

广义非线性强度理论在岩石材料中的应用¹⁾

路德春^{*,2)} 江 强[†] 姚仰平^{*}

^{*}(北京航空航天大学土木工程系, 北京 100083)

[†](江阴市建设工程项目管理处, 江苏江阴 214400)

摘要 在已提出的广义非线性强度理论的基础上, 结合岩石材料的力学特性, 建立了岩石广义非线性强度理论, 该理论在 π 平面上的破坏函数为介于 SMP 准则和 Mises 准则之间的光滑曲线, 在子午面上的破坏函数为幂函数曲线. 通过已有不同岩石的真三轴试验数据对岩石广义非线性强度理论的验证表明, 岩石广义非线性强度理论可以广泛地适用于各类岩石, 描述其 π 平面上及子午面上的非线性强度特性; 并利用 5 种不同类型岩石的真三轴试验结果对岩石广义非线性强度理论和 Hoek-Brown 准则进行比较, 反映了所提岩石广义非线性强度理论的优越性.

关键词 岩石, 广义强度理论, 非线性, 中主应力, 真三轴试验数据

中图分类号: O346, TU45 文献标识码: A 文章编号: 0459-1879(2005)06-0729-08

引 言

岩石是一种拉压强度不等的摩擦材料, 其强度具有中主应力效应, 即中主应力影响岩石材料的强度特性. 不同种类的岩石中主应力对其强度影响的程度不同, 如白云石和石灰石等具有较强的中主应力效应; 砂岩和页岩等中主应力对其强度的影响较小. 各国学者已经取得了众多关于岩石强度理论的研究成果^[1], 笔者根据强度理论在 π 平面上破坏曲线的形状将其分为两大类: 一类是线性强度理论, 如 Mohr-Coulomb 准则、双剪强度理论等; 另一类是非线性强度理论, 如 Hoek-Brown^[2] 准则、Lade 准则、Mogi^[3] 准则等. 工程中岩石多处于复杂的应力状态, 并且大量的问题都与岩石强度相关, 然而现有的岩石强度理论一般都是适用于某一类特定岩石的单一强度理论, 并且没有直接和岩石的基本强度参数 f_c 和 f_t (f_c 为单轴抗压强度, f_t 为单轴抗拉强度) 联系起来. 众多的单一强度理论之间存在着什么联系, 是否可以建立一个较为广泛适用的“岩石统一强度理论”? 俞茂镛教授从线性的角度将其统一起来^[4]; 其他学者从非线性的角度进行了大量的工作^[5,6], 还未取得令人满意的成果. 本文基于笔者已提出的广义非线性强度理论^[7] 和岩石材料的力学特

性, 建立了适用于各类岩石材料的岩石广义非线性强度理论, 该理论用一个表达式统一描述 π 平面及子午面上的非线性强度特性, 共有 4 个材料参数, 均具有明确的物理意义和简单的确定方法. 通过与多种岩石真三轴试验数据的比较, 表明了岩石广义非线性强度理论可广泛地用于各种岩石材料, 合理反映了 π 平面上的中主应力效应和子午面上的静水压力效应. 利用 5 种类型岩石的真三轴试验结果对岩石广义非线性强度理论和 Hoek-Brown 准则进行比较, 反映了本文所提岩石广义非线性强度理论的优越性. 岩石广义非线性强度理论在三维主应力空间中的强度面处处光滑, 存在连续的偏导数, 在数值分析中, 用于一般的本构模型可得到较好的收敛性.

1 岩石广义非线性强度理论

岩石材料在主应力空间的破坏面是非规则的连续曲面, 表现为在同一 π 平面上 (指平行于 $p=0$ 的 π 平面) 破坏线是介于 Mises 准则和 SMP 准则之间的光滑曲线, 在子午面上的破坏线也不是直线, 而是随着静水压力增加逐渐下弯的曲线形式. 下面分别建立两个平面上的破坏函数, 进而形成三维主应力空间中的岩石广义非线性强度理论.

2004-07-08 收到第 1 稿, 2005-05-25 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10272010, 50479001).

