

用基于 M-SST 模型的 DES 数值模拟喷流流场¹⁾

刘学强 伍贻兆 程克明

(南京航空航天大学航空宇航学院空气动力学系, 南京 210016)

摘要 脱体涡数值模拟方法 (detached eddy simulation, DES) 是把雷诺平均 Navier-Stokes 方程 (RANS) 方法及大涡模拟方法 (LES) 结合起来模拟有脱体涡的湍流流场的数值模拟方法. 其主要思想是在物面附近解雷诺平均 Navier-Stokes 方程, 在其他区域采用 Smagorinski 大涡模拟方法. 本文在剪切应力传输 (SST) 湍流模型的基础上用 DES 及混合非结构网格数值模拟具有横向喷流的湍流流场, 算法采用 Osher 逆风格式. 利用该套程序 (包括网格生成及算法), 对导弹在不同马赫数下的喷流流场进行了数值模拟, 并与同时开展的实验研究的结果进行了对比. 结果表明用该方法处理这类问题是较准确的.

关键词 湍流模型, 大涡模拟, DES, 混合网格, 逆风格式

引 言

横向喷流本身汇集着非常丰富的物理现象, 比如, 喷流对主流的非固壁型阻塞效应; 主流与喷流相互剪切出现的边界涡、裹入现象等. 在超声速时, 喷流堵塞效应将产生激波, 激波会引发物面边界层分离等, 使得流场发生剧烈变化. 同时, 主流与喷流相互作用将产生复杂的涡系列, 如反向的涡对、马蹄涡等. 如果喷流马赫数大于 1, 还将产生复杂的马赫盘, 这主要表现在喷流柱出现“链”状, 使得喷流柱不光滑, 如图 1 所示^[1], 这更增加流动的复杂性. Margason 等人把喷流的流谱简化, 得到图 2 所示的流场拓扑结构^[1], 在这个图中可以清晰地看到因为横向喷流的存在而引起的弓形的分离激波、喷流柱前面的再附激波等复杂波系, 同时, 在喷流柱里含有一反向的涡对, 在喷流根部含有一马蹄涡. 正是因为流场的这种复杂性, 大大增加了数值模拟和实验

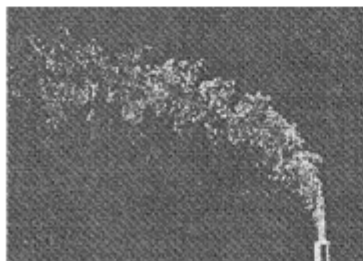


图 1 喷流柱显示图

Fig.1 The display of jet plume

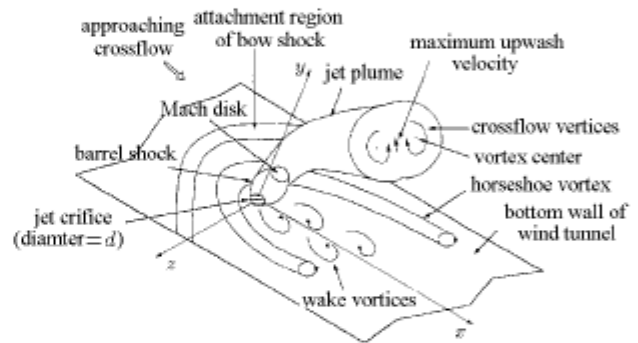


图 2 超音速喷流流场结构拓扑示意图

Fig.2 The features of the flow field structure

模拟的难度.

对于数值模拟而言, 因为在具有横向喷流的流场中存在湍流脉动、附面层分离以及主流与喷流相互剪切而出现的边界涡, 它们在流场中占据重要位置, 直接影响到流场结构的形成、流场的发展, 因而只求解 Euler 方程不能得到正确的流场结构. 对于求解层流 Navier-Stokes 方程, 因为解决不了由于横向喷流引起的湍流脉动 (尤其在马赫数不高的情况下), 其结果也不能正确地描述喷流的特性. 所以, 在计算具有横向喷流的流场时有必要引入计入湍流效应的湍流模型. 在国外, Qin 等人^[2] 结合 B-L 代数湍流模型求解了具有横向喷流的流场, 得到了较好的结果, Srivastava^[3] 把方程模型用到了横向喷流的计算中, 也得到了较好的结果. B-L 模型计算简

2003-06-18 收到第 1 稿, 2004-04-25 收到修改稿.

