

对裂纹扩展规律 Paris 公式物理本质的探讨

刘立名

(中海石油研究中心, 北京 100027)

柳春图

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

段梦兰

(大连理工大学船舶系, 大连 116024)

赵慧娟

(中国船级社, 北京 100006)

摘要 首先讨论了著名力学家 K. Krausz 和 A. S. Krausz 关于 Paris 公式物理本质研究的成果, 从材料的微观结构和裂纹尖端的应力场出发, 应用位错动力学理论、热激活能理论和速率过程理论对疲劳裂纹扩展规律进行了微观到宏观的探讨, 最终推导出疲劳裂纹扩展速率的一个解析表示式. 该式严格地定义了 Paris 公式的两个试验常数, 赋予了 Paris 公式明确的物理意义, 从而真实地揭示了 Paris 公式的物理本质, 为这一经验的普遍规律奠定了理论基础.

关键词 疲劳裂纹, 位错, 扩展速率, Paris 公式, 应力强度因子

引 言

众所周知, 疲劳裂纹的扩展可以用裂纹扩展的运动曲线完全描述(见图 1). 其中 da/dN 为裂纹扩展的速率, ΔK 称为应力强度因子幅. 其中第一区称为裂纹从萌生到扩展的门槛区, 第二区是裂纹稳定扩展的线性区, 即是著名的 Paris 区, 第三区是失稳扩展的快速断裂区. 1963 年 P. Paris 和 F. Erdogan 对当时疲劳裂纹扩展的试验数据进行了分析处理, 提出了一个著名的裂纹扩展公式^[1]

$$da/dN = \frac{(\Delta K)^4}{M} \quad (1)$$

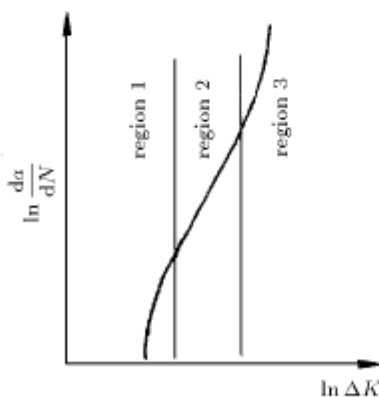


图 1 典型的疲劳裂纹扩展运动曲线

Fig.1 Schematic representation of the typical FCD behavior

这个公式出现后, 人们进行了大量的试验, 发现式(1)中的指数 4 不是一个定数, 它有一定的变化范围,

其具体取值取决于材料特性和试验的环境条件, 一般在 2~9 的范围. 于是提出将式(1)改写为

$$da/dN = C(\Delta K)^n \quad (2)$$

这就是后来惯称的 Paris 裂纹扩展公式, 简称 Paris 公式, 它确定了图 1 中的稳定扩展阶段, 对一定试验条件, C, n 为材料常数. 由于该式定量地描述了疲劳裂纹的扩展规律, 但它又是一个从试验中总结出来的经验公式, 所以人们一直试图从理论上对它进行解释, 寻求其本质原因, 但没有取得进展^[2,3]. 本部分基于探索 Paris 公式物理本质的思想, 利用位错动力学理论、热激活能理论和速率过程理论对疲劳裂纹扩展规律进行了从微观到宏观的探讨, 从理论上推导出疲劳裂纹扩展速率的一个普遍关系式, 并证明该式真实地揭示了 Paris 公式的物理本质, 使这一经验的普遍规律得到了完整的理论描述.

1 Krausz 的研究成果

1988 年, K. Krausz 和 A. S. Krausz 在他们原有研究的基础上发表了他们关于 Paris 公式物理意义的文章^[2], 这也是目前为止对 Paris 公式本质原因进行专门阐述的唯一公开文献.

他们提出的理论公式如下

$$da/dN = L \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{H - \alpha \Delta K}{kT}\right) \quad (3)$$

其中, L 为每一热激活下裂纹扩展的功, k 是 Boltzmann 常数, h 是 Planck 常数, T 为绝对温度, H 为激活能, α 为材料的结构参数. 并强调该式是“依据统计热力学理论的基本原理从断裂运动学的思考角度经严密的逻辑推理所得出的结果”, 指出式中的全部参数都是“严格定义了的”, “特别是 H 和 α 是显微结构的定量测量参数”.

