

静电微电机微转子接触动力学特性分析¹⁾

张文明²⁾ 孟 光

(上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室, 上海 200030)

摘要 提出静电微电机中转子和固定轴承间相互接触的数学模型, 对微尺度下的接触应力和应变特性进行理论推导, 分析静电微电机几何参数、静电力、材料特性及加载电压对接触宽度、应力和应变特性的影响, 对比研究不同工况下接触宽度、接触应力和应变的变化, 并就相同的问题进行有限元分析, 探讨摩擦系数对接触区 von Mises 应力、应变和接触压力的影响, 结果表明有限元模拟所得接触应力和应变分布与数学模型的解析值较为相似.

关键词 微机电系统, 微电机, 接触, 静电力

中图分类号: TP202, TH117.2 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2005)06-0756-08

引 言

微机电系统 (MEMS) 的出现使众多科学和工业领域取得革命性的突破, 微电机作为典型的微机械动力元件一直是 MEMS 研究的热点, 在一定程度上已成为 MEMS 发展水平的重要标志. 自从 1987 年 Trimmer 等人^[1] 设计并研制出静电微电机以来, 相继出现顶驱动式、侧驱动式、晃动式、中心钉轴瓦式、法兰盘式、外转子式、谐波等多种静电微电机^[2,3], 图 1 所示为典型的 6/8 电极定转子静电微电机剖面示意图.

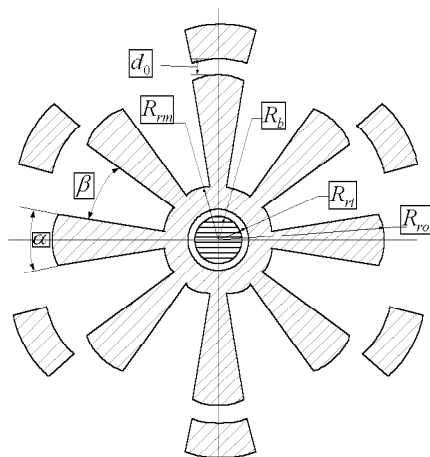


图 1 静电微电机剖面示意图

Fig.1 The cross-section scheme of the micromotor

静电微电机因具有加工工艺与 IC 兼容, 转速高、易于控制、无直流功耗、工作电压高等优点, 国内外已有许多专家学者对其进行相关的理论研究, 特别是模拟分析方面取得了一些成果^[4~7]. Tai 等^[8] 率先通过实验预测静电微电机的动力学摩擦特性; 微摩擦是静电微电机研究中必须考虑的接触问题之一, Beerschwinger 等人^[9,10] 成功应用有限元分析方法 (FEA) 对可变电容静电微电机进行了模拟分析, 并计算得到静电微电机相关的摩擦系数. 由于静电微电机驱动力矩小, 文献^[6,7,11] 分别对不同静电微电机静电力、静力驱动力矩、动力驱动力矩进行理论分析与测试. 接触动力学是微电机研究中很重要的课题之一, 在微电机高速运转过程中, 转子和基板间很易产生静电接触, 静电接触会限制转矩的增加范围, 而且转子和固定轴承间也会形成接触对^[12]; 另外, 微粒不规则地分布在定转子之间也会使静电微电机的运动状态不可预测^[13]. 超声波微电机就是依靠定转子间的表面接触驱动运转, 应用较为广泛的有接触力学方法、有限元方法、能量方法和等效电路方法进行模拟^[14].

本文主要是基于接触力学理论, 建立典型静电微电机中转子和固定轴承之间接触的数学模型, 分析接触区的应力、应变及接触宽度, 探讨微尺度下接触应力、应变的尺度效应, 并结合有限元方法对转子与固定轴承接触区进行模拟分析, 探讨摩擦对接

2004-04-11 收到第 1 稿, 2005-02-24 收到修改稿.

1) 国家杰出青年科学基金资助项目 (10325209).