1) 国防预先研究资助项目 (K1601060309).

单, 计算量小, 在工程计算中应用非常广泛, 因而一直受到人们的重视. 但由于模型本身的应用范围具有一定的局限性, 它对附着流动和小分离流动非常有效, 对于像具有横向喷流这样的大分离流动, 计算结果的精度就受到一定的限制. 对于方程模型, 它们考虑到了湍流的扩散与耗散性质, 因而能较准确地反映出湍流特性, 计算结果也较可靠. 但是, 方程模型仍然是建立在薄层 N-S 方程假设基础上的, 对流场存在大分离的情况仍显得有些无能为力. 并且, 由于增加了方程的个数, 计算量增加, 这使得在工程实际运用中仍然受到一定的限制. 因而, 在数值模拟具有横向喷流流场的数值方法中, 一个关键迫切的任务就是寻找一个合适的数学模型使得数值模拟这方面的流场具有较高的精度和计算速度.

近几年来, 在国际上出现了一种较新的数值模拟方法——脱体涡数值模拟 (DES) 方法, 该方法的主要思想就是在湍流附面层内采用雷诺平均 Navier-Stokes 方程 (RANS) 方法通过雷诺平均假设模拟附面层内的湍流流动, 在其他区域采用大涡模拟 (LES) 方法模拟脱体涡运动. 它结合了常规的 RANS 方法和 LES 方法的优点, 不但可以节约大量的计算时间, 而且计算结果也较为准确, 尤其是对脱体涡的模拟, 其结果更令人满意. James^[5] 用该方法来改善模拟高超声速条件下的钝体底部阻力的计算, Strelets^[6] 用该方法数值模拟非正常大迎角下的涡运动, Scott^[7] 用该方法模拟三角翼上的涡运动, 他们都得到了较好的计算结果.

本文结合 Menter 的 SST 湍流模型, 用 DES 方法数值模拟具有横向喷流的超 (跨) 声速细长体绕流场. 数值方法采用 Osher^[8] 逆风格式, 数值网格采用黏性混合非结构网格^[9]. 该套程序 (包括网格生成和数值格式) 由作者开发, 在进行上述数值实验过程中程序运行稳定, 数值结果表明用 DES 方法模拟具有横向喷流的流场是可靠的和高效的.

1 数值方法

本文采用的 DES 方法其基本思路是在湍流附面层内用 RANS 方法, 湍流模型采用 M-SST 两方程模型; 在其他区域结合 M-SST 模型用 Smagorinski 的 LES 模型^[6].

(1) RANS+M-SST 湍流模型

三维可压雷诺平均 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = \frac{M_\infty \sqrt{\gamma}}{Re_\infty} \cdot \frac{\partial G_i}{\partial x_i} \quad (1)$$

其中

$$U = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \end{Bmatrix}, \quad F_i = \begin{Bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_1 u_i + p \delta_{1i} \\ \rho u_2 u_i + p \delta_{2i} \\ \rho u_3 u_i + p \delta_{3i} \\ (e + p) u_i \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$G_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tau_{1i} \\ \tau_{2i} \\ \tau_{3i} \\ u_m \tau_{mi} + \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{Bmatrix}$$

这里的 ρ, p, e, T 和 κ 分别表示密度、压强、总能、温度和热传导系数, u_i 是沿直角坐标系 x_i 方向的速度分量, 黏性切应力的分量为 $\tau_{mi} = \mu \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) + \lambda \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{mi}$, 黏性系数之间的关系为 $\lambda = -\frac{2\mu}{3}$, $\mu = \mu_l + \mu_t$, μ_l 为层流黏性系数, μ_t 为湍流黏性系数, $\kappa = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$, $Pr_l = 0.72$, $Pr_t = 0.9$, M_∞ 为来流马赫数, γ 为比热比, Re_∞ 为来流的雷诺数.