2) E-mail: dechun@buaa.edu.cn

1.1 π 平面上的破坏函数

在某一参考静水压力 $p_r(p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3)$ 作用下, 不同种类的岩石在同一 π 平面上的三轴抗压强度比 $R(R = q_e/q_c, q_e$ 和 q_c 为三轴拉、压剪切强度, $q = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}/\sqrt{2}$) 是不同的, 破坏曲线一般在 Mises 圆内, 在 Mohr-Coulomb 准则的强度外包线 SMP 准则之外, 所以剪切强度比 R 也应该介于 R_{SMP} 和 R_{Mises} 之间, 即 $(3 - \sin \varphi)/(3 + \sin \varphi) \leq R \leq 1, \varphi$ 为 p_r 作用下三轴压缩应力状态岩石的内摩擦角, 本文以压应力为正, 内聚力为零时其定义为 $\sin \varphi = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$, 内聚力不为零时详见后述. 因此破坏曲线所反映的强度可表示为同一应力 Lode 角 θ 条件下 SMP 曲线和 Mises 圆所反映强度的某种线性组合. 如图 1 所示, 岩石在 π 平面上的某一应力状态点 A 处破坏, 则通过点 A 合理描述所对应的三轴压缩应力状态 ($\theta = 0^\circ$) 时强度 q_α^* 的表达式可表示为

$$q_\alpha^* = \alpha q_M^* + (1 - \alpha)q_S^* \tag{1}$$

式中, q_M^*, q_S^* 分别为 π 平面上由过点 A 的 Mises 准则和过点 A 的 SMP 准则所反映的三轴压缩条件下 ($\theta = 0^\circ$) 的破坏剪应力; α 为材料常数.

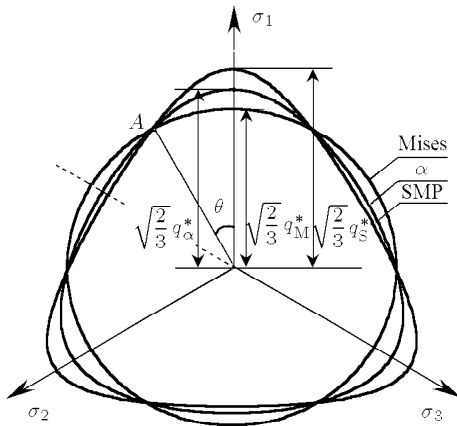


图 1 π 平面上的破坏曲线

Fig.1 Failure curve in the π plane

1.1.1 q_M^* 的表达式

Mises 准则在 π 平面上的破坏线为圆, 易得

$$q_M^* = \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \tag{2}$$

式中, I_1, I_2 分别为主应力的第 1, 第 2 不变量, $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1$.

1.1.2 q_S^* 的表达式

SMP 准则 [8] 的表达式为

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = C \tag{3}$$

式中, I_3 为主应力的第 3 不变量, $I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3, C$ 为材料常数. 当点 A 在三轴压缩应力状态时 $q_S^* = q$, 根据应力参数 p, q 在三轴压缩应力状态下的定义, 有如下关系

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= p + \frac{2}{3}q_S^* \\ \sigma_3 &= p - \frac{1}{3}q_S^* \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

将式 (4) 代入式 (3), 有

$$\frac{I_1 I_2}{I_3} = \frac{(\sigma_1 + 2\sigma_3)(2\sigma_1 + \sigma_3)}{\sigma_1\sigma_3} = \frac{27p(3p + q_S^*)}{(3p + 2q_S^*)(3p - q_S^*)} \tag{5}$$

式 (5) 把任意应力状态下的主应力不变量 I_1, I_2, I_3 和三轴压缩应力状态下的 p, q_S^* 联系起来. 考虑 $I_1 = 3p$ 解式 (5) 得 q_S^*

$$q_S^* = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1 I_2 - I_3)/(I_1 I_2 - 9I_3)} - 1} \tag{6}$$

将式 (2) 和式 (6) 代入式 (1), 得

$$q_\alpha^* = \alpha\sqrt{I_1^2 - 3I_2} + \frac{2(1 - \alpha)I_1}{3\sqrt{(I_1 I_2 - I_3)/(I_1 I_2 - 9I_3)} - 1} \tag{7}$$

1.2 子午面上的破坏函数

不同种类的岩石在同一子午面上的破坏函数各不相同, 同一种岩石在不同子午面上的破坏函数一般也不相同. 根据岩石在三轴压缩子午面上强度的非线性特点, 在分析岩石试验结果 [3,4,9] 的基础上, 建立如下的破坏函数 (如图 2 所示)

$$q^* = M_f \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^n p_r \tag{8}$$

式中, q^* 为三轴压缩应力状态的破坏剪应力; σ_0 为材料的三向拉伸强度; M_f 为参考应力 p_r 作用下材料的破坏应力比 $M_f = q^*/p_r$; 岩石材料的内摩擦角变化范围是 $0^\circ \sim 90^\circ$, 所对应的 M_f 的范围为 $0 < M_f < 3$, 因此, 参考应力 p_r 的选取原则就是保证 $M_f < 3$ 即可, 不同的 p_r 取值强度理论所描述的强度规律是一致的; n 为反映静水压力效应的材料常数, 描述曲线的弯曲程度.