2) E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn

触区应力、应变和接触压力的影响。

1 接触理论分析

1.1 数学模型

取未变形前的公切面为 xy 平面， z 轴通过接触点 O 指向物体内部，如图 2 所示。两物体在接触点附近的曲面方程为 $z_1 = f_1(x, y)$, $z_2 = f_2(x, y)$ ；将函数 $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$ 按泰勒级数展开为 $z_{1,2} = A_{1,2}x^2 + B_{1,2}y^2 + C_{1,2}xy + \dots$ ，略去高阶项，可得在 O 点附近的曲面方程近似表达式

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= A_1x^2 + B_1y^2 + C_1xy \\ z_2 &= A_2x^2 + B_2y^2 + C_2xy \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)}, & B_1 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} \\ C_1 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)}, & A_2 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} \\ B_2 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)}, & C_2 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} \end{aligned}$$

由式 (1) 可得

$$z_1 - z_2 = (A_1 + A_2)x^2 + (B_1 + B_2)y^2 + (C_1 + C_2)xy \quad (2)$$

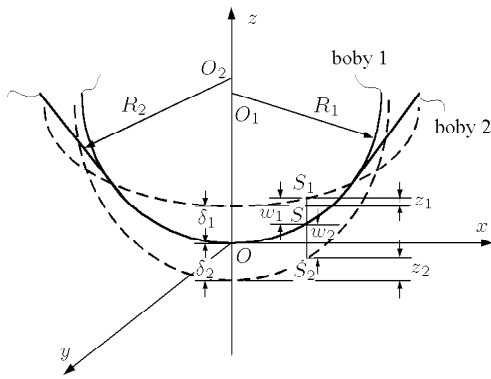


图 2 数学模型示意图

Fig.2 The schematic diagram of the mathematic model

通过适当的坐标旋转可使得 $(C_1 + C_2) = 0$ ，于是图 2 中 S_1, S_2 两点对应的距离为

$$d = z_1 - z_2 = A\xi^2 + B\eta^2 \quad (3)$$

式中 ξ, η 为 S_1, S_2 两点在新坐标系中的坐标。

若在接触点处物体 1 的主曲率半径分别为 R_{11} 和 R_{12} ，物体 2 的主曲率半径分别为 R_{21} 和 R_{22} ，

且两主曲率平面间夹角为 θ ，根据光滑非协调接触表面几何特性^[15]，有

$$\left. \begin{aligned} A + B &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \\ B - A &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right)^2 \dots + \right. \\ &\quad \left. 2 \left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right) \left(\frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right) \cos 2\theta \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由此，根据两物体在接触处的主曲率半径与主曲率平面间夹角确定式 (4) 中的 A, B 值。

基本假设：在微观尺度下，认为每个表面都是外形光滑的，忽略表面很小的不规则性，由这些不规则性可能导致不连续接触或接触压力的局部变化很大。变形前两表面上对应点 $S_1(x, y, z_1)$ 和 $S_2(x, y, z_2)$ 之间的间隙由方程式 (3) 给出。在压缩过程中，两物体分别向着 O 点平行于 z 轴移动位移 δ_1, δ_2 ，如果没有发生接触变形，则它们的轮廓如图 2 虚线所示。每个物体的表面由于接触压力而平行于 Oz 发生位移，分别为 w_1, w_2 ，若变形后 S_1 和 S_2 在交界面上的 S 点接触，则

$$w_1 + w_2 + d = \delta_1 + \delta_2 \quad (5)$$

因为固定轴承和转子都是平行于坐标系中 y 轴的对称式转动体结构，且在单位长度上的力 p 压紧而接触，问题就变成了二维问题，它们平行于轴向以宽度为 $2a$ 的窄条上构成接触。有 $R_{11} = R_1, R_{12} = \infty, R_{21} = -R_2, R_{22} = \infty$ ，且 $\theta = 0$ ，则式 (3) 变成

$$d = z_1 + z_2 = Ax^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x^2 \quad (6)$$

转子在加入电压后静电加载，接触区内的点满足

$$w_1 + w_2 = (\delta_1 + \delta_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x^2 \quad (7)$$

而对接触区外的点，满足

$$w_1 + w_2 > (\delta_1 + \delta_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x^2 \quad (8)$$

1.2 接触应力与应变

为了求解局部接触应力，对式 (7) 进行微分可得到表面梯度关系，即

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial x} = - \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x \quad (9)$$

Johnson^[16] 给出了作用在 $-a \leq x \leq a$ 窄条上的压力 $p(x)$ 所引起的表面梯度, 每个表面上的压力是相同的, 即

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial x} = -\frac{1}{\pi} \left[\frac{(1-\mu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\mu_2^2)}{E_2} \right] \int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds \quad (10)$$

式中, E_1, E_2 分别为物体 1, 2 的弹性模量; μ_1, μ_2 分别为物体 1, 2 的泊松比.

