

# 电流变液滑动轴承的数值研究<sup>1)</sup>

张 准 朱克勤

(清华大学工程力学系, 北京 100084)

**摘要** 基于油膜内屈服面位置可能出现的 4 种情况, Tichy 提出了用于 Bingham 流体滑动轴承特性及其屈服面位置的计算方法. 在将该计算方法推广到电流变液滑动轴承的计算时, 发现随着外加电场强度的变化, 出现了轴承内屈服面位置不变的非物理结果, 而且 Tichy 的方法只能适用于无限宽滑动轴承. 为了对有限宽度的电流变液滑动轴承进行数值研究, 采用了类 Bingham 模型, 通过差分离散和超松弛迭代的方法对雷诺方程进行求解. 计算结果表明: 电流变液滑动轴承内的压力分布可以通过外加电场强度来控制, 轴承间隙内屈服面位置随电场强度变化而产生的移动是使轴承润滑性能得以改变的重要力学机制; 在轴承以高剪切速率运转时, 由于电流变液表观黏度随电场强度的变化已经很小, 该机制在轴承的设计中尤为重要.

**关键词** 电流变液, 滑动轴承, 屈服面, 雷诺方程, 类 Bingham 模型

## 引 言

电流变液是一种智能材料, 在外加电场作用下, 其表观黏度可以在瞬间发生变化; 剪切速率越低, 这种变化越是明显. 当电场强度为零时, 电流变液呈现牛顿流体的特性; 随着电场强度的增大, 电流变液的表观黏度增加; 由于存在屈服应力, 当施加的切应力较小时, 电流变液呈现类固体的力学特性. 利用以上电流变效应研制成的电流变器件, 具有结构简单、能耗低和响应快等优点<sup>[1]</sup>.

在剪切流中, 采用类 Bingham 模型的电流变液的本构方程为<sup>[2]</sup>

$$\tau = \mu_0 \dot{\gamma} + \frac{2\tau_0(E)}{\pi} \arctan\left(\frac{\dot{\gamma}}{\delta}\right) \quad (\tau \geq \tau_0) \quad (1a)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad (\tau < \tau_0) \quad (1b)$$

其中  $\tau$  为剪切应力,  $\mu_0$  为电流变液零电场黏度,  $\tau_0$  为动态屈服应力,  $\dot{\gamma}$  为剪切速率,  $\delta$  为具有剪切速率量纲的小参数. 这时电流变液的表观黏度为  $\mu(\dot{\gamma}) = \mu_0 + \frac{2\tau_0(E)}{\pi\dot{\gamma}} \arctan\left(\frac{\dot{\gamma}}{\delta}\right)$ . 实验研究表明,  $\tau_0$  是外加电场强度  $E$  的函数, 通常采用经验公式<sup>[3]</sup>

$$\tau_0 = \alpha E^\beta \quad (2)$$

其中  $\alpha$  和  $\beta$  是与电流变液有关的物性参数,  $\beta$  通常的取值范围是 1.5 ~ 2.5. 在屈服区  $\tau > \tau_0$  和未屈服区  $\tau < \tau_0$  的交界面 (即屈服面) 上满足  $\tau = \tau_0$ .

最近的实验研究表明<sup>[4]</sup>: 对于利用电流变液润滑的滑动轴承, 可以根据运行工况的需要, 通过外加电场来改变轴承的特性. 这一进程可以利用计算机进行自动化监控, 并具有响应快等优点, 所以电流变液轴承也被称为“智能轴承”.