湍流模型采用 Menter 的两方程模型, 它是一种混合 $k-\varepsilon$ 和 $k-\omega$ 的湍流模型. 参数 F_1, F_2 作为开关参数, 控制这两种模型在不同情况下的转换. 含可压缩性修正的微分方程由下式表达出来

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} (1 - F_1) \overline{p' d''} - \frac{\rho k^{3/2}}{l_{k-\omega}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

$$\frac{D(\rho \omega)}{Dt} = \frac{\gamma \rho}{\mu_t} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + (1 - F_1) \beta^* \alpha_1 M_t^2 \rho \omega^2 - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho(1 - F_1) \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} - (1 - F_1) \frac{\overline{p' d''}}{\nu_t} \quad (4)$$

其中, $\overline{p' d''} = -a_2 \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} M_t^2 + a_3 \rho \varepsilon M_t^2$, $M_t^2 = \frac{2k}{a^2}$, 常数 $a_1 = 1.0, a_2 = 0.4, a_3 = 0.2$, 这时的湍流黏性系数定义为

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (5)$$

两组系数常数为:

$k-\omega$ 模型

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{k1} = 2.0, \quad \sigma_{\omega 1} = 2.0 \\ \kappa = 0.41, \quad \beta_1 = 0.0750 \\ \gamma_1 = \frac{\beta_1}{0.09} - \frac{\kappa^2}{0.3\sigma_{\omega 1}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$k-\varepsilon$ 模型

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{k2} = 1.0, \quad \sigma_{\omega 2} = 1.1680 \\ \kappa = 0.41, \quad \beta_2 = 0.0828 \\ \gamma_2 = \frac{\beta_2}{0.09} - \frac{\kappa^2}{0.3\sigma_{\omega 2}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对混合的 SST 湍流模型, 上述的常数需要进行混合

$$\Phi = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (8)$$

其中 Φ 为 SST 模型对应的常数, Φ_1 为 $k-\omega$ 中的常数, Φ_2 为 $k-\varepsilon$ 中的常数.

函数 F_1, F_2 为

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (9)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \frac{4\rho k}{CD_{k\omega} y^2 \sigma_{\omega 2}} \right) \\ \arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \\ CD_{k\omega} = \max \left(\frac{2\rho}{\omega\sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

这部分的详细内容见参考文献 [10]. 在用数值求解上述方程时, 先对上述方程积分, 然后采用有限体积法求解, 通量采用 Osher 逆风格式, 这部分内容见参考文献 [8,9].

(2)DES 方法

DES 方法最初由 Spalart^[4] 提出来的, 它是把大涡模拟与常规的雷诺平均 NS 方程的优点结合起来数值模拟带脱体涡的一种新方法. 在物面附近采用 RANS 方法, 在其他区域采用 Smagorinski 大涡模拟 (LES) 方法, 因此该方法是一种混合解法. 在 RANS 方法中用 M-SST 两方程湍流模型时, 在湍流能量的传输方程 (3) 中有一项含湍流尺度 $l_{k-\omega}$, 其表达式为

$$l_{k-\omega} = k^{1/2} / \beta^* \omega \quad (11)$$

在 DES 方法中, $l_{k-\omega}$ 将由 $\tilde{l} = \min(l_{k-\omega}, C_{DES}\Delta)$ 进行替代^[3], 其中 $\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 为单元间的

最大距离. 当 $l_{k-\omega} \ll \Delta$ 时, 该模型充当 RANS 中的 SST 两方程湍流模型; 当 $l_{k-\omega} \gg \Delta$ 时, 该模型就充当 Smagorinski 大涡模拟 (LES) 模型. 如果当地网格非常密时该模型则在整个流场充当 LES 模型.

当把上述的 DES 方法用到混合非结构网格中时, 由于在物面附近, ω 相当大 (在物面上理论上应该为 ∞), 而湍流动能 k 有限, 因而 $l_{k-\omega}$ 非常小, 与单元间的最大距离相比要小得多, 这时 M-SST 湍流模型起作用. 当远离物面时, 这时 ω 迅速减小, 这时 $l_{k-\omega}$ 增长也非常迅速, 当其远大于单元间最大距离时, Smagorinski 大涡模拟 (LES) 模型起作用. Scott^[7] 提出在非结构网格中 Δ 取相邻的非结构网格单元中心间的最大距离, 常数 C_{DES} 一般取 0.65.