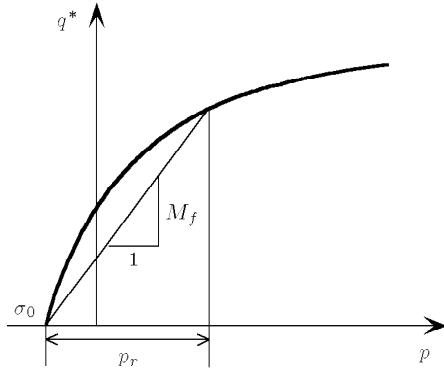


图 2 三轴压缩子午面上的破坏曲线

Fig.2 Failure curve in the triaxial compression meridian plane

1.3 岩石广义非线性强度理论

岩石广义强度理论是建立在一般岩石特性的基础上，大多数岩石的内聚力都不为零，而且具有不同程度的静水压力效应，所以通常所定义的内摩擦角，可将其理解为当 $n = 1$ 时子午面上破坏函数的特例。当 $0 < n < 1$ 即子午面上的破坏函数为曲线形式时，不同静水压力作用下的摩擦角是不同的。笔者参考 Mohr-Coulomb 准则当内聚力不为零时通过坐标平移定义内摩擦角的方法，将子午面上幂函数形式的破坏曲线通过平移拉直变换，定义了新的内摩擦角。如图 3 所示，变换不改变 π 平面上破坏曲线的形状，变换关系如下

$$\left. \begin{aligned} \bar{q}^* &= q^* \\ \bar{q}^* &= M_f \bar{p} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

所以

$$\bar{p} = \frac{q^*}{M_f} \quad (10)$$

将式 (8) 代入式 (10) 得

$$\bar{p} = \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^n p_r \quad (11)$$

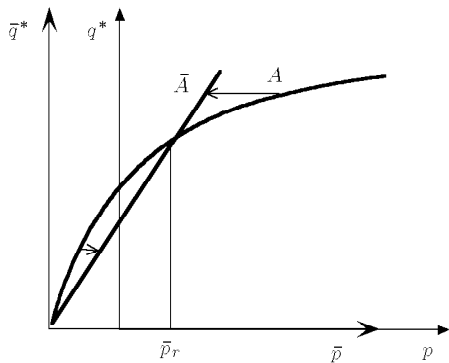


图 3 子午面上破坏曲线的线性化

Fig.3 Linearization of failure curve in the meridian-plane

将式 (11) 表示为应力张量的一般形式为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \left[p_r \left(\frac{p + \sigma_0}{p_r} \right)^n - p \right] \delta_{ij} \quad (12)$$

在参考应力 p_r 作用下的内摩擦角定义如下

$$\sin \varphi = \frac{\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3}{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_3} \quad (13)$$

式 (13) 所定义的 p_r 作用下的内摩擦角在形式上与 Mohr-Coulomb 准则相同，将式 (12) 代入式 (13) 得

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\{p_r[(p + \sigma_0)/p_r]^n - p\}} \quad (14)$$

当 $n = 1$ 时，式 (14) 化简为

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_0} \quad (15)$$

变形如下

$$\sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi = 2\sigma_0 \sin \varphi \quad (16)$$

由 $\sigma_0 \sin \varphi = C \cos \varphi$ 可知，式 (16) 与 Mohr-Coulomb 准则完全相同，即新定义的内摩擦角当 $n = 1$ 时可回到 Mohr-Coulomb 准则。新定义的内摩擦角把子午面上的破坏函数和 π 平面上的破坏函数联系起来，用 q_α^* 代替 q^* ，联立式 (7) 和式 (12) 得广义强度理论为

$$\alpha \sqrt{\bar{I}_1^2 - 3\bar{I}_2} + \frac{2(1 - \alpha)\bar{I}_1}{3\sqrt{(\bar{I}_1\bar{I}_2 - \bar{I}_3)/(\bar{I}_1\bar{I}_2 - 9\bar{I}_3)} - 1} = M_f \bar{p} \quad (17)$$

式中 $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ 为主应力不变量， $\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3$ ， $\bar{I}_2 = \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_3\bar{\sigma}_1$ ， $\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1\bar{\sigma}_2\bar{\sigma}_3$ ； \bar{p} 为平均应力 $\bar{p} = (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3)/3$ 。岩石广义强度理论在三维主应力空间中的破坏面如图 4 所示，在同一 π 平面上的