式 (2) 改写为

$$\ln(da/dN) = \ln C + n \ln(\Delta K) \quad (4)$$

在 $\ln(da/dN)$ - $\ln(\Delta K)$ 坐标系中该式表示一条斜率为 n 的直线, 即图 1 中的第二区, 显然有

$$n = \frac{d(\ln(da/dN))}{d(\ln(\Delta K))} \quad (5)$$

又由理论结果 (3)

$$\ln(da/dN) = \ln L \frac{kT}{h} - \frac{H - \alpha \Delta K}{kT} \quad (6)$$

得到斜率

$$\begin{aligned} \frac{d(\ln(da/dN))}{d(\ln(\Delta K))} &= \\ \frac{d}{d(\ln(\Delta K))} \left(\ln L \frac{kT}{h} - \frac{H - \alpha \Delta K}{kT} \right) &= \frac{\alpha \Delta K}{kT} \end{aligned} \quad (7)$$

于是自式 (5) 和式 (7) 立即有

$$n = \frac{\alpha \Delta K}{kT} \quad (8)$$

这就是 Krausz 所得到的结论, 称为 Paris 公式的本质所在 [2].

众所周知, Paris 公式即式 (2) 的指数 n 是图 1 曲线第二区的斜率, 该段是一条直线, n 值对一定的试验条件和一定的材料是一个确定的常数, 不随该区 ΔK 值的增大而有任何变化, 而 Krausz 所得到的结论即式 (8) 使 n 值和 ΔK 值成线性关系, 即 n 随 ΔK 的增大而线性增长, 这和作者推导式 (8) 所依据的 Paris 公式显然是矛盾的, 所以他们提出的理论公式 (3) 揭示不了 Paris 公式的物理本质.

2 对疲劳裂纹扩展规律的理论描述

疲劳裂纹的扩展是裂纹尖端在循环应力场的作用下不断钝化 (应力增强) 和锐化 (应力释放) 的结果. 根据位错动力学理论, 试验结果也证明, 应力场每循环一次的裂纹扩展量是由钝化位移控制的, 它

等于裂纹尖端应力场每循环一次的位错数与 Burgers 矢的乘积. 这样位错动力学理论对疲劳裂纹扩展速率的描述为 [4]

$$da/dN = \mathbf{b} \cdot \mathbf{n}^* \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{n}^* = \gamma(m) \left(\frac{4fb}{v_0} \right)^{-\frac{(m+1)}{(m+2)}} \left(\frac{\tau_0^*}{G} \right)^{-\frac{m(m+1)}{(m+2)}} \left(\frac{\tau_a}{G} \right)^{\frac{(m+1)^2}{(m+2)}} \quad (10)$$

为裂纹尖端单位应力循环的位错数, \mathbf{b} 称为 Burgers 矢量, f 是加载频率, G, τ_a 分别是剪切模量和剪切应力, τ_0^* 为位错速度 $v = v_0 = 10^{-2}$ m/s 所要求的应力值, 是一常数, m 为位错速度方程 $v = v_0(\tau_a/\tau_0^*)^m$ 的指数, $\gamma(m)$ 是关于 m 的无量纲量, 对于金属材料有 $\gamma(m) = 1.396 m^{-1.45}$.

根据裂纹尖端的应力场, 剪切应力 τ_a 和应力强度因子 ΔK 之间具有以下关系 [5]

$$\tau_a = \Delta K / \varepsilon^{1/2} \quad (11)$$

式中, ε 为平均应力作用下的位移, 乃一常数. 将式 (10), (11) 代入式 (9) 有

$$\begin{aligned} da/dN &= \mathbf{b} \gamma(m) \left(\frac{4fb}{v_0} \right)^{-\frac{(m+1)}{(m+2)}} \left(\frac{\tau_0^*}{G} \right)^{-\frac{m(m+1)}{(m+2)}} \\ &\quad \left(\frac{\Delta K}{G \varepsilon^{1/2}} \right)^{\frac{(m+1)^2}{(m+2)}} \end{aligned} \quad (12)$$

又由热激活能理论, 位错速度 v 表达为 [6~9]

$$v = A \exp(-Q/kT) \quad (13)$$

其中

$$Q = U - \alpha \ln(\Delta K) \quad (14)$$

为热激活能; A, U, α 均为材料常数; k 为 Boltzmann 常数; T 为绝对温度.