2 数值实验

本次数值模拟的构型是尖-拱-柱单独体构型.

构型的长细比为 $L_B/D = 10.17$, D 为圆柱段直径; 喷口轴向位置 $L_j/D = 3.698$; 喷口口径 $d_j/D = 6.48\%$. 该外型喷流实验是在南京航空航天大学的高速风洞中进行的. 进行了马赫数分别为 2.5 和 0.8 的喷流实验. 来流迎角都为 0° , 雷诺数分别为 3.0×10^6 和 2.1×10^6 , 喷流出口条件为: 密度比为 123.5, 喷口马赫数为 1.0, 压力比为 139.2. 在数值模拟过程中, CFL 数取 2.5, 以密度的残值为收敛标准, 残值收敛 4 个量级为计算结果收敛. 对来流马赫数为 2.5 的情况, 计算结果收敛需迭代 1800 步, 对来流马赫数为 0.8 的情况, 计算结果收敛需迭代 2500 步. 图 3~ 图 6 为来流马赫数为 2.5 的计算结果. 图 3, 图 4 分别为子午面 ($z = 0$) 上的等马赫线分布和等压线分布, 从图 3 可以清晰地看到马赫盘. 图 5 为喷流柱内反向涡对示意图, 图 6 为绕喷流柱根部的马蹄涡的速度矢量图. 图 7, 图 8 为来流马赫数为 0.8 的计算结果. 图 7 为截面上的等马赫线分布图, 图 8 为喷流柱下游尾迹涡示意图, 本文只显示出一个截面上的尾迹涡, 实际上该涡从物面上一直延伸到反向涡对里. 与图 2 给出的喷流拓扑结构相比较, 本次所用的方法能较准确地模拟出喷流流场的拓扑结构. 为了更进一步说明计算结果的可信性, 对截面上的压力系数与实验结果进行了比较. 图 9, 图 10 给出了两者的比较, 横向坐标为周向角, 纵向坐标为压力系数. 其中, 图 9 为来流马赫数为 2.5 时, $x = 4.25$ 截面上计算与实验的压力分布图; 图 10 为来流马赫数为 0.8 时, $x = 4.805$ 截面上计算与实验的压力分

布图. 其横向坐标为周向角, 纵向坐标为压力系数. 从压力系数比较中可以看出二者吻合得

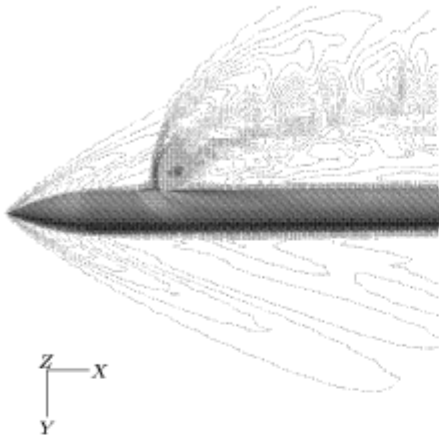


图 3 $z = 0.0$ 截面上的等马赫线图 ($Ma = 2.5$)

Fig.3 The Mach number contours on the $z = 0.0$ section

($Ma = 2.5$)

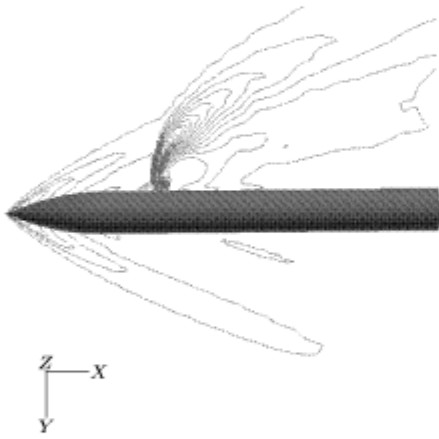


图 4 $z = 0.0$ 截面上的等压线图 ($Ma = 2.5$)

Fig.4 The pressure contours on the $z = 0.0$ section

($Ma = 2.5$)