基于 Bingham 流体的本构方程, J. A. Tichy<sup>[5]</sup> 研究了无限长滑动轴承的稳态特性, 提出了轴承间隙内流动可能出现的屈服面位置的 4 种情况, 根据数值计算的结果给出了轴承内 Bingham 流体屈服面的位置. 他在文章最后指出, 该方法可以被推广到研究以电流变液为润滑剂的滑动轴承问题. 我们的研究表明, Tichy 方法向电流变液滑动轴承的推广存在着一定问题, 它不但无法用来研究有限宽度的滑动轴承, 同时会出现屈服面位置不随屈服应力大小变化的非物理结果. Wu Chengwei<sup>[6]</sup> 利用双线性模型对电流变液稳载滑动轴承进行的数值研究也存在着类似问题. 本文基于表观黏度和雷诺方程对电流变液滑动轴承的稳态特性进行了数值计算, 得到了轴承间隙内的压力分布随外加电场强度的变化曲线. 特别是首次给出了流场中屈服面位置随电场强度变化的规律, 分析了高剪切速率下电流变液滑动轴承性能可控的力学机制.

## 1 物理和数学模型

考虑宽度为  $B$ , 轴套内径为  $r_b$ , 轴颈外径为  $r_j$

2001-08-14 收到第一稿, 2002-06-18 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金重点项目 (19834020) 和清华大学基础研究基金资助项目 (JC2000037).

的稳载滑动轴承 (见图 1),  $c = r_b - r_j$  为轴承的平均间隙,  $e$  为偏心距, 使用电流变液为润滑剂,  $\Delta U$  为作用于轴承间隙的外加电压. 取固联于轴套的柱坐标系  $(r, \theta, z)$ , 原点位于轴颈轴线与轴承对称截面 ( $z = B/2$ ) 的交点  $O_j$ , 方位角的基准线为偏心圆筒的连心线, 并取轴颈转动角速度  $\omega$  的方向为角度正方向. 油膜厚度  $h$  的几何近似关系为 [7]

$$h \cong e \cos \theta + c \quad (3)$$

公式 (2) 中的电场强度  $E$  可利用电位势的拉普拉斯方程通过数值解得, 结果表明  $E \approx \Delta U/h(\theta)$ .

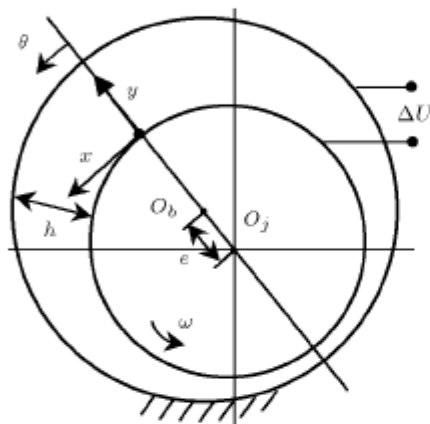


图 1 电流变轴承的对称截面

Fig.1 Schematic diagram of ER fluid journal bearing

在稳载轴承内, 电流变液作定常流动, 假定流动是不可压缩的, 连续方程和动量方程分别为

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla p = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (5)$$

作变量代换

$$x = r_j \theta, \quad y = r - r_j \quad (6)$$

其中  $x$  表示周向坐标,  $y$  表示径向 (膜厚方向) 坐标. 以  $u$  表示周向速度,  $v$  表示径向速度,  $w$  表示轴向速度, 则轴颈外表面 ( $y = 0$ ) 和轴套内壁面 ( $y = h$ ) 的速度边界条件为

$$u|_{y=0} = \omega r_j = U, \quad v|_{y=0} = 0, \quad w|_{y=0} = 0 \quad (7)$$

$$u|_{y=h} = 0, \quad v|_{y=h} = 0, \quad w|_{y=h} = 0 \quad (8)$$

压力边界条件使用 Sommerfeld 条件 [7]

$$\text{轴承两端面 } p|_{z=B/2} = 0, \quad p|_{z=-B/2} = 0 \quad (9)$$

$$\text{周向压力 } p(\theta) = p(\theta + 2\pi) \quad (10)$$

对于周向和轴向的剪切流, 电流变液的本构方程 (1a) 可分别写成

$$\tau_{yx}(x, y, z) = \mu(\dot{\gamma}) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (11)$$

$$\tau_{yz}(x, y, z) = \mu(\dot{\gamma}) \frac{\partial w}{\partial y} \quad (12)$$

