

# 动态混合网格生成及隐式非定常计算方法<sup>1)</sup>

张来平\* 王志坚† 张涵信\*

\* (中国空气动力研究与发展中心, 绵阳 621000)

† (Department of Mechanical Engineering, Michigan State University, East Lansing, MI 48824, USA)

**摘要** 建立了一种基于动态混合网格的非定常数值计算方法. 混合网格由贴体的四边形网格、外场的多层次矩形网格和中间的三角形网格构成. 当物体运动时, 贴体四边形网格随物体运动而运动, 而外场的矩形网格保持静止, 中间的三角形网格随之变形; 当物体运动位移较大, 导致三角形网格的质量降低, 甚至导致网格相交时, 在局部重新生成网格. 新网格上的物理量由旧网格上的物理量插值而得. 为了提高计算效率, 采用了双时间步和子迭代相结合的隐式有限体积格式计算非定常 Navier-Stokes 方程. 子迭代采用高效的块 LU-SGS 方法. 利用该方法数值模拟了 NACA0012 振荡翼型的无黏和黏性绕流, 得到了与实验和他人计算相当一致的结果.

**关键词** 混合网格, 运动网格, 非定常流动, LU-SGS 方法, 双时间步方法

## 引 言

近年来, 结合结构网格和非结构网格优势的混合网格技术受到计算流体力学 (CFD) 工作者的普遍重视, 相继发展了三棱柱 / 四面体混合网格<sup>[1]</sup>、四面体 / 三棱柱 / 金字塔 / 六面体混合网格<sup>[2]</sup>、自适应矩形网格<sup>[3,4]</sup>、以及矩形 / 四面体混合网格<sup>[5]</sup> 和矩形 / 四面体 / 三棱柱混合网格<sup>[6]</sup> 等各种混合网格生成方法. 同时, 基于各类混合网格, 发展了各种计算定常流动的显式和隐式计算方法, 如 GMRES 方法<sup>[7]</sup>, LU-SGS 方法<sup>[7]</sup>, 以及最近的块 LU-SGS (BLU-SGS)<sup>[8]</sup> 等. 这些方法在复杂外形的定常流数值模拟中取得了较大的成功.

定常流计算取得的成功推动着 CFD 工作者将上述混合网格方法和计算格式推广应用于非定常流动, 特别是含运动边界的复杂非定常流动问题的计算. 对于含运动边界的非定常问题, 为了保证运动过程中整体的网格质量, 最常用的方法是利用类“弹簧原理”对网格节点进行松弛<sup>[9]</sup>. 但是对于大位移和强切变的非定常问题, 节点松弛法已不能保证网格质量, 为此需在局部重新生成网格<sup>[10,11]</sup>. 目前, 对于此类非定常问题的数值模拟, 文献中大多采用纯非结构网格方法<sup>[9~11]</sup>. 尽管非结构网格处理复杂外形具有独特的优越性, 但也存在自身的不足, 其中较为突出的一点是: 对于黏性流动问题, 在边界层内

生成大伸展比的非结构网格本身比较困难, 而且网格的质量难于保证, 网格效率亦随之降低. 因此, 对于计算量巨大的非定常问题, 显然混合网格具有更强的优势.

为此, 本文采用贴体四边形 / 三角形 / 矩形动态混合网格方法进行非定常流的计算. 首先在运动物体附近生成贴体的四边形网格, 然后在外场生成自适应的矩形网格, 而中间由三角形网格过渡. 当物体运动时, 贴体的四边形网格随物体运动而运动, 而外场的矩形网格保持静止. 中间过渡层的三角形网格随物体运动而变形. 当物体运动位移较大导致三角形网格的质量较差甚至导致网格相交时, 则在局部重新生成网格. 新网格上的物理量由旧网格上的值插值而得. 对于非线性的非定常运动方程组, 本文采用双时间步方法<sup>[7]</sup> 和 BLU-SGS<sup>[8]</sup> 子迭代方法相结合隐式计算方法求解. 利用上述动态混合网格和数值计算方法, 数值模拟了 NACA0012 振荡翼型的无黏和黏性绕流流场, 得到了与实验和他人计算相当一致的结果, 证明本方法具有良好的精度. 同时, 通过比较各种子迭代方法的收敛历程, 表明本方法具有较高的收敛效率和较好的收敛特性.

## 1 动态混合网格生成方法

本文将层推进方法<sup>[1]</sup>、四分树方法<sup>[12]</sup> 和阵面推进法<sup>[13]</sup> 相结合, 建立了二维复杂外形的动态混

2003-05-10 收到第 1 稿, 2004-06-01 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10321002).

合网格生成方法. 首先用层推进方法在运动物体附近生成贴体的四边形网格, 然后用四分树方法在外场生成自适应的矩形网格, 而中间由三角形网格过渡. 三角形网格由阵面推进法生成, 并由节点松弛和“对角线交换”方法进行优化. 当物体运动时, 贴体的四边形网格随物体运动而运动, 而外场的矩形网格保持静止. 中间过渡层的三角形网格随物体运动而变形. 当物体运动位移较大导致三角形网格的质量较差甚至导致网格相交时, 则在局部重新生成网格, 即在局部挖出一个小“洞”, 提取“洞”边界信息, 然后利用阵面推进法重新生成并优化. 为了控制各种网格的光滑分布, 采用了背景网格控制技术<sup>[13]</sup>. 详细的网格生成过程请参阅文献[14].