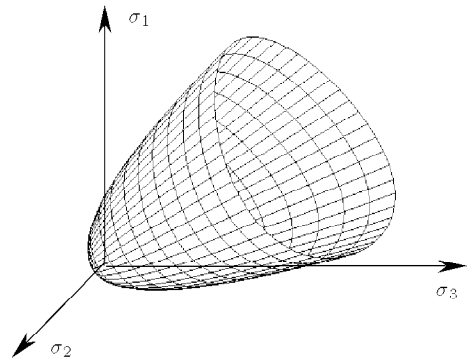


图 4 广义强度理论在主应力空间的破坏面

Fig.4 Failure surface of the general non-linear strength theory in the principal stress space

屈服曲线由圆逐渐过渡为曲边三角形的破坏面；不同 π 平面上的破坏面随着静水压力增大由曲边三角形逐渐过渡为圆。

1.4 强度参数的确定方法

(1) 参数 σ_0 为岩石的三向拉伸强度。一般三向拉伸试验较难实现，参考混凝土材料的强度特性，利用单轴压缩强度由下式确定

$$\sigma_0 = 0.09f_c \quad (18)$$

(2) 参数 M_f 为参考压力 p_r 作用下的强度参数，参数 n 为静水压力效应指数，反映岩石强度受静水压力的影响程度。将式 (8) 变形得

$$\ln\left(\frac{q^*}{p_r}\right) = \ln(M_f) + n \cdot \ln\left(\frac{p + \sigma_0}{p_r}\right) \quad (19)$$

所以将试验结果在 $\ln(q^*/p_r)-\ln[(p + \sigma_0)/p_r]$ 坐标内绘出，用直线拟合 (图 5 所示)，其斜率即为参数 n ，截距为参数 M_f 的自然对数值，换算后得参数 M_f 。

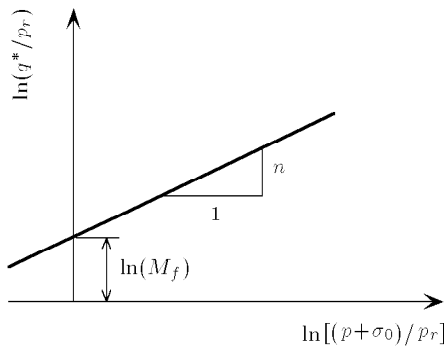


图 5 参数 M_f 与 n 的确定方法

Fig.5 Method to define parameter M_f and n

(3) 参数 α 为反映岩石在参考应力 p_r 作用下的 π 平面上三轴拉伸和三轴压缩强度比的参数。可以利用岩石的单轴拉伸或压缩试验确定。根据定义

$$\alpha = \frac{(q_e/q_c)_{p_r} - (q_e/q_c)_{SMP}}{(q_e/q_c)_{Mises} - (q_e/q_c)_{SMP}} \quad (20)$$

SMP 准则和 Mohr-Coulomb 准则的三轴拉压强度比相等，为

$$\left(\frac{q_e}{q_c}\right)_{SMP} = \frac{3 - \sin \varphi}{3 + \sin \varphi} \quad (21)$$

又有关系式

$$M_f = \frac{3(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_3)}{\bar{\sigma}_1 + 2\bar{\sigma}_3} \quad (22)$$

联立式 (13), (22) 得

$$\sin \varphi = \frac{3M_f}{6 + M_f} \quad (23)$$

将式 (22) 代入式 (21) 得

$$\left(\frac{q_e}{q_c}\right)_{SMP} = \frac{3}{3 + M_f} \quad (24)$$

Mises 准则的三轴拉压强度比为

$$\left(\frac{q_e}{q_c}\right)_{Mises} = 1 \quad (25)$$

将式 (24), 式 (25) 代入式 (20) 得参数 α

$$\alpha = \left(\frac{q_e}{q_c}\right)_{p_r} \frac{M_f + 3}{M_f} - \frac{3}{M_f} \quad (26)$$

参数 α 变化时，广义强度理论在 π 平面上的破坏曲线的变化规律如图 6 所示。 α 从 0 变化到 1，相应的破坏曲线由曲边三角形 (SMP) 过渡到圆 (Mises)，反映了岩石材料不同程度的中主应力效应，同时也直接包含了 Drucker-Prager 准则和 SMP 准则。

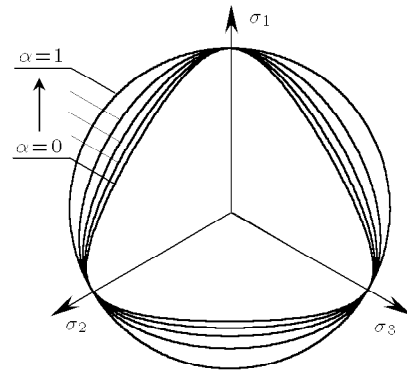


图 6 参数 α 对子午面上破坏曲线的影响规律

Fig.6 Influence rule of α on failure curve in the meridian-plane

2 岩石广义非线性强度理论的验证

在复杂应力状态下各种岩石的强度试验已由 Mogi^[3], Michelis 等学者进行过，许多试验结果表明岩石具有中主应力效应和静水压力效应，同时也取得了许多理论研究成果^[1]。本文以花岗岩和砂岩试验结果^[4]为例，验证岩石广义强度理论。