代入动量方程 (5) 向  $x$  和  $z$  方向的投影, 对坐标  $y$  积分两次, 由边界条件 (7) 和 (8) 确定积分常数后得到速度分布

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial p}{\partial x} \left( f_1(y) - \frac{f_1(h)}{f_2(h)} f_2(y) \right) - \frac{U}{f_2(h)} f_2(y) + U \\ w &= \frac{\partial p}{\partial z} \left( f_1(y) - \frac{f_1(h)}{f_2(h)} f_2(y) \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} f_1(y; x, z) &= \int_0^y \frac{y'}{\mu(\dot{\gamma})} dy' \\ f_2(y; x, z) &= \int_0^y \frac{1}{\mu(\dot{\gamma})} dy' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将连续性方程 (4) 对  $y$  积分, 得到

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h w dy = 0 \quad (15)$$

将  $u, w$  的表达式 (13) 代入上式, 经过整理就得到电流变液稳载轴承润滑的雷诺方程

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ f_3(h) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ f_3(h) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = U \frac{\partial}{\partial x} [f_4(h) - h] \quad (16)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} f_3(y; x, z) &= \int_0^y \left( f_1(y') - \frac{f_1(h)}{f_2(h)} f_2(y') \right) dy' \\ f_4(y; x, z) &= \frac{1}{f_2(h)} \int_0^y f_2(y') dy' \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

引入下列无量纲参数

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{x}{r_j}, \quad z^* = \frac{z}{B/2}, \quad h^* = \frac{h}{c}, \quad \varepsilon = \frac{e}{c} \\ \lambda &= \frac{B}{2r_j}, \quad p^* = \frac{p}{\mu_0 \omega (r_j/c)^2}, \quad \dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{\omega r_j/c} \\ \tau_0^* &= \frac{\tau_0}{\mu_0 \omega r_j/c}, \quad \omega = \frac{U}{r_j} \end{aligned}$$

则可将雷诺方程 (16) 写成如下的无量纲形式

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ f_3(h^*) \frac{\partial p^*}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ f_3(h^*) \frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} [f_4(h^*) - h^*] \quad (18)$$

## 2 计算方法和结果分析

利用雷诺方程 (18)，对电流变液及 Bingham 流体的滑动轴承润滑问题进行了一系列数值计算。首先对雷诺方程 (18) 进行差分离散化，周向、膜厚方向和轴向的网格划分为  $240 \times 150 \times 20$ ，然后利用超松弛迭代法进行数值求解。计算中，用牛顿流体的压力分布为初值，可计算表观黏度，将表观黏度代入雷诺方程求解新的压力分布，再计算出新的表观黏度，如此循环迭代，直到结果收敛，便得到了轴承间隙内的压力分布和屈服面位置。

计算中无量纲屈服应力取为  $\tau_0^* = 0, 1, 5, 10$ ，对于电流变液轴承， $\tau_0^*$  用  $h^* = 1$  处的屈服应力表征。其它的计算参数为  $r_j = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$ ， $c = 2 \times 10^{-4} \text{ m}$ ， $\varepsilon = 0.8$ ， $\dot{\gamma} = 5000 \text{ s}^{-1}$ ， $\mu_0 = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $\alpha = 9 \times 10^{-10} \text{ Pa}\cdot(\text{m}/\text{V})^\beta$ ， $\beta = 2$ ， $\delta = 10^{-4}$ 。

图 2 给出了轴承间隙内流场的压力分布。可以看出，在轴承间隙最宽处 ( $\theta = 0^\circ$ ) 附近，压力梯度为正；在轴承间隙的最窄处 ( $\theta = 180^\circ$ ) 附近，压力梯度为负。当屈服应力增加时，轴承间隙内压力明