上述动态混合网格的主要优点是: (1) 具有较全非结构网格更高的网格效率, 特别是对于黏性流动问题, 贴体四面体网格的应用, 减少了边界层内的网格数量. (2) 网格质量较高. 由于采用层推进的方法生成贴体网格, 边界层内的网格质量较高; 同时, 由于采用局部重新生成网格的方法, 因此运动过程中的网格质量保持较好. (3) 在非定常运动过程中, 由于仅在局部重新生成网格, 因此由插值导致的误差较小. 特别是, 贴体的四边形网格在运动过程中无需插值, 消除了伸展比很大的网格上插值而带来的数值误差.

## 2 非定常数值计算方法

### 2.1 动网格上的有限体积格式

时间相关的 Reynolds 平均 Navier-Stokes 方程可以写成如下的积分形式

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dV + \oint_S (F^i(Q) - Q v_g \cdot n) dS = \oint_S F^v(Q) dS \quad (1)$$

其中  $S$  为控制体  $V$  的表面,  $n$  是控制体表面的外法向,  $v_g$  是每个表面的运动速度,  $Q$  是守恒变量,  $F^i$  和  $F^v$  分别为无黏和黏性通量.

在多边形单元内积分式 (1) 可得

$$\frac{\partial}{\partial t} (QV_i) + \sum_f (F^i(Q) - Q v_{gn})_f dS_f = \sum_f F^v_f(Q) dS_f \quad (2)$$

这里  $v_{gn} = v_g \cdot n$ . 对于无黏通量, 采用 Roe 的近似 Riemann 解方法求解, 控制体表面左右两侧的物理量由单元中心点的值重构而得. 为了抑制波动, 采用 Venkatakrisnan 限制器<sup>[15]</sup>. 黏性通量由中心格式求得, 并采用标准的  $\kappa$ - $\varepsilon$  湍流模型.

动网格计算必须保证网格的几何守恒率. 对于式 (2), 如果流场为均匀流, 则有

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \sum_f v_{gn} dS_f$$

或者

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} = \sum_f v_{gn} dS_f \quad (3)$$

事实上, 每个单元的体积变化量等于每个面在运动过程中扫过的体积之和, 即

$$V_i^{n+1} - V_i^n = \sum_f \Delta V_f \quad (4)$$

比较式 (3) 和式 (4), 可得

$$\Delta V_f = \Delta t v_{gn} dS_f, \quad v_{gn} = \frac{\Delta V_f}{\Delta t dS_f} \quad (5)$$

### 2.2 时间离散方法

为了方便起见, 将式 (2) 写成如下的简化形式

$$\frac{\partial(QV)_i}{\partial t} + R_i(Q) = 0 \quad (6)$$

其中  $R_i(Q) = \sum_f (F^i(Q) - Q v_{gn} - F^v(Q))_f dS_f$ .

对于式 (6), 最直接的方法是 多步 Runge-Kutta 显式推进方法. 对于非定常流动, 显然显式方法不能满足要求, 为此需要构造隐式格式. 隐式方法大致又可以分为两类: 一类是直接的隐式离散方法<sup>[16]</sup>, 另一类是双时间步方法<sup>[7]</sup>. 由于直接的隐式方法对真实的时间步长有所限制, 因此这里我们采用双时间步方法, 而在两个真实时间步之间采用虚拟时间迭代. 对于式 (6), 隐式离散可以写成

$$\frac{Q_i^{n+1} V_i^{n+1} - Q_i^n V_i^n}{\Delta t} + (1 - \theta) R_i(Q^{n+1}) + \theta R_i(Q^n) = 0 \quad (7)$$

选取不同的  $\theta$  可以得到不同时间精度的格式. 引入双时间步虚拟时间 ( $\tau$ ) 的概念, 有

$$\frac{\partial(QV)_i}{\partial \tau} + R_i^*(Q) = 0 \quad (8)$$

其中

$$R_i^*(Q) = \frac{Q_i V_i^{n+1} - Q_i^n V_i^n}{\Delta t} + (1 - \theta) R_i(Q) + \theta R_i(Q^n)$$

显然上式可以用各种迭代方法求解. 定常流的计算收敛性的比较表明, BLU-SGS 方法<sup>[8]</sup> 是一种非常

高效的隐式计算方法. 这里我们将其推广到非定常流的计算. 为简单起见, 取  $\theta = 0$ . 于是, 有

$$\frac{V_i^{n+1}(Q_i^{(m+1)} - Q_i^{(m)})}{\Delta\tau} + \frac{V_i^{n+1}Q_i^{(m+1)} - V_i^nQ_i^n}{\Delta t} + \sum_f [\tilde{F}_f^i(Q^{(m+1)}) - F_f^v(Q^{(m+1)})] dS_f = 0 \quad (9)$$