将式 (10) 代入式 (9), 可得

$$\int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds = \frac{\pi E_1 E_2}{E_1(1-\mu_2^2) + E_2(1-\mu_1^2)} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) x \quad (11)$$

式 (11) 为第 1 类奇异积分方程, 由 Cauchy 主值积分, 可得

$$p(x) = -\frac{\pi E_1 E_2}{(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot \frac{x^2 - a^2/2}{\pi(a^2 - x^2)^{1/2}} + \frac{p(x)}{\pi(a^2 - x^2)^{1/2}} \quad (12)$$

因压力 $p(x)$ 在整个接触区须为正值, 此时在 $x = \pm a$ 处 $p(x)$ 值趋于无限大, 由式 (12) 得

$$p(x) \geq \frac{\pi E_1 E_2 a^2}{2[(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1]} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (13)$$

因此, 可得接触区压力 P 和接触区窄条宽度 $2a$ 之间的关系为

$$p(x) = \frac{\pi E_1 E_2 a^2}{2[(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1]} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \left. \vphantom{p(x)} \right\} \\ a = \left[\frac{2p(x)R_1R_2[(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1]}{\pi E_1 E_2 (R_2 - R_1)} \right]^{1/2} \quad (14)$$

假设整个截面受半椭圆分布压力 $q(z)$ 作用, 单位截面总载荷为 $p(x)$, 则

$$\left. \begin{aligned} q(z) &= \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} q_{\max} \\ p(x) &= \frac{1}{2} \int_{-a}^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} q_{\max} dx \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中, q_{\max} 为中心点最大压力, 压力在接触边缘降为零.

又因为单位截面 $p(x)$ 沿着轴向均匀分布, 即

$$p(x) = P/L \quad (16)$$

式中, P 为接触压力, L 为轴向接触长度.

将方程式 (15) 积分, 并将方程式 (16) 代入, 可得在 $z = 0$ 处有最大压力及分布压力 $q(z)$

$$\left. \begin{aligned} q_{\max} &= \left[\frac{2PE_1E_2}{\pi L[(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1]} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{1/2} \\ q(z) &= \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{1/2} \left[\frac{2PE_1E_2}{\pi L[(1-\mu_1^2)E_2 + (1-\mu_2^2)E_1]} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将压力分布方程式 (15) 代入以下均匀分布法向力作用应力方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{2z}{\pi} \int_a^a \frac{p(s)(x-s)^2}{[(x-s)^2 + z^2]^2} ds \\ \sigma_z &= -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)}{[(x-s)^2 + z^2]^2} ds \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

根据方程 (18) 可以求出两物体内部的应力. 在接触边界面上, $\sigma_x = \sigma_z = -p(x)$; 在接触区外面, 表面上所有应力分量都为零, 沿着 z 轴方向积分可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{q_{\max}}{a} [(a^2 + 2z^2)(a^2 + z^2)^{-1/2} - 2z] \\ \sigma_z &= -q_{\max} a (a^2 + z^2)^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由平面应变 Hooke 定律^[17], 边界处有应变分量 ε_z

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [(1-\mu^2)\sigma_x - \mu(1+\mu)\sigma_z] \quad (20)$$

1.3 接触应力与应变尺度效应

MEMS 的明显特征是几何尺寸微型化, 由于表面积与体积之比增大, 表面效应突出, 表面力将代替体积力而起主导作用, 一般用特征尺寸来表征物体的特性 (即该物体正好包含在边长为 L 的正方体内). 当 $L \leq 1\mu\text{m}$ 时, 表面力占支配作用. 静电微电机两电极间的垂直静电力 F_{rs} , 根据平板电容器理论^[18], 可得

$$F_{rs} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 H \left(R_{ro} \cdot \frac{\alpha}{180} \pi \right) U^2}{2d_{rs}^2} = \varepsilon_r \varepsilon_0 H \left(R_{ro} \cdot \frac{\alpha}{180} \pi \right) E_d^2 \quad (21)$$

式中, U 为间隙上的电压, E_d 为电压强度, H 为转子厚度, R_{ro} 是转子外半径, α 为电极对应角度, d_{rs} 为定转子之间的间隙, ε_r 和 ε_0 为定转子间的相对介电常数和自由介电常数.