花岗岩在不同静水压力作用下的强度试验结果如图 7, 图 8 所示。在 π 平面上较接近于圆，具有较强的中主应力效应；在子午面上表现为非线性的静水压力效应，即随着静水压力增大，其强度的增量减小。在参考应力 $p_r = 100$ MPa 作用下，根据试验结果确定的强度参数分别为 $\alpha = 0.75$, $M_f = 2.2$,

$\sigma_0 = 15 \text{ MPa}$, $n = 0.68$. 岩石广义强度理论的预测曲线 (如图 7, 图 8 中的曲线所示) 合理地描述了花岗岩 π 平面及子午面上的非线性强度特性. 砂岩在不同静水压力作用下的强度试验结果如图 9, 图 10 所示. 在 π 平面上较接近于 SMP 曲线, 中主应力效应较小; 在子午面上较接近于直线, 即随着静水压力

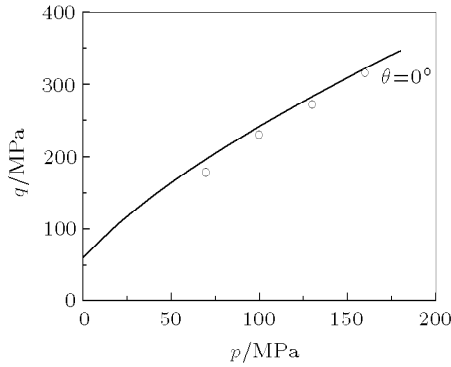


图 7 花岗岩在子午面上的破坏线

Fig.7 Failure curve in the meridian-plane of granite

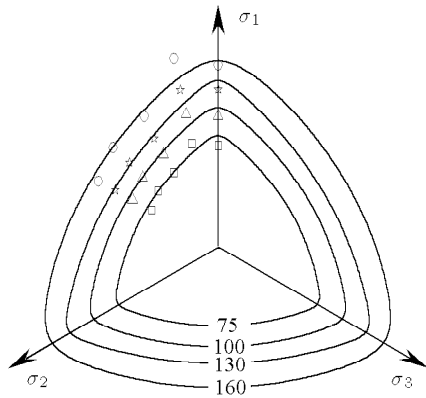


图 8 花岗岩在 π 平面上的破坏线

Fig.8 Failure curve in the π plane of granite

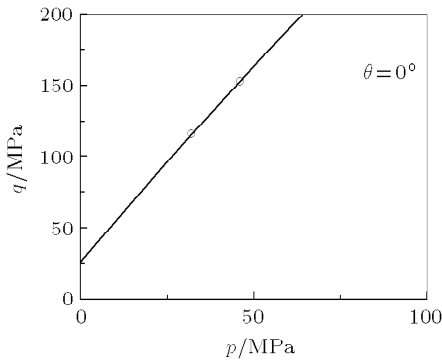


图 9 砂岩在子午面上的破坏线

Fig.9 Failure curve in the π plane of red sandstone

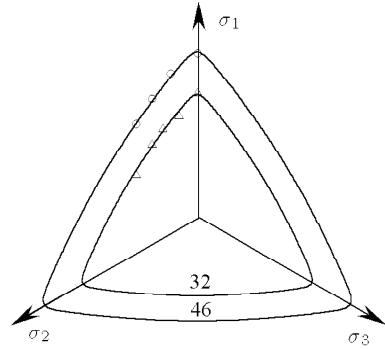


图 10 砂岩在 π 平面上的破坏线

Fig.10 Failure curve in the π plane of red sandstone

增大, 其强度的增量略有减小. 在参考应力 $p_r = 100 \text{ MPa}$ 作用下, 根据试验结果确定的强度参数分别为 $\alpha = 0.4$, $M_f = 2.7$, $\sigma_0 = 8 \text{ MPa}$, $n = 0.92$. 岩石广义强度理论的预测结果 (如图 9, 图 10 中的曲线所示) 合理地描述了砂岩的强度特性.

通过两类不同强度特性的岩石真三轴试验结果, 对岩石广义强度理论进行验证. 结果表明, 岩石广义强度理论可以适用于各类岩石, 合理描述不同中主应力效应和静水压力效应的岩石在 π 平面及子午面上的非线性强度特性.