其中上标  $n, m$  分别代表真实和虚拟时间步, 而且

$$Q^{(0)} = Q^n, \quad \tilde{F}^i(Q^{(m)}) = F^i(Q^{(m)}) - Q^{(m)}v_{gn}$$

方程 (9) 可以进一步写成

$$\frac{V_i^{n+1}\Delta Q_i^{(m)}}{\Delta\tau} + \frac{V_i^{n+1}\Delta Q_i^{(m)}}{\Delta t} + \sum_f [\Delta\tilde{F}^i(Q^{(m)}) - \Delta F^v(Q^{(m)})]_f dS_f = -R_i^*(Q^{(m)}) \quad (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Delta\tilde{F}^i(Q^{(m)}) &= \tilde{F}^i(Q^{(m+1)}) - \tilde{F}^i(Q^{(m)}) \\ \Delta F^v(Q^{(m)}) &= F^v(Q^{(m+1)}) - F^v(Q^{(m)}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

考虑到

$$\tilde{F}^i(Q_i^{(m+1)}, Q_j^{(m+1)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m+1)}) \approx \frac{\partial\tilde{F}^i}{\partial Q_i} \Delta Q_i^{(m)} \quad (12)$$

$$F^v(Q_i^{(m+1)}, Q_j^{(m+1)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m+1)}) \approx \frac{\partial F^v}{\partial Q_i} \Delta Q_i^{(m)} \quad (13)$$

可以将式 (10) 进一步改写为

$$D\Delta Q_i^{(m)} + \sum_f [\tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f - \sum_f [F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f = -R_i^*(Q^{(m)}) \quad (14)$$

其中

$$D = \left( \frac{V_i^{n+1}}{\Delta t} + \frac{V_i^{n+1}}{\Delta\tau} \right) I + \sum_f \left[ \frac{\partial\tilde{F}_f^i(Q^{(m)})}{\partial Q_i} - \frac{\partial F_f^v(Q^{(m)})}{\partial Q_i} \right] dS_f \quad (15)$$

在原始的 LU-SGS 方法中, 一般在左端项采用如下的通量分裂方法

$$\tilde{F}^i - F^v = \frac{1}{2}(\tilde{F}_i + \tilde{F}_j - \lambda_{ij}(Q_j - Q_i)) \quad (16)$$

其中

$$\lambda_{ij} = |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| + a + \frac{2(\mu + \mu_t)}{\rho |\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)|}$$

这里  $\mathbf{r}_i$  和  $\mathbf{r}_j$  是控制体某个表面两侧的单元中心点的位置,  $\mathbf{v}$  是速度,  $\rho$  是密度,  $a$  为当地声速,  $\mu$  和  $\mu_t$  分别为层流和湍流黏性系数. 采用上述通量分裂方法, 矩阵  $D$  退化为一个对角阵.

为了改进收敛效率, BLU-SGS 保留了左端项对角线上的矩阵, 从而保留了对角线以外的一些元素对隐式方法的贡献. 最后, 可以用前后扫描的方法求解式 (14). 扫描方法如下:

向前扫描

$$D\Delta Q_i^{(*)} + \sum_{f \in L(i)} [\tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(*)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f - \sum_{f \in L(i)} [F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(*)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f + \sum_{f \in U(i)} [\tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m-1)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f - \sum_{f \in U(i)} [F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m-1)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f = -R_i^*(Q^{(m)}) \quad (17)$$

向后扫描

$$D\Delta Q_i^{(m)} + \sum_{f \in L(i)} [\tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(*)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f - \sum_{f \in L(i)} [F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(*)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f + \sum_{f \in U(i)} [\tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m)}) - \tilde{F}^i(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f - \sum_{f \in U(i)} [F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)} + \Delta Q_j^{(m)}) - F^v(Q_i^{(m)}, Q_j^{(m)})]_f dS_f = -R_i^*(Q^{(*)}) \quad (18)$$

这里  $L(i)$  和  $U(i)$  分别代表指数比单元  $i$  小和大的单元. 扫描的初始条件设为上一时间步的值, 即  $\Delta Q^{(0)} = 0$ . 式 (17) 和 (18) 可以用标准的 LU 方法求解.

### 2.3 边界条件

为了让物理边界上的通量求解与内边界上的求解方式一致, 采用生成边界虚拟单元的方法. 在虚拟单元上的值由原单元通过物理边界条件给出. 对于远场边界, 采用无反射边界处理方法. 对于含相对运动的物面边界, 压力和密度仍可以直接取原单元的值, 而无黏流的不可穿透条件可以表述为

$$\left. \begin{aligned} u_{ghost} &= u - 2n_x v_n \\ v_{ghost} &= v - 2n_y v_n \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中  $v_n = un_x + vn_y - v_{gn}$ .

类似地, 黏性流的无滑移条件可以表述为

$$\left. \begin{aligned} u_{ghost} &= -u + 2n_x v_{gn} \\ v_{ghost} &= -v + 2n_y v_{gn} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

### 3 数值计算结果与分析

利用上述动态混合网格和数值计算方法, 我们数值模拟了 NACA0012 振荡翼型的跨声速绕流. NACA0012 翼型以 1/4 弦长处为中心作正弦振荡, 即  $\alpha = \alpha_m + \Delta a \sin \omega t$ . 图 1 显示了计算初始定常流采用的网格, 其中图 1(a) 为全局网格, 图 1(b) 为翼型附近的网格放大图, 图 1(c) 和图 1(d) 分别为翼型头部和尾部的网格放大图. 从图中可以看出, 各种网格的过渡相当光滑, 而且在头部和尾部曲率变化较大的区域, 贴体四边形网格的正交性、光滑性都非常令人满意.