根据速率过程理论, 位错的速率 v 与施加应力 τ_a 具有如下幂关系 [8~12]

$$v = M(\tau_a)^m \quad (15)$$

式中

$$M = v_0 \left(\frac{1}{\tau_0^*} \right)^m \quad (16)$$

从而有

$$v = v_0 \left(\frac{\tau_a}{\tau_0^*} \right)^m \quad (17)$$

将式 (11) 代入

$$v = v_0(\tau_0^*)^{-m} \left(\frac{\Delta K}{\varepsilon^{1/2}} \right)^m \quad (18)$$

自式 (13) 和 (18) 有

$$\tau_0^* = \left(\frac{A}{v_0} \right)^{-1/m} \left[\exp \left(\frac{1}{m} \cdot \frac{Q}{kT} \right) \right] \frac{\Delta K}{\varepsilon^{1/2}} \quad (19)$$

将它代入式 (12) 整理后得到

$$da/dN = b\gamma(m) \left(\frac{A}{4fbG\varepsilon^{1/2}} \right)^{\frac{(m+1)}{(m+2)}} \Delta K^{\frac{(m+1)}{(m+2)}} \cdot \exp \left(- \frac{(m+1)}{(m+2)} \cdot \frac{U - \alpha \ln \Delta K}{kT} \right) \quad (20)$$

于是我们从理论上推证了裂纹扩展速率 da/dN 的解析表达式,它是应力强度因子幅 ΔK 的函数,同时包含了温度和载荷频率对裂纹扩展速率的作用。

上述分析清楚地表明,裂纹的扩展是内因和外因综合作用的结果,其中内因是材料内部微观结构参数的相互作用,外因是环境条件和载荷工况,而其本质是一定应力场下热激活能的作用使裂纹尖端位错运动而使裂纹向前扩展,这一过程体现并包含在式 (20) 及其推导过程中。

3 对 Paris 公式物理本质的揭示

下面证明式 (20) 揭示了裂纹扩展规律 Paris 公式的物理本质。

取

$$\lambda = \frac{m+1}{m+2} \quad (21)$$

$$A_0 = b\gamma(m) \left(\frac{A}{4bG\varepsilon^{1/2}} \right)^\lambda \quad (22)$$

并利用式 (14), 则式 (20) 改写为

$$da/dN = \frac{A_0}{f^\lambda} (\Delta K)^\lambda \exp \left(- \frac{\lambda U}{kT} + \frac{\alpha \lambda \ln \Delta K}{kT} \right) \quad (23)$$

或

$$da/dN = \frac{A_0}{f^\lambda} (\Delta K)^{\left(1 + \frac{\alpha}{kT}\right)\lambda} \exp \left(- \frac{\lambda U}{kT} \right) \quad (24)$$

记

$$C = \frac{A_0}{f^\lambda} \exp \left(- \frac{\lambda U}{kT} \right) \quad (25)$$

$$n = \lambda + \frac{\lambda \alpha}{kT} \quad (26)$$

式 (24) 就成了著名的 Paris 裂纹扩展公式

$$da/dN = C(\Delta K)^n$$

已知 A_0 (由式 (22) 确定), λ (由式 (21) 确定), U, α 均为材料的结构参数; k 是 Boltzmann 常数; f 为加载频率; T 为环境温度,从式 (25) 和 (26) 确定: Paris 公式中的试验常数 C 和 n 除受试验条件 (f 和 T) 的影响外完全是一个材料常数,这一理论分析结果和试验规律是完全一致的。

