

裂隙岩体局部化破坏分析的多重势面分岔模型¹⁾

刘元高 周维垣 陈欣 赵吉东 杨强

(清华大学水利系, 北京 100084)

摘要 采用多重势面弹塑性分岔理论对裂隙岩体的局部化破坏进行计算模拟. 基于多重势面弹塑性理论分析局部化问题, 构造了适用于裂隙岩体破坏的多重势面不连续分岔模型, 并使用数值方法求解局部化方向. 在有限元方法的基础上, 使用该模型计算裂隙岩体的局部化破坏条带. 算例分析表明这一模型用于分析裂隙岩体的局部化破坏是有效的.

关键词 裂隙岩体, 多重势面, 局部化, 不连续分岔, 数值方法

引 言

多重屈服面的理论由来已久, 早在 20 世纪 70 年代就有人提出了岩土的两个屈服面的理论^[1~3], 20 世纪 80 年代以来, 又提出了部分屈服和多重屈服面的概念^[4,5]. 文献 [6] 从数学角度出发, 提出了广义塑性理论或多重势面理论, 而对于包含节理、裂隙岩体破坏特征的研究, 一直都是研究者们关注的焦点. 近年来, 国内外的研究者们从试验、数值计算、理论等不同角度对岩体的破坏特征进行了广泛的研究^[7~10].

本文基于多重势面理论框架, 采用传统的局部化分岔分析方法^[11,12], 并使用数值方法^[13]结合有限元进行了相关的算例分析.

1 裂隙岩体弹塑性多重势面理论

在经典弹塑性力学中, 总的增量应变分解为弹性增量应变和塑性增量应变两个部分, 即

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (1)$$

其中弹性应变符合弹性本构关系 $d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}$, D_{ijkl}^e 为弹性刚度张量, 则增量形式的本构关系表示为

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (2)$$

多重势面理论认为^[6], 利用应力增量张量 $d\sigma_{ij}$ 和应变张量 $d\varepsilon_{ij}$ 的对称性, 可以将塑性应变增量的 3 个主量 $d\varepsilon_i^p (i = 1, 2, 3)$ 看作为一个三维矢量 $d\varepsilon^p$ 的 3 个分量, 则可以利用矢量拟合的方法, 用任意 3 个

线性无关的三维矢量的线性组合来唯一地表示, 而这个线性无关的矢量则可以选择为 3 个线性无关的势函数的梯度矢量. 对于 3 个势函数 (对应于常规弹塑性理论的屈服函数) $\varphi_i (i = 1, 2, 3)$, 选取时要求其梯度线性无关. 由矢量拟合的方法可以得到

$$d\varepsilon_i^p = \sum_{k=1}^3 d\lambda_k \cdot \frac{\partial \varphi_k}{\partial \sigma_i} \quad (3)$$

在一般的坐标系空间中, 通过用导数关系表示的坐标变换关系, 可以得到其一般坐标空间上的张量形式

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_{k=1}^3 d\lambda_k \cdot \frac{\partial \varphi_k}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

将式 (4) 带入式 (2) 可得塑性加载时弹塑性本构关系的表达式如下

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) = D_{ijkl}^e \left(d\varepsilon_{kl} - \sum_{m=1}^3 d\lambda_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial \sigma_{kl}} \right) \quad (5)$$

取用如下的屈服面硬化规律

$$\psi_k(\sigma_{ij}, H) = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (6)$$

式中 H 是硬化参数.

$d\lambda$ 可以通过相容性条件得到, 相容性条件可以表达为

$$d\psi_k = \frac{\partial \psi_k}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial \psi_k}{\partial H} dH = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (7)$$

2001-08-11 收到第一稿, 2002-07-08 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (59919390).

$$d\lambda_m = A_{mn}^{-1} \frac{\partial \psi_n}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl} \quad (8)$$

式中, $A_{mn} = -\frac{\partial \psi_m}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial \varphi_n}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial \psi_m}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial \varphi_n}{\partial \sigma_{kl}}$ 是广义硬化模量矩阵.

根据上述推导, 材料满足的增量本构关系 $d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl}$ 中, D_{ijkl} 可以表示为

$$D_{ijkl} = \begin{cases} D_{ijkl}^e & \text{弹性} \\ D_{ijkl}^e - D_{ijqr}^e \frac{\partial \varphi_m}{\partial \sigma_{qr}} A_{mn}^{-1} \frac{\partial \psi_n}{\partial \sigma_{st}} D_{stkl}^e & \text{塑性} \end{cases} \quad (9)$$

采用如下的多重势面的加载准则

$$\max(\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3) \begin{cases} > 0 & \text{加载} \\ = 0 & \text{中性变载} \\ < 0 & \text{卸载} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\bar{\varphi}_k = \frac{\partial \varphi_k}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}$, $k = 1, 2, 3$.