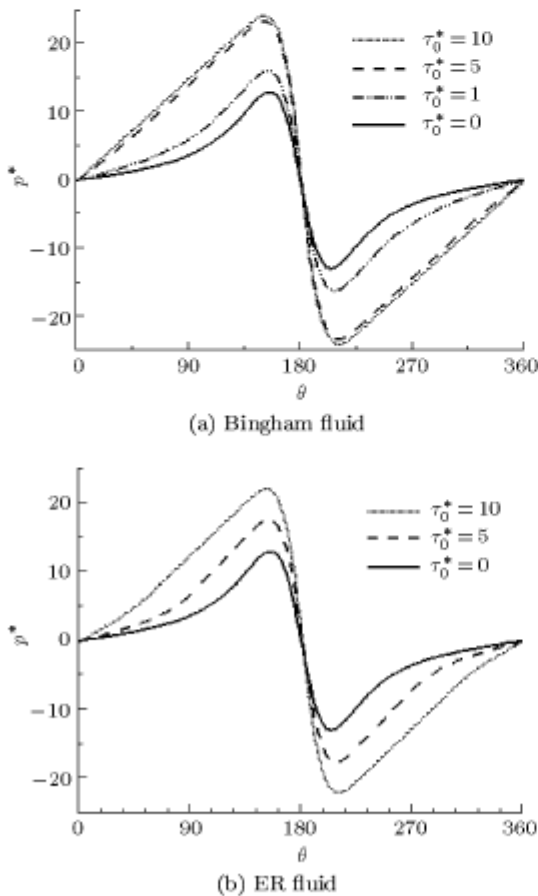


图 2 轴承间隙内的压力分布

Fig.2 Pressure distribution in bearing clearance

显增大。图 3 为轴承间隙内屈服面的位置。对比图 2 和图 3 可以看出，在  $\theta = 180^\circ$  附近，周向压力梯度为负，未屈服区与轴颈表面 ( $y^* = 0$ ) 相连；在  $\theta = 0^\circ$  附近，周向压力梯度为正，未屈服区与轴套内壁 ( $y^* = h^*$ ) 相连。Tichy 指出 [5]，在 Bingham 流体径向滑动轴承中屈服面位置只可能出现的情况是 (a) 未屈服区粘附于轴套壁面或 (b) 黏附于轴颈壁面，它们的表达式分别为

$$(a) h_a = \sqrt{\frac{2}{dp/d\theta}}, \frac{d}{d\theta} \left( h_a^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6 \frac{dh_a}{d\theta} \quad (19)$$

$$(b) \left. \begin{aligned} h_b &= h - \sqrt{\frac{-2}{dp/d\theta}} \\ \frac{d}{d\theta} \left[ (h - h_b)^3 \frac{dp}{d\theta} \right] &= 6 \frac{d}{d\theta} (h + h_b) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

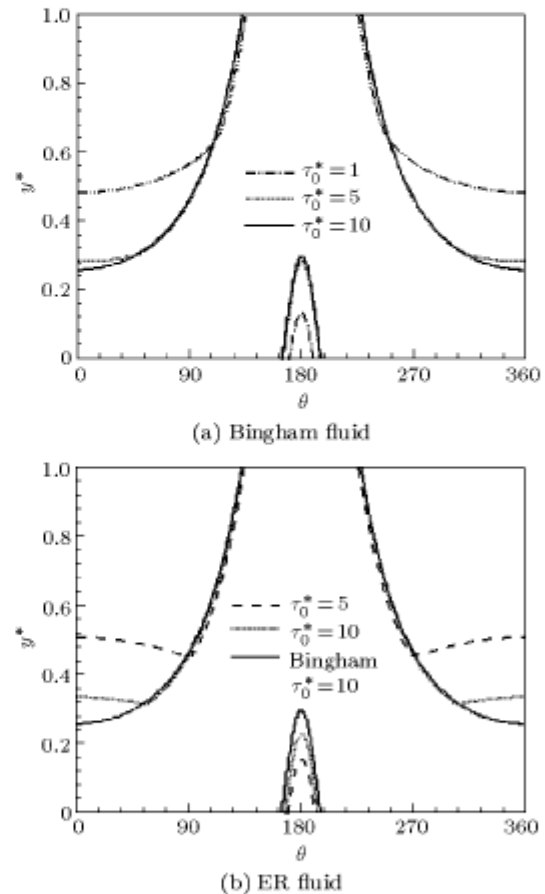


图 3 轴承间隙内的屈服面位置

Fig.3 Positions of yield surfaces in bearing clearance

从中可以看出，未屈服区粘附于轴套壁面的情况只可能出现在周向压力梯度为正的时候，未屈服区粘附于轴颈壁面的情况只可能出现在周向压力梯度为负的时候，这与我们的计算结果是一致的。然而，由上面的式子可以得知，屈服面位置只与周向压力梯度有关，而计算压力分布的雷诺方程中并没有显