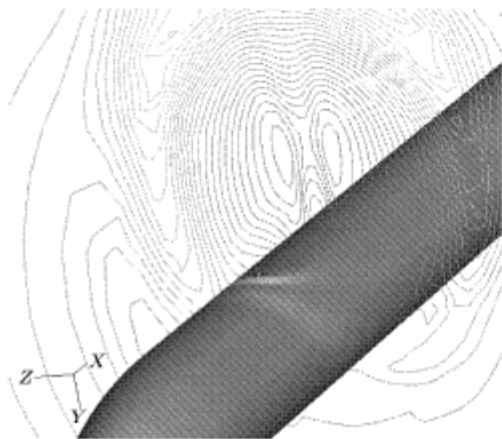


图 5 喷流柱内的反向涡对 (等压线图)

Fig.5 The counter-rotating vortex pair (pressure contours)

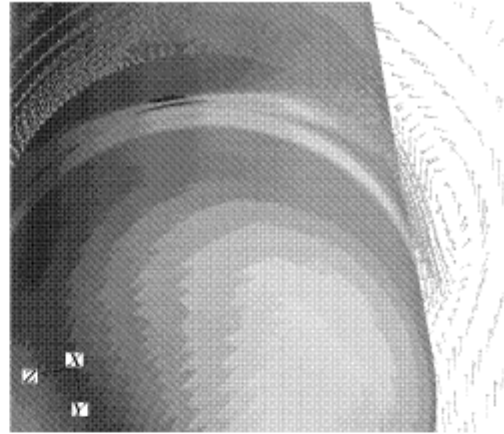


图 6 喷流根部马蹄涡 (速度矢量)

Fig.6 The necklace vortex (velocity vectors)

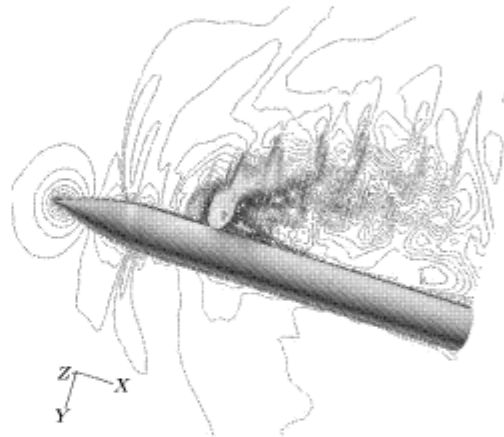


图 7 $z = 0.0$ 截面上的等马赫线图 ($Ma = 0.8$)

Fig.7 The Mach number contours on the $z = 0.0$ section

($Ma = 0.8$)

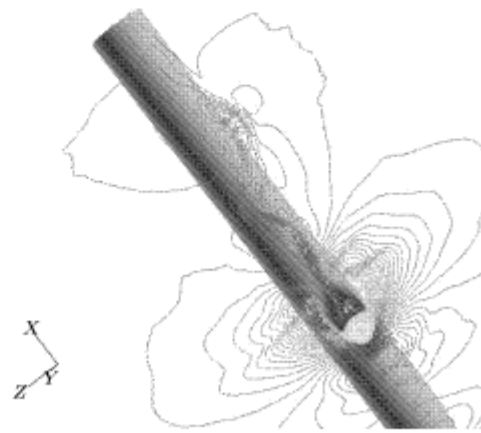
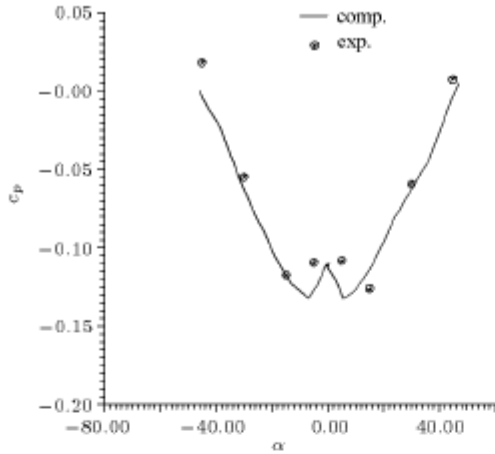
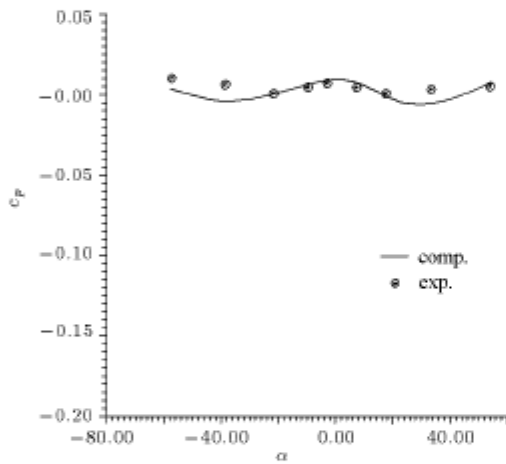