3 与 Hoek-Brown 准则比较

Hoek-Brown 准则是岩石工程中应用最广的强度理论之一, 该准则是 Hoek 和 Brown 在总结大量的岩石等围压三轴试验资料基础上提出的, 并经过一系列的修正 [2], 它将节理化岩体考虑为均匀连续介质, 有 4 个强度参数, 其表达式为

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_0 \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^\beta \quad (27)$$

式中, σ_c 为单轴抗压强度; m 和 s 为岩石材料常数, 取决于岩石性质以及破碎程度; 对于大多数岩石 $\beta = 0.5$. 在 $\beta = 1$ 时 Hoek-Brown 准则简化为

$$\sigma_1 - (1 + m)\sigma_3 = s \quad (28)$$

即为 Mohr-Coulomb 准则形式, 两准则都没考虑中主应力的影响; 区别在于 Mohr-Coulomb 准则的破坏线在主应力空间的 π 平面及子午面上均为直线, 而 Hoek-Brown 准则为曲线.

Hoek-Brown 准则视岩体为一种特殊材料, 岩体的结构特性通过材料的结构特性来反映. 岩石广义强度理论认为, 在主应力空间的 π 平面上, 剪应力 q 和静水压力 p 的函数达到某一值时岩石发生剪切

破坏, 并通过 4 个强度参数 α, M_f, n, σ_0 来反映岩石的非线性强度特性. 下面利用 5 种岩石的真三轴强度试验结果, 对 Hoek-Brown 准则和岩石广义非线性强度理论进行比较.

页岩 (Yuubari shale)、砂岩 (Shirahama sandstone)、闪岩 (KTB amphibolite)、石灰岩 (Solenhofen limestone)、白云岩 (Dunham dolomite) 5 种岩石的强度试验结果 [4,10] 如图 11 所示. 从试验结果中可以看出: (1) 不同种类的岩石中主应力效应的程度

不同, 中主应力对页岩和砂岩的强度影响较小, 对闪岩、石灰岩和白云岩影响较大, 且中主应力效应还具有区间性. 即在某一恒定 σ_3 作用下, 将 σ_2 从下限 σ_3 增加到上限 σ_1 时, 岩石的强度逐渐增大, 达到某一峰值后又逐渐下降, 且三轴拉伸时的强度略高于三轴压缩时的强度. (2) 各种岩石都具有静水压力效应. 即抗剪强度随着静水压力的增加而增大, 增大的程度取决于岩石材料的性质.