含屈服应力项, 由此循环迭代得到的结果 (包括屈服面位置和压力梯度) 必然与屈服应力大小无关. 这说明, 在同样的轴承条件下, 即使介质的屈服应力非常小, 也可产生与其他大屈服应力介质情况相同的屈服面分布, 这显然是一种非物理的结果.

从我们得到的 Bingham 流体的计算结果来看, 在屈服应力相对较大  $\tau_0^*$  为 5, 10 时, 两种情况下的压力分布相差很小, 屈服面位置的分布也基本保持不变, 且与 Tichy 的计算结果大致相同. 在达到压力最大值之前的一段收敛区域内, 压力梯度为正且基本保持不变, 屈服面位置  $h_a$  也近似为常数. 但是未屈服区随着轴承间隙  $h$  的逐渐减小而逐渐收缩, 当轴承间隙减小为  $h = h_a$  时, 未屈服区消失, Bingham 介质全都屈服. 当压力达到最大值后, 压力开始下降, 压力梯度为负, 当轴承间隙进一步减小到  $h = h_b$  时, 未屈服区在贴近轴颈表面的位置出现. 对于屈服应力较小的情况,  $\tau_0^* = 1$ , 屈服面位置相差较大, 未屈服区明显地变小. 这说明, 在轴承间隙内 Bingham 介质的流动中, 屈服面位置并不是像 Tichy 推导出的结果那样不随屈服应力的变化而变动, 而是在一定的屈服应力范围内, 随着屈服应力的增加, 屈服面位置逐渐沿着使未屈服区变大的趋势移动, 当屈服应力达到某一特定值后, 屈服面则固定在某一特定位置上, 不再移动, 流场对屈服应力达到饱和状态. 可见, 利用 Tichy 的计算模型和方法得不到屈服面位置随屈服应力的变化而移动的过程.

从电流变液中屈服面的位置图 3(b) 可以看出: 由于轴承间隙内外加电场强度是不均匀的, 所以轴承间隙内电流变液的屈服应力也是不均匀的, 在轴承间隙最宽处 ( $\theta = 0^\circ$ ) 附近, 电场强度相对较弱, 屈服应力相对较小, 因而未屈服区较小; 随着轴承间隙减小, 电场强度增加, 屈服应力逐渐增大, 则未屈服区也相应地增大; 当屈服应力增大到饱和屈服应力值时, 屈服面达到饱和位置, 此后屈服面不再随屈服应力的增大而移动. 可见, 这个结果证实了上面的结论.

### 3 结 论

本文从类 Bingham 的本构方程出发, 推导了适用于电流变液滑动轴承的雷诺方程, 对电流变液稳

载轴承间隙流场内的压力分布和屈服面位置进行了计算, 主要结论如下:

(1) 在外加电场的作用下, 轴承间隙内的电流变液会产生屈服应力, 当剪切应力小于屈服应力时, 电流变液呈类固体特性; 当流动的剪切应力大于屈服应力时, 电流变液呈现出牛顿流体的特性, 流动区域被分为未屈服区和屈服区, 其交界面为屈服面. 屈服面的出现是影响滑动轴承性能的重要原因之一.

(2) 当外加电场作用于滑动轴承后, 随着外加电场的增强, 屈服面位置发生移动, 使得未屈服区相应增大; 当外加电场增大到一定程度时, 屈服面位置不再随外加电场变化, 流场对屈服应力达到饱和状态.

