorname{sech}^2 \alpha)\right] \tanh \alpha \quad (31)$$

式中 $\alpha = k_0(x - x_0 - ct)$, $k_0 = \sqrt{\frac{3\varepsilon}{4\beta}} \left(1 - \frac{5}{8} \varepsilon\right)$, $c = \sqrt{1 + \varepsilon}$, x_0 为孤立波波峰的初始位置。其中各个参数分别取 $\varepsilon = 0.1$, $\beta = 0.075$, $x_0 = -4.096$ 。无量纲圆柱半径取为 1.096, 吃水为 0.7。差分方程中时间及空间步长取为 $\Delta t = 0.1$, $\Delta \theta = 0.209$, $\Delta r = 0.25$ 。

作为本方法可靠性的一种检验, 计算了直立底置圆柱桩上水平波浪力随时间的变化, 并与文[7]以边界元得出的结果作了比较 (见图 2)。由图可见, 本文所给出的方法确能很好地预估浅水孤立波行经圆柱形结构物时的波形变化和柱体受力。

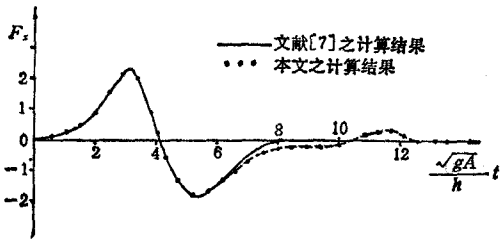


图 2 直立圆柱在孤立波中所受水平波浪力计算比较

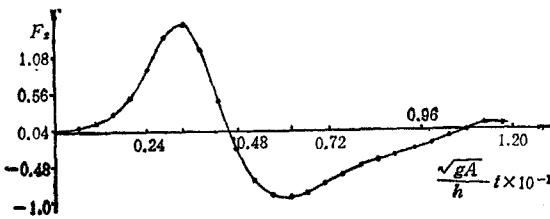


图 3 圆柱浮体在孤立波中所受的水平波浪力

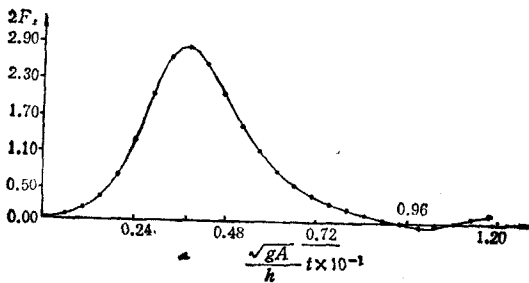


图 4 圆柱浮体在孤立波中所受的垂直波浪力

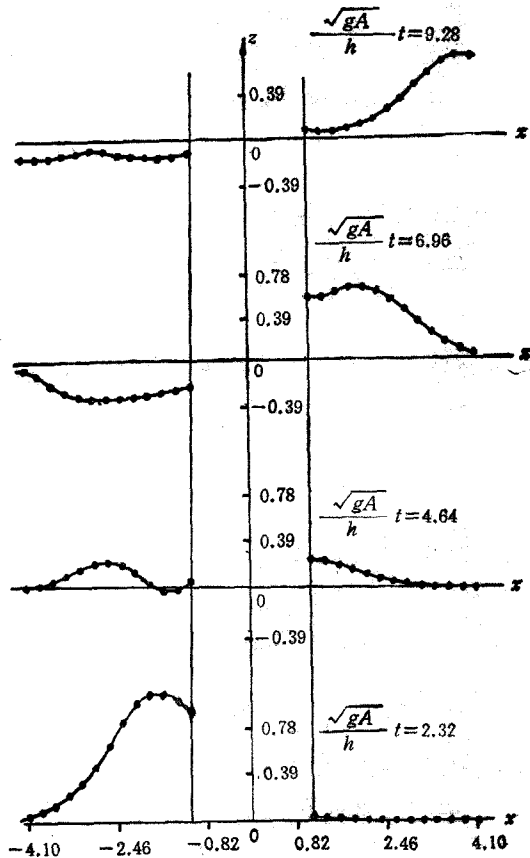


图 5 孤立波行经圆柱浮体时 x 轴上的波形变化

图 3 和图 4 分别展示了孤立波中圆柱形固定浮体所受的水平力和垂向力的时间历程。由图可见, 水平力和垂向力的最大值并不在同时发生。一般来说, 最大正向水平力发生时刻将超前于最大垂向力发生时刻。当孤立波波峰通过圆柱体后, 水平力将改变方向, 并出现负向峰值。图 5 为孤立波行经圆柱浮体时 x 轴上的波形变化。由图可见, 当 t 足够大时, 透射波在 x 轴上的形态又回复为一孤立波, 在其后遗留一振荡的波尾。

本文用边缘层思想和渐近匹配法建立了非线性孤立波与三维圆柱形浮体相互作用的数学模型。事实上, 若在柱下流域应用边界元或其他数值方法, 本方法可推广至一般轴对称物体在孤立波中的受力计算和场内波形变化, 这部分工作正在进行中。

参 考 文 献

- [1] 缪国平、朱德祥、刘应中, 椭圆余弦波在垂直薄楔上的绕射, 应用力学学报, 5, 1(1988), 12—21.
- [2] 陈学农、刘应中, 孤立波的马赫反射, 力学学报(待发表).
- [3] 缪国平, 水波折射与绕射问题中的抛物型方程法, 1987 年水动力学研究与进展研讨会, 广州.
- [4] Li Baoyuan and Lü Yulin, A Numerical Model for Nonlinear Wave Diffraction Around Large Offshore Structures, Proc. of the 3rd Asian Congress on Fluid Mechanics, 1986, Tokyo.
- [5] Sugimoto, N. and Kakutani, Reflection of a Shallow-Water Soliton. Part 1. Edge Layer for Shallow-Water Wave, *J. of Fluid Mechanics*, 146, (1984) 369—382.