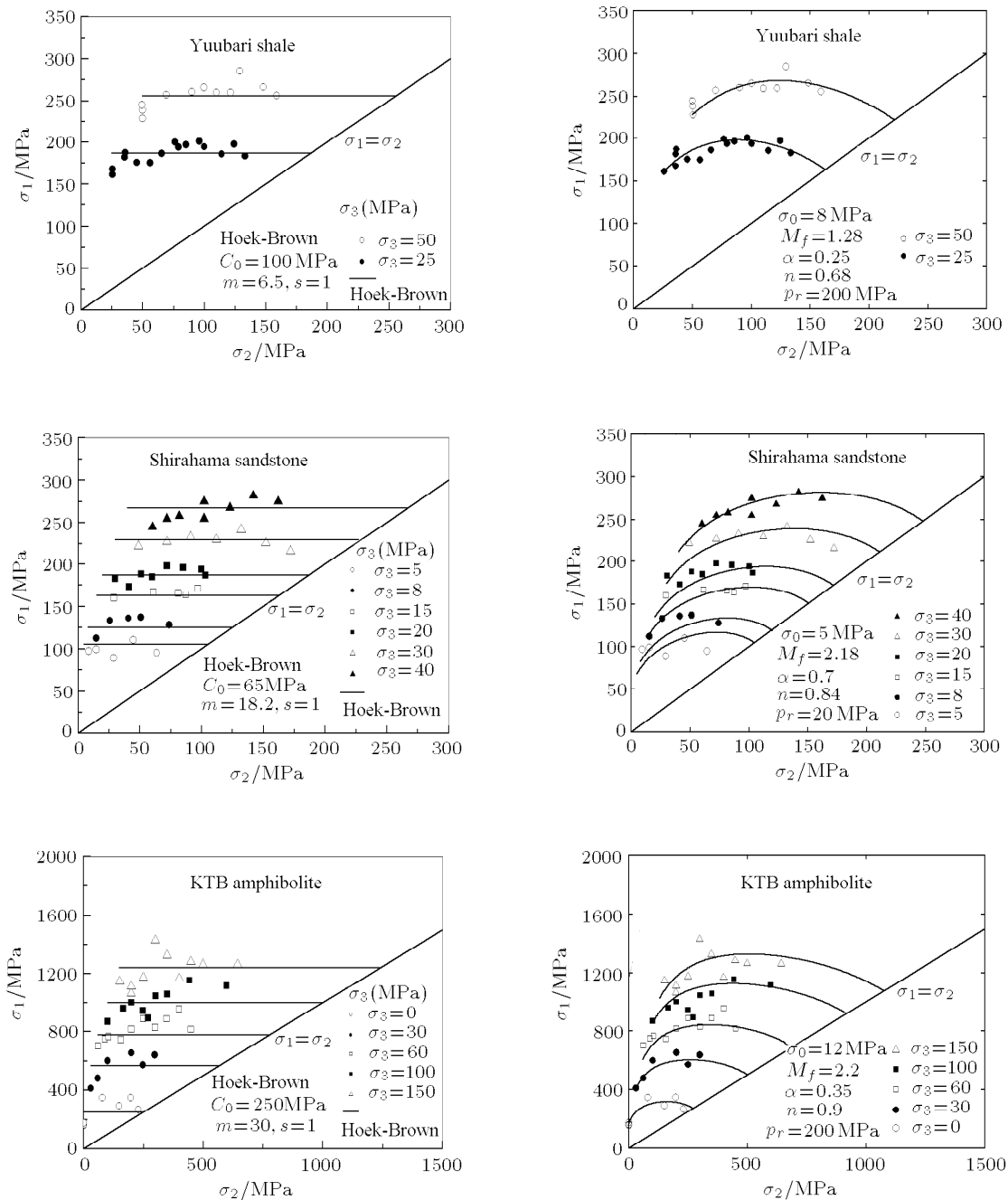


图 11 岩石广义非线性强度理论和 Hoek-Brown 准则比较

Fig.11 Compare general nonlinear strength theory for rock material with Hoek-Brown criterion

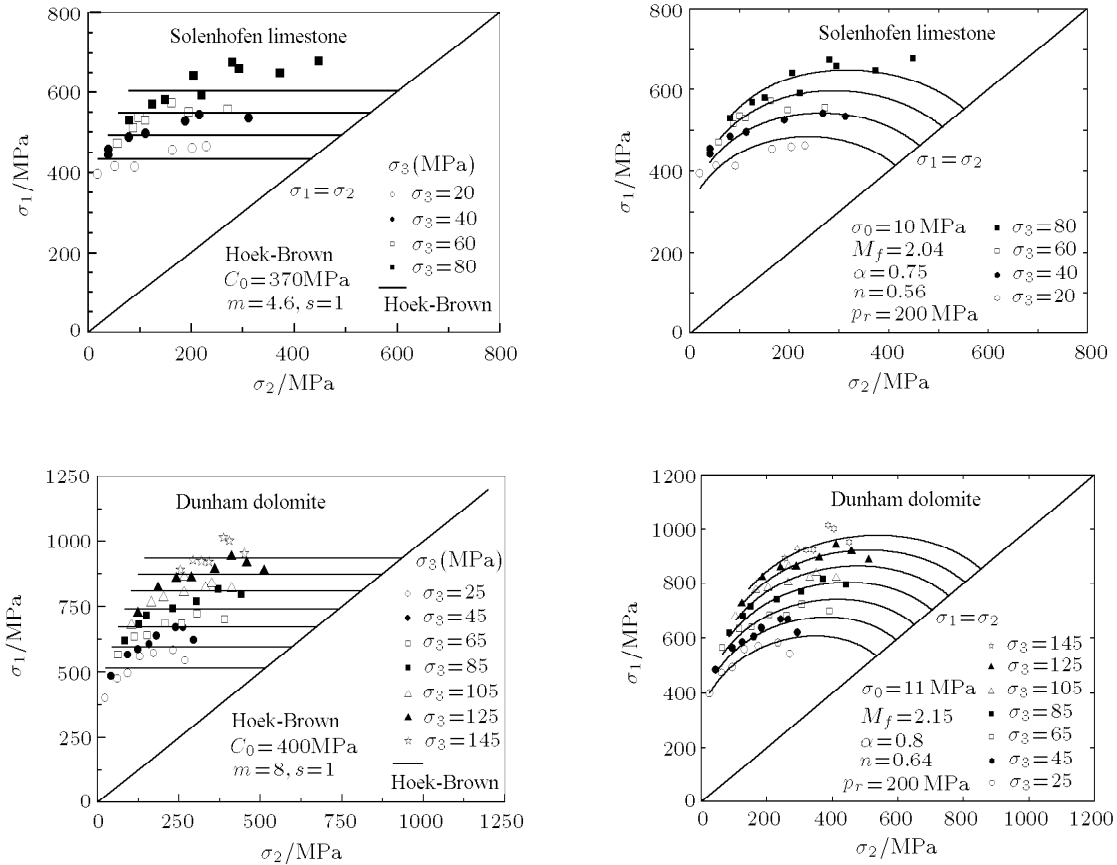


图 11 岩石广义非线性强度理论和 Hoek-Brown 准则比较 (续)