(3) 利用 Tichy 研究 Bingham 流体 (同时适用电流变液) 滑动轴承所提出的屈服面模型所进行的计算发现: 该方法不能给出屈服应力 (或外加电场) 变化所带来的对于流动区域内屈服面位置的影响, 从而不能反映出结论 (2) 中所叙述的屈服面位置的变化过程. 因此, Tichy 的方法是有缺陷的.

### 参 考 文 献

- 1 朱克勤, Tao Rongjia. 电流变液和电流变效应. 力学进展, 1994, 24(2): 154~162 (Zhu Keqin, Tao Rongjia. Electrorheological fluids and electrorheological effects. *Advances in Mechanics*, 1994, 24(2): 154~162 (in Chinese))
- 2 Dorier C, Tichy JA. Behavior of a Bingham-like viscous fluid in lubrication flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1992, 45: 291~310
- 3 Peng J, Zhu KQ, Xi BS. Characteristics of electrorheological fluid flow between two concentric cylinders. *Chinese Physics Letters*, 2000, 17(4): 298~300
- 4 Nikolakopoulos PG, Papadopoulos CA. Controllable high speed journal bearings, lubricated with electrorheological fluids. An analytical and experimental approach. *Tribology International*, 1998, 31(5): 225~234
- 5 Tichy JA. Hydrodynamic lubrication theory for the Bingham plastic flow model. *Journal of Rheology*, 1991, 35(4): 447~496
- 6 Wu C. Mathematical programming analysis of bilinear rheological lubrication mechanics. *Acta Mechanica Sinica*, 1993, 9(2): 124~130
- 7 温诗铸. 摩擦学原理. 北京: 清华大学出版社, 1990 (Wen Shizhu. *Theory of Tribology*. Beijing: Tsinghua University Press, 1990 (in Chinese))

## NUMERICAL STUDY OF JOURNAL BEARINGS WITH ELECTRORHEOLOGICAL LUBRICANTS<sup>1)</sup>

Zhang Zhun    Zhu Keqin

(*Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

**Abstract** Electrorheological fluid (ERF) journal bearings have a promising prospect in engineering application. Recently the experimental results by Nikolakopoulos show that the lubricating properties of ERF journal bearings can be controlled to satisfy different work conditions by adjusting the strength of applied electric field. Now the theoretical research of ERF journal bearings is in its infant stage. Tichy has presented a theoretical method of Bingham fluid journal bearings, which can be used to predict the pressure distribution in the bearing clearance and the positions of yield surfaces as well. At the end of his paper, he points out that his method can be extended to the study of ERF journal bearings.

ERF is a kind of Bingham-like fluids. The differences between ERF and common Bingham plastic model are that the yield stress of ERF can be changed with applied electric field. In the present paper, when we extend Tichy's method to study ERF journal bearings, a non-physical phenomenon is obtained that the positions of yield surfaces are fixed while the applied electric field varies. On the other hand, Tichy's method may only fit the case of journal bearings with infinite width. In order to study the performance of ERF journal bearings with finite width theoretically and numerically, a generalized Reynolds equation is derived based on a Bingham-like model and the concept of apparent viscosity, and a method of iterative relaxation is used to solve the generalized Reynolds equation. A series of numerical results about pressure distribution and positions of yield surfaces is obtained. The rule of changes of yield surface position with applied electric fields is obtained for the first time. Our conclusions are that: the pressure distribution and the position of yield surface in the clearance of journal bearings can be controlled by applied electric field; it is one of the important mechanical mechanism of the performance improvements of ERF journal bearings that the movements of yield surface with the changes of applied electric field; at large shear rates, the apparent viscosity of electrorheological lubricants varies little with applied electric field, so this mechanism is more important in these cases and must be considered in the design of ERF journal bearings.

**Key words** electrorheological fluids, journal bearing, yield surface, Reynolds equation, Bingham-like model

---

Received 14 August 2001, revised 18 June 2002.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19834020) and the Foundation of Fundamental Research of Tsinghua University (JC2000037).