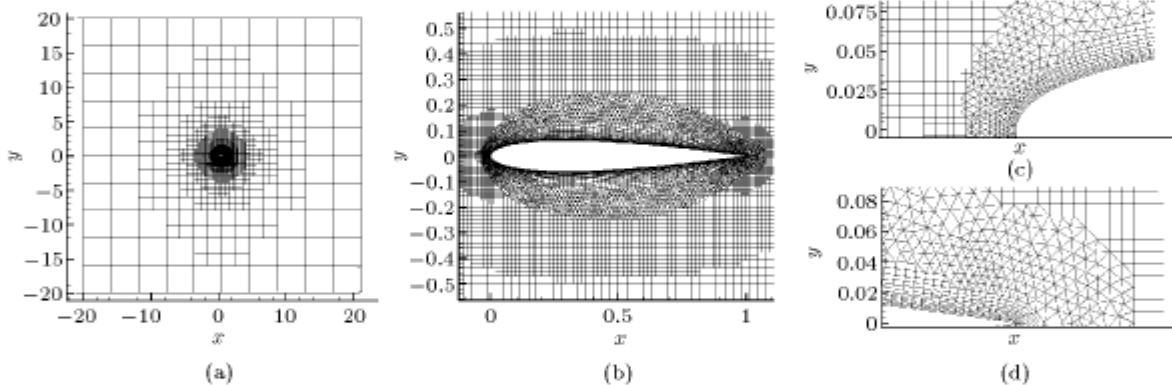


图 1 NACA0012 翼型初始位置时的混合网格  
Fig.1 Hybrid grids around the NACA0012 airfoil

首先进行了无黏流的计算. 来流条件为  $\alpha_m = 0.016^\circ$ ,  $\Delta\alpha = 2.51^\circ$ ,  $M_\infty = 0.755$ . 非定常运动的等效频率 ( $\kappa = \omega c / 2U_\infty$ ) 为 0.0814. 尽管是无黏流计算, 仍然在翼型附近生成了若干层贴体结构网格, 因为这样可以避免由于局部网格重新生成而在物面附近插值导致的数值误差. 总的网格数为 8373, 其中贴体四边形网格数为 1384, 三角形网格数为 2877, 外场的矩形网格数为 4122. 图 2 显示了翼型运动到不同位置时的网格. 可以看到, 在运动过程中, 整体网格质量保持良好.

在非定常计算开始前, 进行初始攻角的定常流计算. 以定常流作为初场, 开始非定常计算. 图 3 显

示了在 6 个不同运动位置的压力等值线, 可以看到, 随着翼型的振荡, 激波在上下翼面产生和消失. 图 4 给出了翼型升力系数随攻角的变化曲线. 图中同时显示了在一个周期内分别采用 16, 32, 64 个时间步得到的计算结果和实验结果 [17]. 可以看到, 即便采用 16 步亦能得到与 64 步非常相近的结果. 虽然计算结果与实验数据之间存在一定的偏差, 但本文的计算结果与文献 [7,18] 的计算结果相当一致. 为展示本文的 BLU-SGS 方法的收敛性, 作者给出了非定常计算过程中某一步的收敛历程曲线 (图 5), 并与点隐式和多步 Runge-Kutta 方法相比较. 可以看到, BLU-SGS 方法确实具有良好的收敛特性.