2 裂隙岩体的局部化分岔分析

裂隙岩体的局部化分岔发生的条件最终可以转化为 [12,13]

$$f(\mathbf{n}) = \det(\mathbf{T}_d(\mathbf{n})) = \det(n_j D_{ijkl} n_k) = 0 \quad (11)$$

式中 $\mathbf{T}_d(\mathbf{n}) = n_j D_{ijkl} n_k$ 是局部化张量.

为了得到发生局部化分岔发生的条件, 式 (11) 的问题实际上就转化成下面的约束非线性规划问题 [13]

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{n}} f(\mathbf{n}) &\equiv \det(\mathbf{T}_d(\mathbf{n})) \\ \text{s.t. } |\mathbf{n}| &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上式是一个典型的非线性规划问题, 在一般的数学手册中都可以得到其求解方法, 本文不再详细列出.

在岩石中, 由于广泛存在的裂隙, 导致了岩石工程在发生破坏时与裂隙构造有关, 破坏时常会沿已经存在的裂隙发生剪切错动或拉裂等扩展方式. 若干水工结构的破坏证实了这一点, 比如法国的玛尔帕赛拱坝, 就是由于基岩中的多组初始裂隙扩展造成的. 同样, 在裂隙岩石或其他有初始裂隙的脆性试件的试验中也可以观察到同样的现象. 据此, 可以认为裂隙岩体在发生屈服破坏时都将沿初始的裂隙面进行. 设岩石内存在的初始裂隙可以概化为三组法向单位矢量为 $\mathbf{v}^{(k)}$, $k = 1, 2, 3$ 的裂隙组. 工

程地质上的三要素, 即走向、走向角 α 与倾角 β 与球坐标的 θ, φ 之间存在如下的关系

$$N\alpha E \begin{cases} SE\beta: \varphi = 180 - \alpha, \theta = 180 - \beta \\ NW\beta: \varphi = 180 - \alpha, \theta = \beta \end{cases} \quad (13a)$$

$$N\alpha W \begin{cases} SW\beta: \varphi = \alpha, \theta = 180 - \beta \\ NE\beta: \varphi = \alpha, \theta = \beta \end{cases} \quad (13b)$$

通过以上两式, 可以根据概化节理组的平均走向角 α 和倾角 β , 得出球坐标下的平均单位法向矢量 \mathbf{v} .

采用多重势面理论可以反映裂隙岩体在发生局部化破坏时表现出的多重屈服面性质. 对于二维问题, 本文中势函数的个数 k 从 1 到 2, 这一模型可以对应于双屈服面模型. 此时, 单轴压缩时间的破坏模式示意图见图 1. 对于三维情况, 试件的破坏模式参见图 2 所示.

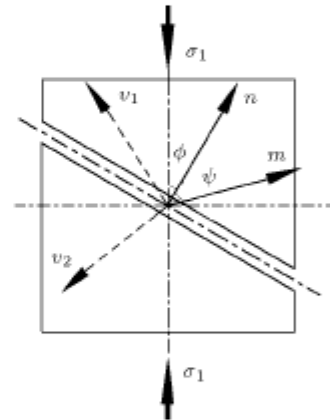


图 1 单轴压缩试件的破坏模式

Fig.1 Failure mode of uni-axial specimen

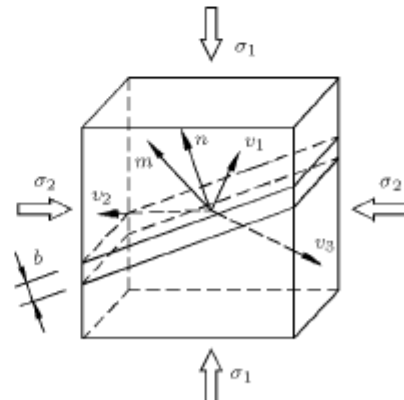


图 2 三维试件的破坏模式

Fig.2 Failure mode of 3-D specimen

对于 3 组裂隙, 一般可以采用常用的 Rankine 准则或莫尔 - 库仑准则. 如果采用 Rankine 准则时,

势函数如下所示

$$\varphi_k = \sigma_1^{(k)} - \sigma_i^{(k)} = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (14)$$