图 8 喷流柱下游 ($y = 1.2$ 截面) 的尾迹涡 ($Ma = 0.8$)

Fig.8 The wake vortex under jets on the $y = 1.2$ section

($Ma = 0.8$)

图 9 $x = 4.23$ 截面上的压力系数图 ($Ma = 2.5$)Fig.9 The pressure coefficients ($Ma = 2.5, x = 4.23$)图 10 $x = 4.805$ 截面上的压力系数 ($Ma = 0.8$)Fig.10 The pressure coefficients ($Ma = 0.8, x = 4.805$)

较好, 这也在一定程度上说明本次模拟所用的方法是可信的; 可以借鉴用来指导我们开展一些喷流流动细节特征的了解和内部流动机制的认识。

3 结 论

本文在 SST 湍流模型的基础上用 DES 及混合非结构网格数值模拟具有横向喷流的湍流流场。数值实验的结果表明, 用基于 M-SST 模型上的 DES 方法数值模拟横向喷流是高效的和较准确的。该方法结合了 RANS 方法及 LES 方法, 因而可以对带大分离的湍流流动进行数值模拟, 并且数值模拟的结果相当准确。

参 考 文 献

- 1 Mungal MG. Transverse jets and jet flames. *J Fluid Mech*, 2001, 443(5): 1~25
- 2 Qin N, Foster D. Computational study of supersonic lateral jet flow interactions. *J of Spacecraft and Rockets*, 1996, 33(5): 651~656
- 3 Srivastava B. CFD analysis and validation of lateral jet control of a missile. AIAA 96-0288, 1996
- 4 Spalart PR. Trends in turbulence treatments. AIAA-00-2306, 2000
- 5 James RF. Detached eddy simulation of a supersonic axisymmetric base flow with an unstructured solver. AIAA-00-2410, 2000
- 6 Strelets M. Detached eddy simulation of massively separated flows. AIAA-01-0879, 2001
- 7 Scott M. DES and RANS simulations of delta wing vortical flows. AIAA-02-0587, 2002
- 8 Osher S, Salomon F. Upwind difference schemes for hyperbolic systems of conservation laws. *Mathematics of Computation*, 1982, 28: 339~374
- 9 刘学强. 基于混合网格和多重网格上的 N-S 方程求解及应用研究. [博士论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2001. 10 (Liu Xueqiang. The research of N-S equations solution using hybrid grids and multi-grid methods and it's applications. [Ph D Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2001 (in Chinese))
- 10 Menter R. Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamics flows. AIAA-93-2906, 1993

COMPUTATION OF LATERAL TURBULENT JETS USING M-SST DES MODEL¹⁾

Liu Xueqiang Wu Yizhao Cheng Keming

(Department of Aerodynamics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract DES(detached eddy simulation) is a hybrid method combining RANS and LES to simulate flowfields with detached eddies. The main idea is that, RANS is used near the wall and LES method is used in the other region of the field. In this paper, DES method based on M-SST was used to simulate the complicate turbulence flows on hybrid unstructured grids and the Osher scheme was used for the spatial discretisation. The computations of the flow around a missile with a lateral jet was performed by using the newly-developed codes. The obtained results demonstrate that DES method is efficient for some simulation of the separated turbulence flowfields.

Key words turbulence model, LES, DES, hybrid grids, upwind scheme

Received 18 June 2003, revised 25 April 2004.

1) The project supported by the Funding of National Defence in Advance (K1601060309).