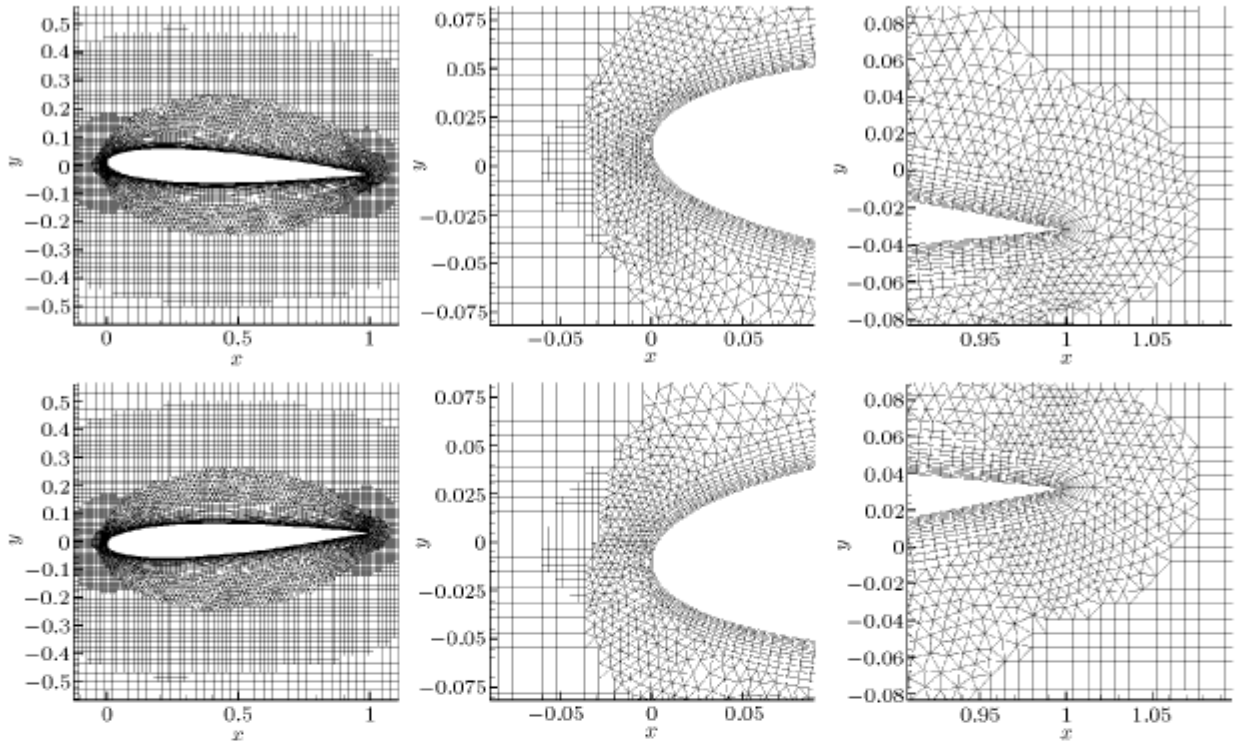


图 2 NACA0012 振荡翼型不同位置的混合网格

Fig.2 Hybrid grids around the NACA0012 airfoil at different times

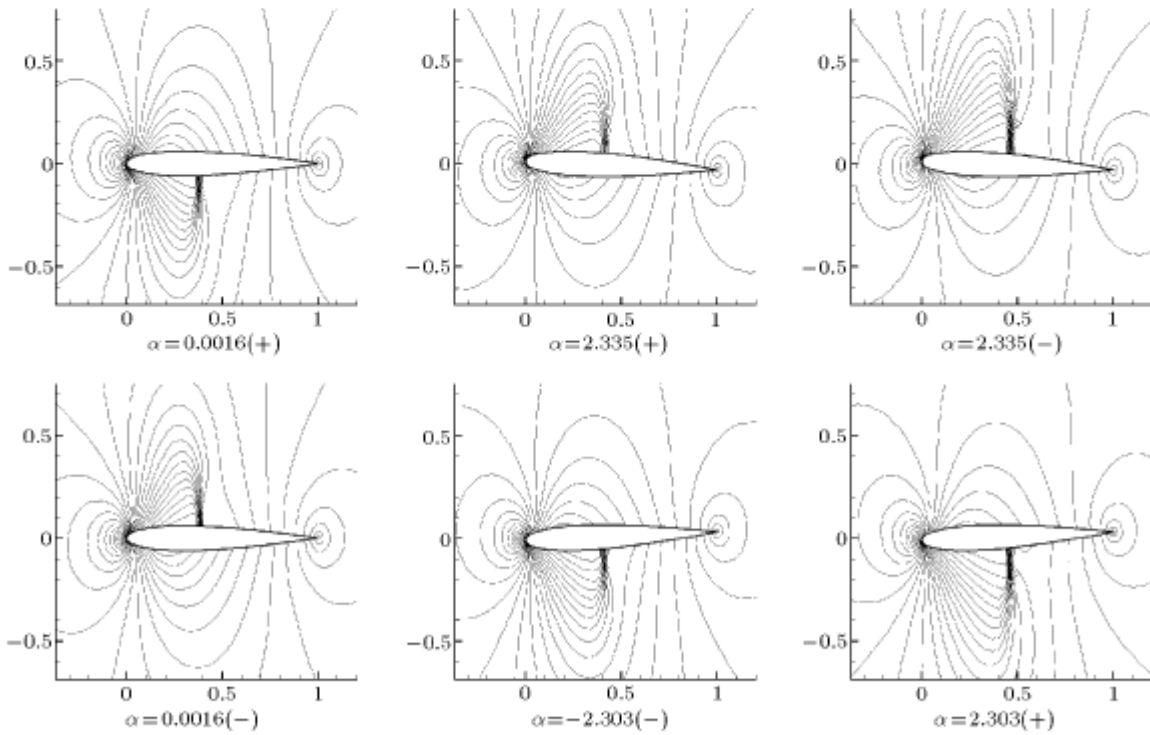


图 3 在 6 个典型位置下的压力等值线

Fig.3 Pressure contours at six different angles of attack

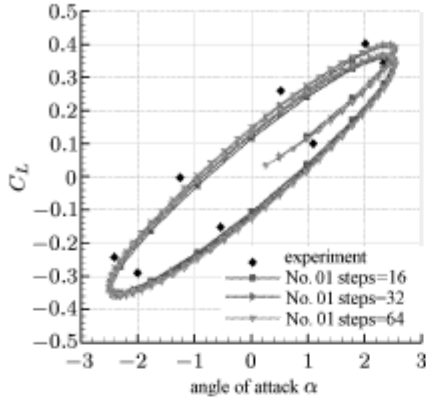


图 4 升力随攻角的变化曲线  
Fig.4 Curve of  $C_L$  vs.  $\alpha$

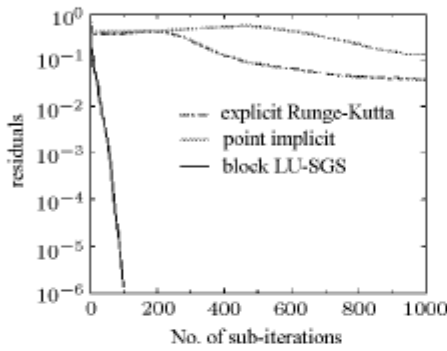


图 5 收敛历程  
Fig.5 Convergence history

随后，作者进行了振荡翼型的黏性绕流计算。黏性计算的总网格数为 14999，其中贴体四面体、三角形和矩形网格的数量分别为 7937, 3254, 3808。