Fig.11 Compare general nonlinear strength theory for rock material with Hoek-Brown criterion (continued)

Hoek-Brown 准则的强度参数 $\beta = 0.5$, 其他参数引自文献 [10](如图 11 中的直线所示), 预测结果较好地描述了页岩、砂岩的强度特性; 对闪岩、石灰岩、白云岩的预测与试验结果相差较大, 且不能反映中主应力的区间效应. 分析其原因, 就在于 Hoek-Brown 准则没考虑中主应力对强度的影响, 因而只能较好地描述中主应力效应较小的岩石强度特性, 如页岩等, 必然不能体现中主应力的区间效应, 反映了单一强度理论只适用于某一类材料的局限性. 岩石广义强度理论对不同中主应力效应和静水压力效应的岩石均能很好地预测其强度特性, 如砂岩、石灰岩等, 并能连续地描述中主应力效应的区间性. 强度参数利用前文所述方法确定, 预测结果如图 11 中的曲线所示. 通过与 Hoek-Brown 准则的比较表明了岩石广义强度理论的优越性, 一方面适用于不同种类的岩石; 另一方面适用于同一种岩石在不同静水压力作用下的强度特性.

4 结 论

基于作者所提广义非线性强度理论 [7], 结合岩

石材料的力学特性, 建立了岩石广义非线性强度理论, 该理论统一描述 π 平面上的中主应力效应和子午面上的静水压力效应, 且强度参数具有明确的物理意义, 可以利用简单的试验确定. 通过不同强度特性的岩石试验结果的验证表明, 岩石广义非线性强度理论可以合理地描述各类岩石的非线性强度特性; 通过与 Hoek-Brown 准则的比较, 反映了岩石广义强度理论描述不同种类岩石或同一类岩石在不同约束压力作用下强度特性的优越性.

参 考 文 献

- 1 Yu Mao-Hong. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th Century. *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 2002, 53(3): 169~218
- 2 Hoek E, Brown E. Practical estimates of rock mass strength. *Int J Rock Mech Min Sci*, 1997, 34(8): 1165~1186
- 3 Mogi K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression. *J Geophys Res*, 1971, 76: 1255~1269
- 4 Yu Mao-Hong, Zan Yue-Wen, Zhao Jian, et al. A Unified Strength criterion for rock material. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2002, 39: 975~989

- 5 Anbertin M, L Li, Simon R. A multiaxial stress criterion for short- and long- term strength of isotropic rock media. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2000, 37: 1169~1193
- 6 Pivonka P, Lackner R, Mang HA. Shapes of loading surfaces of concrete models and their influence on the peak load and failure mode in structural analyses. *Int J Eng Sci*, 2003, 41: 1649~1665
- 7 Yao Yangping, Lu Dechun, Zhou Annan, et al. Generalized non-linear strength theory and transformed stress space. *Science in China Ser E Engineering & Materials Science*, 2004, 47(6): 691~709
- 8 Matsuoka H, Nakai T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses. *Proc of JSCE*, 1974, 232: 59~70
- 9 Pincus HJ. Closed-form/least-squares failure envelopes for rock strength. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2000, 37: 763~785
- 10 Colmenares LB, Zoback MD. A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2002, 39: 695~729

APPLICATIONS OF GENERALIZED NON-LINEAR STRENGTH THEORY TO ROCK MATERIALS¹⁾

Lu Dechun^{*,2)} Jiang Qiang[†] Yao Yangping^{*}

^{*}(Department of Civil Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

[†](Jiangyin Construction Project Management Office, Jiangsu Jiangyin 214400, China)

Abstract Based on generalized non-linear strength theory proposed by the author and combined with mechanics characteristics of rock materials, a generalized non-linear strength theory for rocks is established. The failure function of the theory is a smooth curve between SMP criterion and Mises criterion in the π plane and is an exponential curve in the meridian plane. The generalized non-linear strength theory for rocks is verified by triaxial compression test data of different rocks that have been published. The generalized non-linear strength theory for rocks can be widely applied to kinds of rocks and can describe the characteristics of non-linear strength in the π plane and the meridian plane. Compared with the Hoek-Brown criterion using test results of five different rock types under the three-dimensional stress states, the advantages of the non-linear strength theory for rock materials are embodied in this paper.

Key words rock, strength theory, non-linear, intermediate principal stress, true triaxial test data

Received 8 July 2004, revised 25 May 2005.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272010, 50479001).

2) E-mail: dechun@buaa.edu.cn