静电力是表面效应较为突出的作用力, 以物体的特征尺寸作为尺度因子 K (scale factor), 由于 ε_r , ε_0 , U 与特征尺寸无关, 式 (21) 中垂直静电力可表示为

$$F_{rs} \propto K^2 \quad (22)$$

由于弹性模量 E 和泊松比 μ 都与尺度因子无关, 将式 (17),(22) 代入方程 (19), (20) 可分别推出应力与应变和尺度因子的关系

$$\sigma_x \propto C, \quad \sigma_z \propto C, \quad \varepsilon_z \propto C \quad (C \text{ 为常数}) \quad (23)$$

静电力 F_{rs} 与尺度因子的平方成正比, 而接触应力和应变却与尺度因子无关. Pisano^[19] 得出结论: 随着特征尺寸变化, 弯曲应力和应变不变, 弯曲应力和应变与尺度因子无关. 因此, 在微尺度情况下, 接触应力和应变与弯曲应力和应变均与尺度因子无关.

2 数值计算与有限元分析

2.1 数值计算结果分析

以图 1 所示 6/8 电极定转子组成的微型静电电机为例, 其几何参数如下: 固定轴承半径 R_b 为 $20\mu\text{m}$, 转子内半径 R_{ri} 为 $20.15\mu\text{m}$, 转子外半径 R_{ro} 为 $50\mu\text{m}$, 转子轮毂半径 R_m 为 $24\mu\text{m}$, 转子厚度 H 为 $2.2\mu\text{m}$, 定转子之间间隙 d_0 为 $1.5\mu\text{m}$, 8 极转子每极宽度 α 为 18° , 转子两极间夹角 β 为 27° ^[12]. 转子在高速运转中, 转子和固定轴承的材料特性对两者之间的接触影响很大. 因此, 本文主要以多晶硅和 Si_3N_4 为研究对象进行相关分析, 两者材料特性见表 1.

表 1 转子与固定轴承对材料特性^[20,21]

Table 1 Material properties of rotor and bearing hub^[20,21]

	Materials	Young's	Poisson's
		modulus	ratio
		$E/(\times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2})$	μ
1st pair	Si_3N_4	3.85	0.30
	Si_3N_4	3.85	0.30
2nd pair	Si_3N_4	3.85	0.30
	Polysilicon	1.72	0.25
3rd pair	Polysilicon	1.72	0.25
	Polysilicon	1.72	0.25

依据式 (21), 可得在不同应用气隙电压作用下, 定转子间的法向静电力. 在转子高速运转情况下, 转子与固定轴承间的间隙也不断地变化, 这就

会引起极板间静电力相应的变化. 在定转子间无间隙和最大间隙两种情况下, 极板间垂直静电力比较见表 2 所示.

表 2 不同电压作用下两极间垂直静电力 (μN)

Table 2 Electrostatic forces between two poles for different voltages

Voltage/V	Unchanged gap	Maximum gap
100	0.68	0.84
200	2.72	3.36
300	6.12	7.56
400	10.88	13.44

方程式 (14)~(16) 给出了法向静电力和接触宽度之间的关系, 将表 2 中计算得到的法向静电力代入方程式, 可以推出不同材料组合时在定转子间间隙变化情况下转子与固定轴承接触面宽度 a , 见表 3 所示. 随着外加电压的增大, 接触宽度明显加宽, 而且不同材料组合情况下的接触宽度各不相同, 定转子间有间隙时比无间隙时对接触宽度也有一定的影响.

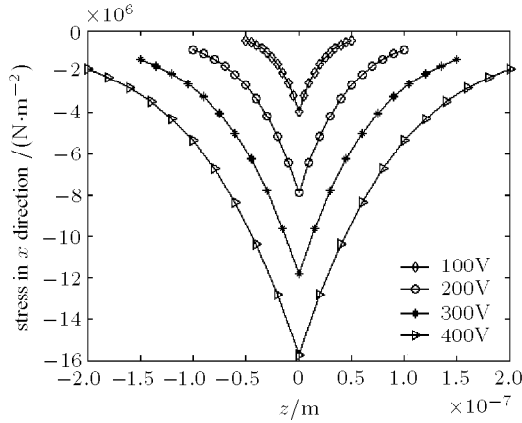
表 3 不同电压作用下, 不同材料组合时转子与固定轴承间接触面宽度 $a(\mu\text{m})$