来流条件取为： $\alpha_m = 4.86^\circ$ ,  $\Delta\alpha = 2.44^\circ$ ,  $M_\infty = 0.6$ ,  $Re = 4.8 \times 10^6$ ，非定常运动的等效频率  $\kappa = 0.0810$ 。为了精确模拟黏性边界层，贴体的四边形网格在物面附近进行了适当的压缩。图 6 显示了在几个典型的位置，黏性流和无黏流计算得到的 Mach 数等值线，可以清楚地看到，黏性计算给出了有别于无黏计算的湍流边界层和尾迹。图 7 显示了在 4 个不同攻角时的翼型表面压力系数分布。图中同时显示了实验结果<sup>[17]</sup>，可以看出，黏性流的结果要好于无黏流。这从升力系数随攻角的变化曲线(图 8)可以得到进一步的证明。图 9 给出了在 3 个不同的网格上计算的结果，可以看到，计算结果具有良好的网格收敛性。最后，作者比较了 BLU-SGS 方法与点隐式、显示 Runge-Kutta 方法的收敛特性。图 10 为黏性流计算的收敛历程。同样的，BLU-SGS 方法显示了良好的收敛特性。

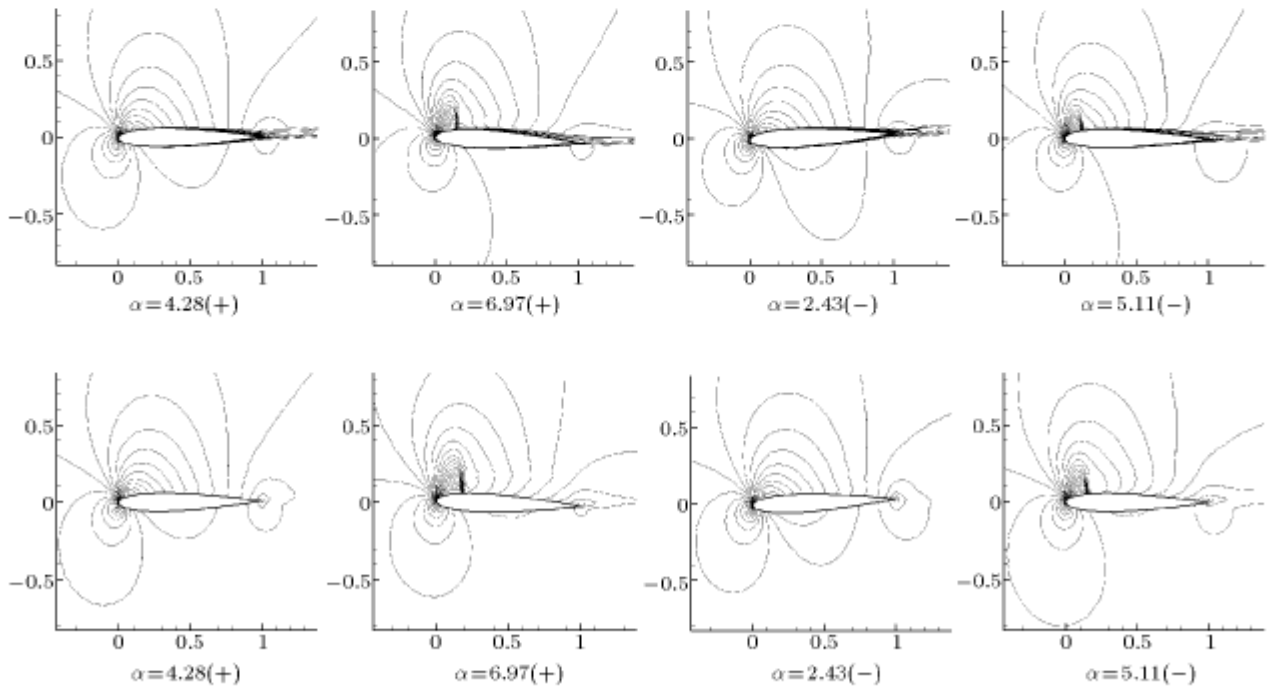


图 6 不同时刻的 Mach 数等值线(上：黏性流；下：无黏流)

Fig.6 Computed Mach number contours at different times (Up: Viscous; Down: Inviscid)

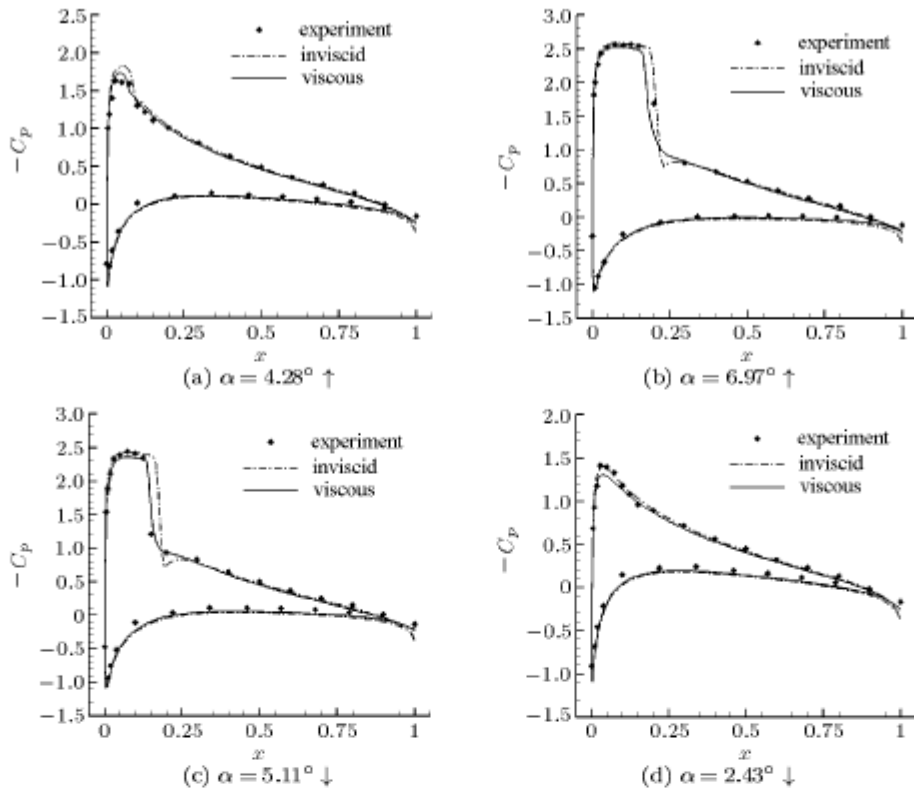


图 7 4 个典型攻角的压力系数分布

Fig.7 Pressure coefficient distributions at four typical angles of attack

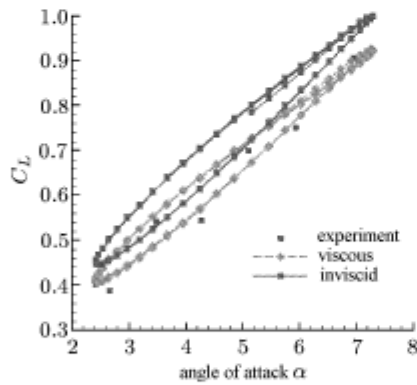


图 8 升力随攻角的变化曲线

Fig.8 Curve of  $C_L$  vs.  $\alpha$

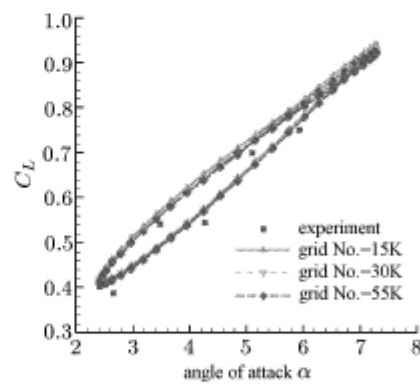


图 9 在不同网格上的计算结果比较

Fig.9 Results on three grids

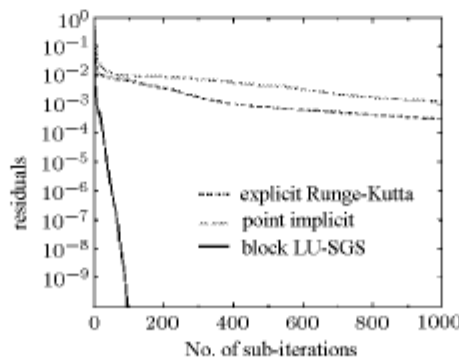


图 10 黏性流的收敛历程

Fig.10 Convergence histories

## 4 结 论

本文建立了一种基于动态混合网格的高效非定常计算方法. 混合网格由内层的贴体四边形网格、外场的自适应矩形网格、以及中间过渡的三角形网格构成. 当物体运动时, 贴体四边形网格随物体运动而运动, 而矩形网格保持静止, 中间的三角形网格利用类“弹簧原理”进行松弛变形. 当物体运动位移较大, 导致三角形网格的质量下降甚至导致网格相交时, 在局部重新生成网格. 新网格上的物理量由旧网格上的值插值而得. 非线性方程组由双时间步和隐式子迭代相结合的方法求解. 子迭代采用高效的 BLU-SGS 隐式计算方法. 数值模拟的结果表明, 本文的动态混合网格和计算方法具有较好的精度和良好的计算效率.