至此我们通过位错动力学理论、热激活能理论和速率过程理论严格、完整地推证了 Paris 裂纹扩展公式,从物理和数学上首次定义了公式中的两个试验常数,从而揭示了近三十年来一直认为是试验规律的 Paris 公式的物理本质,证明该公式具有深刻的理论内涵和物理概念,反映了裂纹扩展的本质原因。

4 实例计算与讨论

4.1 实例计算

为了讨论和应用上述的理论分析,我们计算了两个实例。

算例 1 对某一碳钢,选取其微观结构参数和材料常数如下^[6,7,9,13,14]: $m = 3.0$, $b = 2.48 \times 10^{-10} \text{ m}$, $\alpha = 9.04 \times 10^{-21} \text{ J}$, $U = 1.58 \times 10^{-19} \text{ J}$, $A = 3.15 \times 10^{-3} \text{ m/s}$, $\varepsilon = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m}$, $G = 8.04 \times 10^{10} \text{ Pa}$. 将这些参数代入式 (21), (22) 得到: $\lambda = 0.8$, $A_0 = 1.09 \times 10^{-11} \text{ m}$, $\gamma(m) = 1.396m^{-1.45} = 0.2838$.

取环境参数 $T = 273 \text{ K}$, $f = 3.3 \text{ Hz}$ 以及 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$, 则由式 (25), (26) 得到: $C = 1.035 \times 10^{-26}$, $n = 2.7196$. 于是该碳钢在裂纹的稳定扩展阶段依如下规律

$$da/dN = \frac{1.09 \times 10^{-11}}{f^{0.8}} (\Delta K)^{\left(0.8 + \frac{7.232 \times 10^{-21}}{kT}\right)} \cdot \exp \left(- \frac{1.264 \times 10^{-21}}{kT} \right) \quad (27)$$

或

$$da/dN = 1.035 \times 10^{-26} (\Delta K)^{2.7196} \quad (28)$$

在 $\Delta K = 61.92 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 处, 裂纹的扩展速率依上式计算为 $da/dN = 1.606 \times 10^{-5} \text{ m/cycle}$.

算例 2 ASTM A537 钢是从日本进口的海洋石油平台管节点专用钢, 对图 2 所展示的试验数据^[3]按式 (23) 进行分析处理得到其普遍的裂纹扩展速率公式如下

$$da/dN = 3.682 \times 10^{-6} (\Delta K)^{0.0475} \cdot \exp \left(- \frac{1.302 \times 10^{-20}}{kT} + \frac{6.997 \times 10^{-22} \ln \Delta K}{kT} \right) \quad (29)$$

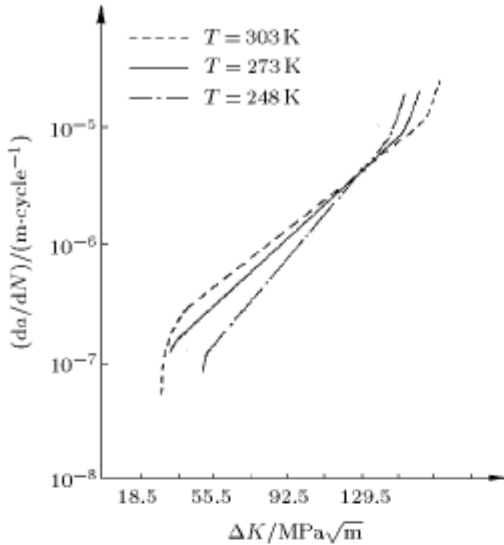


图 2 A537 钢不同温度下的疲劳裂纹扩展曲线

Fig.2 FCP diagram for steel A537 at different temperatures

显然有

$$\begin{aligned} \frac{A_0}{f^\lambda} &= 3.682 \times 10^{-6}, & \lambda &= 0.0475 \\ \lambda U &= 1.302 \times 10^{-20}, & \alpha\lambda &= 6.997 \times 10^{-22} \end{aligned}$$

相应的 C, n 表示为

$$C = \frac{A_0}{f^\lambda} \exp\left(-\frac{\lambda U}{kT}\right) = \frac{3.897 \times 10^{-6}}{f^{0.0475}} \exp\left(-\frac{1.302 \times 10^{-20}}{kT}\right) \quad (30)$$

$$n = \lambda + \frac{\lambda\alpha}{kT} = 0.0475 + \frac{6.997 \times 10^{-22}}{kT} \quad (31)$$

这样, A537 钢的裂纹扩展速率可用如下类似 Paris 公式的形式来表达

$$\begin{aligned} da/dN &= \frac{3.897 \times 10^{-6}}{f^{0.0475}} \exp\left(-\frac{1.302 \times 10^{-20}}{kT}\right) \cdot \\ &(\Delta K)^{0.0475 + \frac{6.997 \times 10^{-22}}{kT}} \end{aligned} \quad (32)$$

4.2 试验数据的验证及讨论

Paris 公式得到公认后, 众多学者研究了其中的试验常数 C 和 n , 如 Jeglic et al.^[15] 对 AL2.6Mg 合金的大量实验得到一个经验关系式

$$n = B_2/RT - 2 \quad (33)$$

式中 B_2, R 为试验常数. Yokobori et al.^[16] 对 25Mn 5Cr 1Ni 合金钢的试验和分析得到

$$n = b_1 + a_1/kT \quad (34)$$

式中 b_1, a_1, k 为常数. 上式和本文的理论结果式 (26) 完全一致. Jizhou 和 Shaolun^[17] 对 GH36 合金钢的试验数据进行回归, 得到

$$\begin{aligned} n(T) &= -9 \times 10^{-8}T^3 + 1.028 \times 10^{-4}T^2 - \\ &4.0337 \times 10^{-2}T + 8.744 \end{aligned} \quad (35)$$

该多项式在坐标系中展示的 $n-T$ 关系和式 (26) 是基本一致的.

至于加载频率 f 的影响, 目前未见公开的专门研究的报道.

可见, 式 (20) 或 (24) 是裂纹扩展速率的一个普遍表达式, 在一定试验条件下它转化成式 (2) 所示的 Paris 裂纹扩展公式, 即式 (2) 由式 (24) 完全确定. 通过上述实例计算得到如下认识: 裂纹的扩展特性通过材料的微观结构参数由式 (24) 获得统一描述, 且通过该式, 只需测量一次材料的微观参量即可获得任意试验条件下的裂纹扩展特性; 本文应用位错动力学理论、热激活能理论和速率过程理论探索并开辟了裂纹扩展理论研究的一条新途径, 有可能从这条途径获得新的突破; 当然, 本文的工作还处于尝试阶段, 更细致和深入的工作还在作者的进一步研究之中, 这些工作包括考虑更多的环境条件, 如腐蚀、载荷变化 (推广到随机载荷)^[18] 等等.

5 结 论

(1) 从材料的微观结构和裂纹尖端的应力场, 应用位错动力学理论、热激活能理论和速率过程理论, 推导出了裂纹扩展的一个基本公式, 如式 (20) 或 (24) 所示, 它包含了环境温度和施加载荷对疲劳裂纹扩展的影响.

(2) 严格地定义了 Paris 公式的两个试验常数, 如式 (25), (26); 赋予了该公式明确的物理意义, 从而揭示了这一裂纹扩展规律的物理本质. 同时, 通过式 (24), 只需测量一次材料的微观参量即可获得任意试验条件下的裂纹扩展特性.

致谢 本文曾得到王自强研究员提供的有关位错方面的资料; 第二作者在美国 Rochester 大学从事研究期间和合作导师 James C.M. Li (著名位错专家) 进行了深入的讨论, 作者对此深表谢意; 段梦兰同志同时感谢中国博士后科学基金 (1993-1994 年度) 对本文前期工作的资助.