Table 3 Contact widths between rotor and bearing hub for various material pairs at different voltages

Voltage /V	1st pair		2nd pair		3rd pair	
	Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.
100	0.05	0.055 6	0.113 9	0.126 6	0.134 6	0.149 6
200	0.1	0.111 1	0.227 8	0.253 2	0.269 1	0.299 1
300	0.15	0.166 7	0.341 8	0.379 9	0.403 7	0.448 7
400	0.2	0.222 2	0.455 6	0.506 4	0.538 2	0.598 2

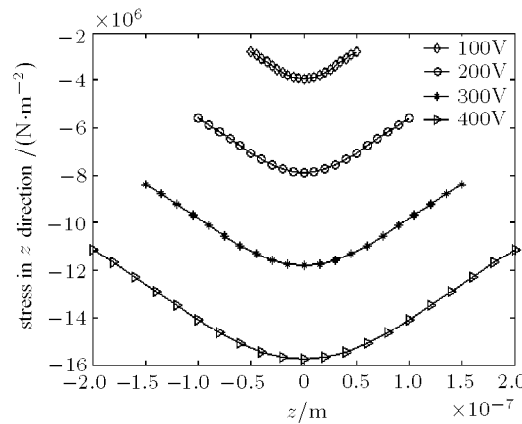
根据表 1, 表 2 分别列着不同电压下对应的法向静电力和不同材料组合情况下转子与固定轴承接触面宽度大小, 将对应参数代入方程式 (19),(20), 如图 3 所示, 材料同为 Si_3N_4 在无间隙变化情况下不同方向的应力分布. 图 4 说明了在相同条件下应变的变化情况.

由图 3 可知, 在不同加载电压作用下, 转子与固定轴承间的接触面在 x, z 方向的应力分布近似于 Hertz 理论中所讨论的半平面上的半椭圆分布. 加载电压越大, x, z 方向的应力也越大; 随着接触面宽度增大, 所对应的近似半椭圆长轴和短轴相应增大; 在 $z = 0$ 处呈现最大值, 且 z 方向在 $z = 0$ 处都为相同的应力.



(a) x 方向应力分布图

(a) The stress distribution in x



(b) z 方向应力分布图

(b) The stress distribution in z

图 3 不同电压作用下, x 和 z 方向应力分布图

Fig.3 The stress distribution in x and z direction under different voltages

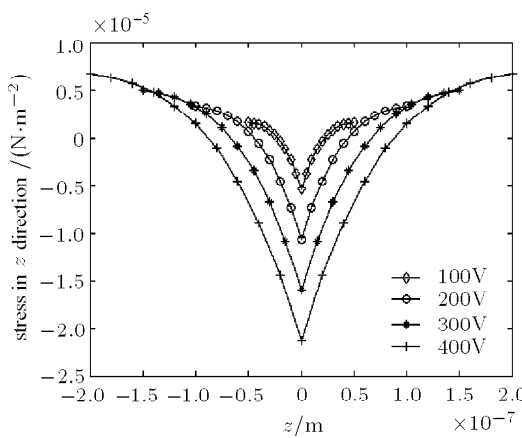
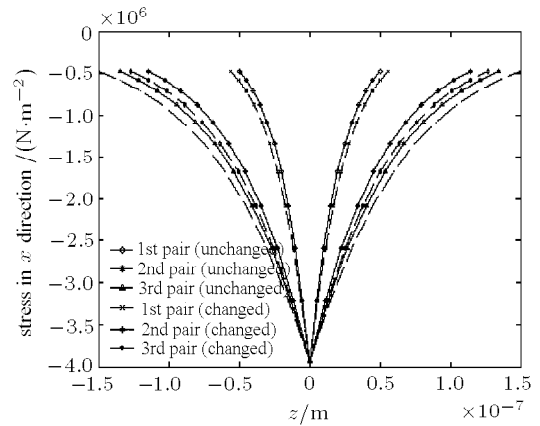