**致谢** 感谢国家留学基金委资助本文第一作者赴美访问学习, 感谢 Michigan State University 的 Delia Koo Grant 对本项目的资助.

## 参 考 文 献

- Kallinderis Y, Khawaja A, McMorris H. Hybrid prismatic/tetrahedral grid generation for complex geometries. *AIAA Journal*, 1996, 34(2): 291~298
- Coirier WJ, Jorgenson PCE. A mixed volume grid approach for the Euler and Navier-Stokes equations. *AIAA Paper 96-0762*, Jan. 1996
- Karman SL. SPLITFLOW: A 3D Unstructured Cartesian/Prismatic Grid CFD Code for Complete Geometries. *AIAA-95-0343*, 1995
- Wang ZJ. A Quadtree-based adaptive Cartesian/Quad grid flow solver for Navier-Stokes equations. *Computers & Fluids*, 1998, 27(4): 529~549
- Zhang LP, Zhang HX, Gao SC. A Cartesian/unstructured hybrid grid solver and its applications to 2D/3D complex inviscid flow fields. In: Proceedings of the 7th International Symposium on CFD, Zhuang FG ed, International Academic Publishers, Sep. 1997, Beijing, China. 68~83
- Zhang LP, Yang YJ, Zhang HX. Numerical simulations of 3D inviscid/viscous flow fields on Cartesian/unstructured/prismatic hybrid grids. In: Proceedings of the 4th Asian CFD Conference, Zhang HX ed, University of Electronic Science and Technology of China Press, Sep. 2000, Mianyang, China. 93~103
- Luo H, Baum JD, Lohner R. A fast, matrix-free implicit method for compressible flows on unstructured grid. *Journal of Computational Physics*, 1998, 146: 664~690
- Chen RF, Wang ZJ. Fast, block lower-upper symmetric Gauss seidel scheme for arbitrary grids. *AIAA Journal*, 2000, 38(12): 2238~2245
- Batina JT. Unsteady Euler algorithm with unstructured dynamic mesh for complex-aircraft aerodynamic analysis. *AIAA Journal*, 1991, 29(3): 327~333
- Luo H, Baum JD, Lohner R. An accurate, fast, matrix-free implicit method for computing unsteady flows on unstructured grid. *Computers & Fluids*, 2001, 30(1): 137~159
- Singh KP, Newman JC, Baysal O. Dynamic unstructured method for flows past multiple objects in relative motion. *AIAA Journal*, 1995, 33(4): 641~649
- Yerry MA, Shephard MS. A modified quadtree approach to finite element mesh generation. *IEEE Computer Graphics and Application*, 1983, 3(1): 39~46
- 张来平, 芮超, 张涵信等. 任意平面域的三角形网格和混合网格生成. *空气动力学学报*, 1999, 17(1): 8~14 (Zhang Laiping, Guo Chao, Zhang Hanxin, et al. An efficient triangular and hybrid grid generator for arbitrary planar domain. *Acta Aerodynamica Sinica*, 1999, 17(1): 8~14 (in Chinese))
- 张来平, 王振亚, 杨永健. 复杂外形的动态混合网格生成方法. *空气动力学学报*, 2004, 22(2): 231~236 (Zhang Laiping, Wang Zhenya, Yang Yongjian. Dynamic hybrid grid generation for complex geometries. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2004, 22(2): 231~236 (in Chinese))
- Venkatakrisnan V. Convergence to steady state solutions of the Euler equations on unstructured grids with limiters. *Journal of Computational Physics*, 1995, 118(1): 120~130
- Yuan Xianxu, Zhang Hanxin, Ye Youda. A comparison of implicit subiteration methods for numerical simulation of unsteady viscous flowfield. In: Proceedings of the 4th Asian CFD Conference, Zhang HX ed, University of Electronic Science and Technology of China Press, Sep. 2000, Mianyang, China. 415~420
- Landon H. Compendium of unsteady aerodynamic measurements. AGARD Report No. 702, 1983
- Venkatakrisnan V, Mavriplis DJ. Implicit method for the computation of unsteady flows on unstructured grids. *AIAA Paper 95-1705*, 1995



## HYBRID MOVING GRID GENERATION AND IMPLICIT ALGORITHM FOR UNSTEADY FLOWS<sup>1)</sup>

Zhang Laiping\* Wang Zhijian<sup>†</sup> Zhang Hanxin\*

*\*(China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)*

*<sup>†</sup>(Department of Mechanical Engineering, Michigan State University, East Lansing, MI 48824, USA)*

**Abstract** A block lower-upper symmetric Gauss-Seidel (BLU-SGS) implicit dual time-stepping method is developed for moving body problems on hybrid moving grids. To simulate flows over complex configurations, a hybrid grid method is adopted in this paper. Body-fitted quadrilateral (quad) grids are generated first near solid bodies. An adaptive Cartesian mesh is then generated to cover the entire computational domain. Cartesian cells which overlap the quad grids are removed from the computational domain, and a gap is produced between the quad grids and the adaptive Cartesian grid. Finally triangular grids are used to fill this gap. With the motion of moving bodies, the quad grids move with the bodies, while the adaptive Cartesian grid remains stationary. Meanwhile, the triangular grids are deformed according to the motion of solid bodies with a “spring” analogy approach. If the triangular grids become too skewed, or the adaptive Cartesian grid crosses into the quad grids, the triangular grids are regenerated. Then the flow solution is interpolated from the old to the new grid. The fully implicit equation is solved using a dual time-stepping solver. A Godunov-type scheme with Roe’s flux splitting is used to compute the inviscid flux. Several sub-iteration schemes are investigated in this study. Both inviscid and viscous unsteady cases over oscillating NACA0012 airfoil are tested to demonstrate the accuracy and efficiency of the method.

**Key words** hybrid grids, moving grids, unsteady flows, lu-sgs, dual time-stepping method

---

Received 10 May 2003, revised 1 June 2004.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10321002).