参 考 文 献

- 1 Paris P, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. *ASME Transactions, Journal of Basic Engineering, Series D*, 1963, 85D(4): 528~534
- 2 Krausz K, Krausz AS. On the physical meaning of the Paris Equation. *International Journal of Fracture*, 1988, 36: R23~R28
- 3 Duan ML, Li JCM, Li J. Application of the pivot point on the FCP diagram to low-temperature fatigue of materials. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 1999, 9(1): 71~74
- 4 Yokobori T, Yokobori AT, Kamei A. Dislocation dynamics theory for fatigue crack growth. *International Journal of Fracture*, 1975, 11(5): 781~788
- 5 Rice JR. Dislocation nucleation from a crack tip: an analysis based on the Peierls concept. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1992, 40(2): 239~271
- 6 Prekel HL, Conrad H. Dislocation velocity measurements and thermally activated motion in molybdenum. *Acta Metall*, 1967, 15: 955~958
- 7 Prekel HL, Conrad H. Dislocation velocity and deformation dynamics in molybdenum. In: Rosenfield AR, et al. ed. *Dislocation Dynamics*, McGraw-Hill Book Company, 1968. 431~452
- 8 Li JCM. Kinetics and dynamics in dislocation plasticity. In: Rosenfield AR, et al. ed. *Dislocation Dynamics*, McGraw-Hill Book Company, 1968. 87~116
- 9 Neuhauser H. Slip-line formation and collective dislocation motion. In: Nabarro FRN ed. *Dislocations in Solids*, North-Holland Publishing Company, 1983. 319~440
- 10 Li JCM. Dynamic behavior of a distribution loops. In: Argon AS ed. *Physics of Strength and Plasticity*, MIT Press, 1969, 245~253
- 11 Vreeland T. Dislocation velocity in copper and zinc. In: Rosenfield AR, et al. ed. *Dislocation Dynamics*, McGraw-Hill Book Company, 1968. 529~549
- 12 Prekel HL, Lawley A, Conrad H. Dislocation velocity in high purity molybdenum. *Acta Metall*, 1968, 16: 337~345
- 13 Nicolls EH. A correlation for fatigue crack growth rate. *Scripta Metall*, 1976, 10: 295~298
- 14 Yokobori AT, Yokobori T, Kamei A. Generalization of computer simulation of dislocation emission under constant rate of stress application. *Journal of Applied Physics*, 1975, 46(9): 3720~3724
- 15 Jeglic F, Niessen P, Burns DJ. Temperature dependence of fatigue crack propagation in an AL2.6Mg alloy fatigue at elevated temperature, ASTM STP 520, 1973, 139~148
- 16 Yokobori T, Maekawa I, Tanabe Y, et al. Fatigue crack propagation of 25Mn5Cr1Ni austenitic steel. ASTM STP 857, 1985. 121~139
- 17 Jizhou X, Shaolun L. An analysis of temperature effect on LCF crack growth in superalloy GH 36. In: Proc. 3rd Int Conf on Fatigue and Fatigue Threshold, 1987, 2: 1133~1141
- 18 Liu CT, Duan ML. Experimental investigation on low-temperature fatigue crack propagation in offshore structural steel A131 under random sea ice loading. *International Journal of Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 53(2): 231~237

ON THE PHYSICAL NATURE OF THE PARIS LAW

Liu Liming Duan Menglan** Liu Chuntu** Zhao Huijuan***

(CNOOC Research Center, Beijing 100027, China)

*(Department of Naval Architectural Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

*** (China Classification Society, Beijing 100006, China)

Abstract A theoretical equation of fatigue crack growth is deduced in detail by means of dislocation dynamic theory, thermal activation theory and velocity process theory, with the two test constants in Paris equation being determined theoretically and explained by the microscopic structural parameters of the materials and the conditions of the test environments as well. The proposed theory finally discloses the physical nature of the Paris Law which has been considering an experimental result without theoretical background. It comes true that only measuring the microscopic parameters for one time, the behavior of crack propagation in any test conditions can be obtained. This temperature dependent crack propagation theory is used successfully to describe the crack growth rates of offshore structural steel A537 at different temperatures. The results from the theory are reviewed in accordance with the conclusions of published references.

Key words fatigue crack, dislocation, growth rate, Paris Equation, stress intensity factor range