图 4 不同电压作用下, z 方向应变分布图

Fig.4 The strain distribution in z direction under different applied voltages

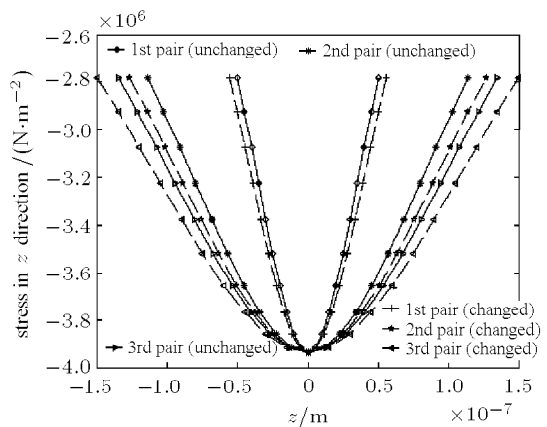
如图 4 所示, 应变关于 z 对称呈近似的半椭圆形分布, 在 $z = 0$ 时, 应变为最大, 在接触宽度最大时, 应变为最小, 且应变与加载电压成比例关系.

如图 5 所示加载电压为 $U = 100\text{ V}$ 时 x 和 z 方向的应力分布, 对于不同材料组合, 定转子间间隙变化时, 应力也相应变化. 当 $z = 0$ 时, 应力在 x 和 z 方向分别取最大值为 $4 \times 10^6\text{ N/m}^2$, $3.9 \times 10^6\text{ N/m}^2$, 在边界上应力为最小, 且应力分布近似呈对称和反对称椭圆型式.



(a) x 方向应力分布图

(a) The stress distribution in x



(b) z 方向应力分布图

(b) The stress distribution in z

图 5 定转子间间隙不同时 x 和 z 方向应力分布图

Fig.5 The stress in x and z directions under the effects of changed gaps

2.2 有限元分析

对于静电微电机来说, 在高速 (5 000~20 000 rpm) 情况下运转, 定转子构成电极对产生静电效应, 驱动作用力主要为切向静电力, 转子和轴承间形成的

切向摩擦力相比之下较小^[12]。由于 MEMS 加工制造的问题，转子和轴承之间存在较大间隙，在法向静电力作用下，相互之间产生较明显的间隙式碰撞接触，这也是转子内表面和轴承外表面形成凹凸不平痕迹的主要来源。因此，本文不计切向摩擦力的影响，主要研究法向接触及摩擦作用的影响。

2.2.1 接触有限元模型

转子与固定轴承开始瞬间的接触为点点接触，在外载作用下逐渐形成窄条接触面，以上理论部分已作了相关分析。因为转子和固定轴承间的接触在接触点处为中心对称形式，因此，本文采用如图 6 所示 ANSYS 7.0 环境下建立的接触有限元模型。在接触区，用单元 TARGE169 来模拟固定轴承为目标平面，用单元 CONTA171 来描述转子为接触平面，目标平面与接触平面相互接触，其材料特性见表 1。

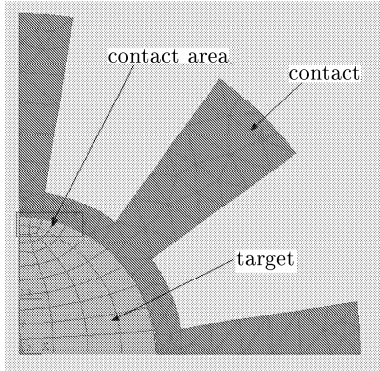


图 6 接触有限元模型

Fig.6 The contact finite element model

2.2.2 接触应力、应变分析

转子与固定轴承间的接触载荷为加载电压在定转子极板间形成的法向静电力，以加载电压 100V 为例，针对表 1 中列出的 3 种不同材料组合转子与固定轴承对进行接触分析，图 7 和图 8 所示为第 1 组材料组合摩擦系数分别为 0 和 0.3 时接触区 von Mises 应力、应变和接触压力分布云图。

从图 7 和图 8 中可见，转子与固定轴承的接触区宽度 a 为定值，通过分析不同加载电压情况下接触宽度的变化，发现加载电压对接触区宽度影响较大，与方程式 (14) 较为相近；对于材料相同的转子与固定轴承组合来说，von Mises 应力、应变和接触压力最大值在转子接触面上，按理论式 (19) 与图 3 所示，最大值应该出现在原始接触点处，而图 7 和图 8 有一点偏移，这主要是由于接触平面为非线性 Hertz 接触和接触过程中接触面产生的相对滑移引起。数