如果采用常用的莫尔 - 库仑准则, 针对不同的节理组可以采用不同的凝聚力和内摩擦系数. 也就是说, 势函数如下

$$\varphi_k = f_k \sigma^{(k)} + c_k - \tau^{(k)} = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad (15)$$

上述两式中, $\sigma^{(k)} = v_i^{(k)} \sigma_{ij} v_j^{(k)}$, $\tau^{(k)} = \sqrt{\sigma_i^{(k)} \sigma_i^{(k)} - (\sigma^{(k)})^2}$, $\sigma_i^{(k)} = \sigma_{ij} v_j^{(k)}$, 这几个量是应力在裂隙面方向上的投影; f_k 和 c_k 是对应于第 k 个屈服面的内摩擦系数和凝聚力. 将对应于各组裂隙的屈服函数的表达式代入式 (9) 可以得到相应的加卸载条件. 代入式 (8) 可以得到相应时刻的切线刚度张量.

3 算例分析

本文的算例将分析有初始缺陷的裂隙岩石试件, 在单轴或者双向受荷载时发生的局部化破坏现象. 文中的试件中存在着随机分布的均匀的初始裂隙, 根据文中提出的多重势面理论的模型, 为简单起见, 只选用上文中式 (14) 和 (15) 中给出的势函数进行了计算模拟 (其中 $k = 1, 2$).

通过几种不同的加载方式的对比, 说明了不同的荷载条件下试件的局部化破坏模式. 对同样的试件, 采用横向和纵向的不同比例的加载模式, 图 3~图 5 分别为试件承受两方向的拉伸时的局部化破坏

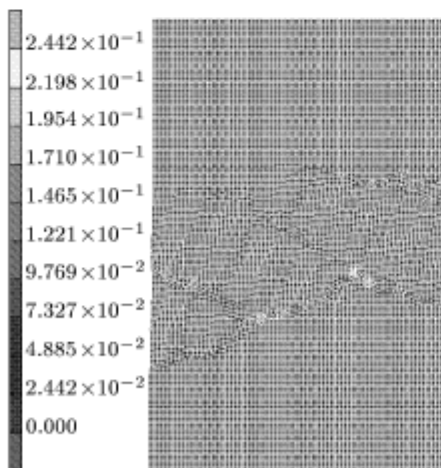


图 3 $U_v/U_h = 1/0$ 时局部化变形结果

Fig.3 Localization results when $U_v/U_h = 1/0$

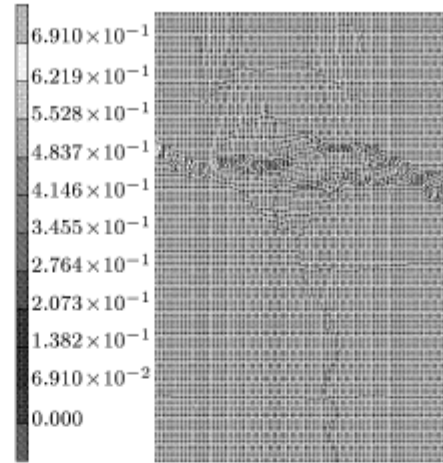


图 4 $U_v/U_h = 5/1$ 时局部化变形结果

Fig.4 Localization results when $U_v/U_h = 5/1$

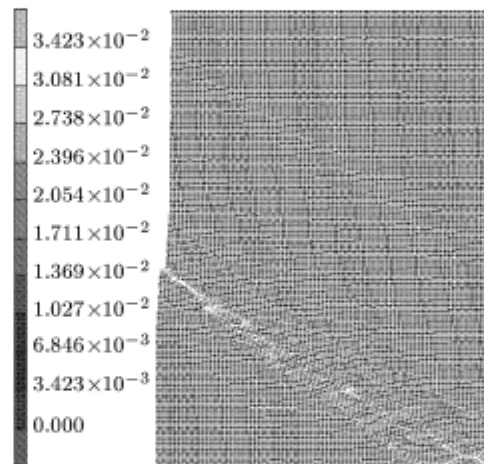


图 5 $U_v/U_h = -1/0$ 时局部化变形结果

Fig.5 Localization results when $U_v/U_h = -1/0$

模式, 加载时采用位移限制加载, 其竖向和横行的位移之比 U_v/U_h 分别为 $1/0$ 和 $5/1$, 从中可以看出, 不同的荷载比例时局部化破坏模式的区别, 特别是局部化条带的方向的差别. 如果采用压缩加载方式, 同样采用位移之比为 $-1/0, -5/-1$ 和 $-1/-1$, 仅当 U_v/U_h 之比为 $-1/0$ 时, 出现了如图 5 所示的局部化现象, 另外各加载比例没有看到局部化破坏现象.

4 结 论

本文在多重势面弹塑性理论框架下, 采用不连续分岔方法分析裂隙岩体的损伤局部化破坏现象, 构造了多重势面下不连续分岔的分析方法. 采用数值方法, 求解裂隙岩体发生局部化破坏时的破坏模式和局部化方向. 在有限元分析程序中进行一定的改造, 增加了求解多重势面的特征切线刚度张量,

使用数值迭代算法得出了发生局部化的方向。针对二维拉压试件的分析表明, 该分析模型用于裂隙岩体的局部化破坏分析是有效的。

参 考 文 献

- 1 Prcvost JH, Hoeg K. Effective stress-strain model for soils. *J Geot Eng Div, ASCE*, 1975, 101
- 2 Lade PV. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surface. *Int J Solids and Structures*, 1977, 13, 11
- 3 Seiki Ohmaki. A mechanical model for the consolidated cohesive soil. *Soils and Foundations*, 1979, 19, 3.
- 4 沈珠江. 土的重屈服面应力应变模式. 固体力学学报, 1984, 5(2): 163~174 (Shen Zhujiang. A triple-yield-surface stress-strain model for soils. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 1984, 5(2): 163~174 (in Chinese))
- 5 殷宗泽. 一个土体的双屈服面应力应变模型. 岩土工程学报, 1988, 10(4): 64~71 (Yin Zongze. A twofold-yield-surface stress-strain model for soil masses. *Chinese Journal of Geoenvironment*, 1988, 10(4): 64~71 (in Chinese))
- 6 杨光华. 土的本构模型的数学理论及其应用. [博士论文]. 北京: 清华大学, 1998 (Yang Guanghua. The mathematical theory for the constitutive model of soils and its application. [Doctoral Thesis]. Beijing: Tsinghua University, 1998 (in Chinese))
- 7 Lockner DA, et al. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite. *Nature*, 1991, 350: 39~42
- 8 Blair SC, Cook NGW. Analysis of compressive fracture rock using statistical techniques: Part I. A non-linear rule-based model. *Int J Rock Mech Min Sci*, 1998, 35: 837~848
- 9 Tang CA, et al. Numerical studies of the influence of microstructure on rock failure in uniaxial compression—Part I: Effect of heterogeneity, Part II. Constraint, slenderness and size effect. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2000, 37: 555~583
- 10 徐松林等. 三轴压缩大理岩局部化变形的试验研究及其分岔行为. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 296~301 (Xu Songlin, et al. Experimental studies on localization and bifurcation behaviors of a marble under triaxial compression. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(3): 296~301 (in Chinese))
- 11 Rudnicki JW, Rice JR. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J Mech Phys Solids*, 1975, 23: 371~394
- 12 Ottosen NS, Runesson K. Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity. *Int J Solids Structures*, 1991, 27(4): 401~421
- 13 Ortiz M. An analytical study of the localized failure modes of concrete. *Mechanics of Materials*, 1987, 6: 159~174

MULTI-POTENTIAL DISCONTINUOUS BIFURCATION MODEL FOR LOCALIZATION OF JOINTED ROCKS¹⁾

Liu Yuangao Zhou Weiyuan Chen Xin Zhao Jidong Yang Qiang
(Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In the framework of multi-potential elasto-plastic theory, a discontinuous bifurcation model to analyze damage localization of jointed rocks is presented in this paper. Three potential functions are adopted to simulate the complicated nature of jointed rocks in this model. Classical localization analysis is performed with the tangent stiffness tensor, thus the condition for weak discontinuous bifurcation is derived. Due to the dependence of the localization tensor on the direction of localization bands, a numerical method is formulated to determine this direction by minimize determinant of the localization tensor. Afterwards, the analysis process is coded in FEM to simulate the localization of jointed rocks. Finally, failures of several specimens under tension or compression are studied by using this model. The obtained results demonstrate the potential application of this model.

However, two problems still need to be resolved in this model. First, the potential functions used in this model are traditionally chosen as Rankine or Mohr-Coulomb criteria, but it remains unknown whether there are much better ones or maybe a universal one for jointed rocks. Second, classical localization analysis considers only weak discontinuous bands in solids, while actually, recent studies have shown that weak discontinuous bands in solids usually evolved into much narrower ones, strong discontinuous bands. The evolution from weak bands to strong bands as well as the condition for strong ones in jointed rocks is still under study.

Key words jointed rocks, multiple potential surface, localization, discontinuous bifurcation, numerical method

Received 11 August 2001, revised 8 July 2002.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (59919390).