- [6] 陈耀松、邹光远, 三维瞬态水面长波的非线性计算, 水动力学研究与进展, 2, (1984).
- [7] Isaacson, N. de st. Q., Nonlinear Wave Force on Large Offshore Structure, Coastal/Ocean Engineering Report, The Univ. of British Columbia, (1981).
- [8] 吕秋强, 浅水弱非线性波的透射与反射, 上海交通大学船舶与海洋工程系硕士研究生毕业论文, (1987).
- [9] Liu, Y. Z., Miao, G. P., et al, Transmission and Reflection of a Planar Soliton, Nonlinear Water Waves, K. Horikawa and H. Maruo (Eds.), IUTAM Symp., Tokyo, Japan, (1987).
- [10] 朱德祥, 浅水孤立波在三维浮体上的绕射, 上海交通大学船舶与海洋工程系硕士研究生毕业论文, (1988).

THE DIFFRACTION OF SOLITARY WATER WAVE ON THREE-DIMENSIONAL FLOATING BO DIES

Liu Yingzhong. Zhu Dexiang. Miao Guoping

(Shanghai Jiao Tong Univ.)

Abstract Depth averaged Boussinesq equations are usually used as governing equations for the nonlinear water wave motions in shallow water. These equations, however, are not applied in the vicinity of floating bodies or underwater obstacles, in which the variation of the fluid flow in depth cannot be ignored.

By using the method of matched asymptotic expansions and the idea of edge layer, a mathematical model for describing the interaction between weakly nonlinear shallow water waves and three-dimensional floating bodies is formed in the paper. As a numerical example, the diffraction of a solitary wave on a floating circular cylinder has been investigated and the results are presented. The present method may be further extended to suit for the diffraction of waves on floating bodies with general shapes.

Key words solitary wave, shallow-water wave, 3-D diffraction.