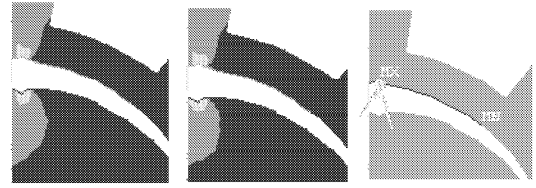


图 7 摩擦系数为 0 时接触区 von Mises 应力、应变及接触压力分布云图

Fig.7 von Mises stress, strain and contact pressure with frictionless in contact region

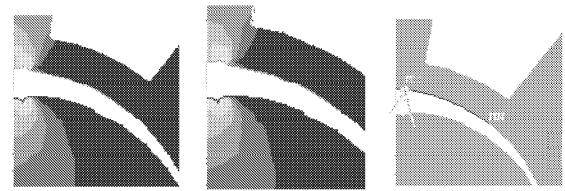


图 8 摩擦系数为 0.3 时接触区 von Mises 应力、应变及接触压力分布云图

Fig.8 von Mises stress, strain and contact pressure with friction coefficient μ equals to 0.3 in contact region

值分析和理论分析方法所得到的等高线极值和形式较为近似，只是离散的分 FEM 网格划分使得在轮廓上产生一些死角。应力场表现出和经典 Hertz 解的不同之处主要是因为应力分布关于曲率不连续处对称。图示接触区接触压力分布也说明了这种现象，最大接触压力值也是出现在偏离原始接触点处。另外，摩擦系数对接触区 von Mises 应力、应变和接触压力也产生很大的影响。

2.2.3 摩擦系数的影响分析

为分析摩擦系数的影响，本文采用不同的摩擦系数值计算了接触区应力水平及作用区域的情况。图 9 显示了当加载电压为 100V 时，摩擦系数分别为 0, 0.1, 0.2, 0.3 以及 0.4 的情况下，接触区最大 von Mises 应力分布。

由图 9 可知，摩擦系数的大小对应力水平及其作用区域有着重要的影响，摩擦系数越大，最大 von Mises 应力也随之相应增加，同时应力的作用范围也随之增加，影响区域扩大。而且最大 von Mises 应力、应变和接触压力都发生在接触区的边缘，最大 von Mises 应变和接触压力也随之相应增加，如图 7 和图 8 所示。

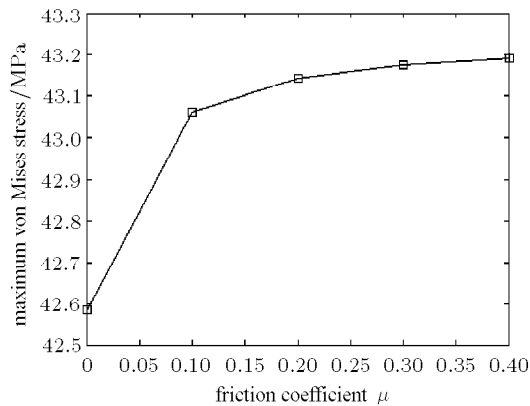


图 9 不同摩擦系数时接触区最大 von Mises 应力分布

Fig.9 Maximum von Mises stresses in contact region for different friction coefficient

3 结 论

静电微电机在静电力驱动下高速运转,定转子间形成的可变电容使两极板间法向静电力不断变化,转子与固定轴承间存在的间隙使得两者之间的接触频繁,接触应力与应变对转子的稳定运转起到重要作用,因此对其研究具有一定的意义.通过研究分析可得如下一些结论:

(1) 在一定假设条件下,可以用经典 Hertz 接触理论建立静电微电机转子与固定轴承间接触的数学模型,研究发现静电力与接触宽度、几何参数和接触结构材料特性之间的关系,分析得到接触区的应力、应变呈近似半椭圆形分布;

(2) 在微尺度下,在加载电压作用时接触区接触应力与应变的尺度效应均与尺度因子 K 无关;

(3) 摩擦力是导致接触变形的一个重要因素,随着摩擦系数的增大,接触区 von Mises 应力、应变和接触压力也随之增大,而且都发生在接触区的边缘;

(4) 结合有限元方法对转子与固定轴承接触区进行了模拟分析,结果显示与理论分析近似,存在的一点区别主要是由于接触区的非线性 Hertz 接触、接触过程中接触面产生的相对滑移引起及微尺度效应产生的影响.

参 考 文 献

- 1 Trimmer WSN, Gabriel KL. Design consideration for a practical electrostatic micromotor. *Sensors and Actuators*, 1987, 11: 189~206
- 2 Dhuler VR, Mehregany M, Phillips SM. A comparative study for harmonic side-drive micromotor. *IEEE Trans. Electron Devices*, 1993, 40: 1985~1989

- 3 Trimmer W, Jebens R. Harmonic electrostatic motor. *Sensors and Actuators*, 1989, 20: 17~24
- 4 Muller RS. Microdynamics. *Sensors and Actuators*, 1990, A21-23: 1~8
- 5 Pelikant A, Wiak S, Komezka K. Computer simulation of dynamic states of the silicon micromotor. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 1998, 7: 307~312
- 6 Dufour I, Sarraute ES, Abbas A. Optimization of the geometry of electrostatic micromotors using only analytical equations. *J Micromech Microeng*, 1996, 6: 108~111
- 7 Sangster AJ, Samper VD. Accuracy assessment of 2-D and 3-D finite-element models of a double-stator electrostatic wobble motor. *J Micromech Microeng*, 1997, 6: 142~150
- 8 Muller RS. Frictional study of IC-processed micromotor. *Sensors and Actuators*, 1990, 21: 180~183
- 9 Beerschwinger U, Milne NG, Yang SJ, et al. Coupled electrostatic and mechanical FEA of a micromotor. *J Microelectromech Syst*, 1994, 3: 162~171
- 10 Beerschwinger U, Reuben RL, Yang SJ. Frictional study of micromotor bearings. *Sensors and Actuators*, 1997, A63: 229~241
- 11 Endemano A, Fourniols JY, Camon H, et al. VHDL-AMS modelling and simulation of a planar electrostatic micromotor. *J Micromech Microeng*, 2003, 13: 580~590
- 12 Bart SF, Mehregany M, Tavrow LS, et al. Electric micromotor dynamics. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1992, 39(3): 566~575
- 13 Samper VD, Sangster AJ, et al. Multistator LIGA-fabricated electrostatic wobble motors with integrated synchronous control. *J Microelectromech Syst*, 1998, 7(2): 214~223
- 14 Jianjun QA, Zhou TY. An electric contact method to measure contact state between stator and rotor in a traveling wave ultrasonic motor. *Ultrasonics*, 2003, 41: 561~567
- 15 Gladwell GML. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity. Netherlands: Alphen aan den Rijn, 1980
- 16 Johnson KL. Contact Mechanics, Cambridge Univ Press, 1985
- 17 Landau LD, Lifshitz EM. Theory of Elasticity. Oxford, New York, Pergamon Press, 1986
- 18 Trimmer WSN, Gabriel KJ. Design consideration for a practical electrostatic micromotor. *Sensors and Actuators*, 1987, 11: 189~206
- 19 Pisano AP. Resonant-structure micromotors: historical perspective and analysis. *Sensors and Actuators*, 1989, 20: 83~89
- 20 Petersen KE. Silicon as a mechanical material. *Proc IEEE*, 1982, 70(5): 420~457
- 21 Jayaraman S, Edwards RL, Hemker KJ. Relating mechanical testing and microstructural features of polysilicon thin films. *J Mater Res*, 1999, 14: 688~697

CONTACT DYNAMICS OF THE MICRO-ROTOR IN ELECTROSTATIC MICROMOTOR¹⁾

Zhang Wenming²⁾ Meng Guang

(State Key Laboratory of Vibration, Shock & Noise, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract A mathematical model of the contact between the rotor and bearing hub of electrostatic micromotor, which actuated MEMS, is constructed to investigate the contact dynamics. It is illustrated that the contact problem of the contact stress and strain equations can be presented under the scaling effects of micro-scale. The parameters, such as the geometries of the micromotor, the electrostatic force, the material characteristics and the applied gap voltages, which are related to the contact, are discussed in detail. The discriminations between unchanged gap and maximum changed gap under different applied voltages and various materials are studied. Some results about the contact width, the contact stress and the contact strain, are compared with finite element model (FEM) solutions of an equivalent problem. The von Mises stress and strain and contact pressure for expressing the distributions are presented. The effects of different friction coefficient on the von Mises stress and strain and contact pressure are discussed. The small differences between the both methods, showing characteristic features of FEM and the theoretical assumptions, are explained.

Key words MEMS, micromotor, contact, electrostatic force

Received 11 April 2004, revised 24 February 2005.

1) The project supported by the National Distinguished Youth's Science Foundation of China(10325209).

2) E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn