

# 生物芯片微通道周期性电渗流特性<sup>1)</sup>

吴健康<sup>2)</sup> 王贤明

(武汉光电国家实验室, 华中科技大学力学系, 武汉 430074)

**摘要** 以双电层的 Poisson-Boltzmann 方程和黏性不可压缩流体运动的 Navier-Stokes 方程为基础, 提出二维均匀微通道周期电渗流的解析解. 分析结果表明, 周期电渗流速度大小不但与双电层特性和外电场有关, 而且与流动雷诺数 ( $Re = \omega h^2 / \nu$ ) 密切相关. 随雷诺数增加, 双电层滑移速度下降. 当离开固壁距离增加时, 双电层以外区域流动速度快速衰减, 速度滞后相位角明显增加. 研究发现在微通道有波浪状速度剖面. 给出在低雷诺数时的周期电渗流渐近解, 它的速度振幅与定常电渗流速度相同, 并具有柱栓式速度分布形态. 还得到在微通道宽对双电层厚的比值 ( $\kappa h$ ) 很小时, Debye-Hückel 近似的周期电渗流解, 并与解析解进行分析比较.

**关键词** 微通道, 双电层, 周期电渗流, 雷诺数

**中图分类号:** O361.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2006)03-0309-07

## 引 言

电渗流在生物化学、医学、环境科学和土木工程等领域有广阔的应用. 电渗流体泵、毛细管电泳在生物芯片中大量采用. 胶体溶液与微通道固壁的物理化学作用产生双电层. 双电层内的带电液体在外加电场的作用下, 沿固壁切线方向运动, 并通过黏性摩擦力带动通道内部液体一起运动. 这就是电渗流的基本原理. 稳定电场作用下的定常电渗流已经有大量研究. 最近, 交变电场作用下的周期性电渗流引起人们的极大兴趣<sup>[1~3]</sup>. 微通道周期电渗流可以提高生物液体与试剂溶液的混合效率. 目前已经知道人体的许多生物化学过程与周期电渗流有关. 周期电渗流可以用来研究手机电磁场对大脑的影响<sup>[4,5]</sup>. 在地球科学领域, 频率相关的电渗流可以研究地下多孔介质毛细管的流动特性和多孔介质的空隙率<sup>[6,7]</sup>. 定常电渗流与周期电渗流有很大的差别. 定常电渗流是栓塞状的流动. 在通道截面上, 流动速度为一常数. 周期电渗流在通道截面速度剖面是不均匀的, 而且截面速度剖面形状随时间周期变化. 文献 [1,2] 在研究周期电渗流时, 把双电层区域内外流动分开求解. 在双电层内, 忽略流体运动惯性力的影响, 得出双电层流体滑移速度. 接着把双电层流体滑移速度作为边界条件求解双电层外

部区域 (通道内部区域) 的流动. 这样得出的双电层流体滑移速度与频率无关. 这只能在低雷诺数的范围近似成立. 在高雷诺数时, 双电层内部流动的惯性力不能忽略, Navier-Stokes 方程中的时间惯性力项必须保留. 为了考察任意雷诺数的周期电渗流特性, 本文把双电层内外区域结合在一起求解双电层的 Poisson-Boltzmann 方程和流体运动的 Navier-Stokes 方程. 求解过程保留所有的流动惯性力项, 得到适合于任意雷诺数大小的周期电渗流解析解. 论文主要内容包括周期电渗流的控制方程、边界条件、求解过程、数值解比较, 以及周期电渗流的特性分析. 最后对小  $\kappa h$  数和小雷诺数的周期电渗流进行讨论, 得到很有意义的结果.

## 1 周期电渗流的控制方程和边界条件

二维均匀微通道如图 1 表示.

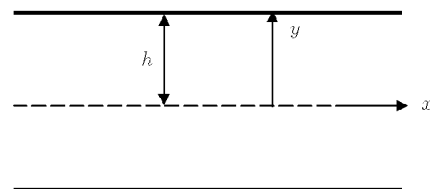


图 1 二维微通道示意图

Fig.1 The sketch of two-dimensional uniform microchannel

2005-02-24 收到第 1 稿, 2006-03-21 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10472036).

2) E-mail: wujkang@hust.edu.cn

根据文献 [8], 双电层电位势  $\psi$  和电荷密度  $\rho_e$  满足以下 Poisson-Boltzmann 方程

$$\nabla^2 \psi = \frac{2n_0 z e}{\varepsilon} \sinh\left(\frac{ze\psi}{k_b T}\right) \quad (1)$$

$$\rho_e = -\varepsilon \nabla^2 \psi = -2n_0 z e \sinh\left(\frac{ze\psi}{k_b T}\right) \quad (2)$$

这里,  $\varepsilon$  为溶液的介电常数,  $n_0$  为溶液离子浓度,  $e$  为电子基本电荷,  $z$  为溶液离子价,  $k_b$  为 Boltzmann 常数,  $T$  绝对温度. 对二维对称微通道, 电位势  $\psi$  在固壁 ( $y = h$ ) 等于 zeta 电位.  $|\psi|_{y=h} = \zeta$ , 在微通道中心近似为零,  $|\psi|_{y=0} \rightarrow 0$ . 微通道黏性不可压缩流体运动的 Navier-Stokes 方程表示如下

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho_e E \quad (3)$$

这里,  $\rho, \mu$  是液体密度和动力黏性系数;  $E, \rho_e$  是外电场强度和双电层电荷密度. 微通道只有一个方向的流动速度分量, 不可压缩流体的连续方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

不考虑外部压强差, 以及电场力以外的体积力, 固壁 zeta 电位和电场强度为常数, 方程 (3) 中的压强梯度为零, 简化为

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_e E \quad (5)$$

边界条件为

$$u|_{y=h} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (6)$$

用复数表示, 周期性电场强度为

$$E = \text{Re}[E_0 \exp(i\omega t)] \quad (7)$$

周期电渗流速度为

$$u = \text{Re}[u_0 \exp(i\omega t)] \quad (8)$$

其中,  $E_0, u_0$  为电场强度和电渗流速度复振幅. 代入式 (5) 得到

$$\mu \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} - i\omega \rho u_0 = -E_0 \rho_e(y) \quad (9)$$

方程 (9) 的边界条件为

$$u_0|_{y=h} = 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (10)$$

为了分析方便, 对相关的物理量无量纲化如下  $\eta = \frac{y}{h}$  ( $h$  为通道半宽),  $\psi^* = \frac{\psi}{\zeta}$  ( $\zeta$  为双电层 zeta 电位),  $u_0^* = \frac{u_0}{U}$  ( $U = \varepsilon \zeta E_0 / \mu$ , 定常电渗流速度),  $\rho_e^* = \frac{\rho_e}{-\varepsilon \zeta / h^2}$  ( $-\varepsilon \zeta / h^2$  为双电层特征电荷体密度), 双电层的特征厚度为  $\lambda_D = \frac{1}{\kappa} = \sqrt{\frac{\varepsilon k_b T}{2n_0 e^2 z^2}}$ ,  $\kappa h$  为通道半宽对双电层厚度的比值.

双电层方程 (1), (2) 无量纲化为

$$\frac{d^2 \psi^*}{d\eta^2} = \beta \sinh(\alpha \psi^*) \quad (11)$$

$$\rho_e^* = \frac{d^2 \psi^*}{d\eta^2} \quad (12)$$

其中,  $\alpha = \frac{ze\zeta}{k_b T}$  是表示双电层特性的无量纲参数,  $\beta = (\kappa h)^2 / \alpha$ . 方程 (11) 的边界条件为

$$\psi^*|_{\eta=1} = 1, \quad \psi^*|_{\eta=0} \rightarrow 0 \quad (13)$$

边界条件 (13) 要求通道中心离开双电层很远, 那里的双电层电位几乎为零, 并且满足通道中心对称性条件  $\frac{d\psi^*}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = 0$ . 这意味着,  $\kappa h$  值不能太小. 一般情况下, 双电层特征厚度为  $\lambda_D \sim (10 \text{ nm})$  的量级, 微米量级宽的通道满足这个条件. 通道流动方程 (9) 无量纲化为

$$\frac{\partial^2 u_0^*}{\partial \eta^2} - i Re u_0^* = \rho_e^*(\eta) \quad (14)$$

其中  $Re = \frac{\omega h^2}{\nu}$  为雷诺数. 方程 (14) 的边界条件为

$$u_0^*|_{\eta=1} = 0, \quad \left( \frac{du_0^*}{d\eta} \right)_{\eta=0} = 0 \quad (15)$$

边界条件 (15) 是通道中心线的对称性要求.

## 2 周期电渗流解析解

根据文献 [8], 方程 (11), (12) 的解表示为

$$\psi^*(\eta) = \frac{2}{\alpha} \left[ \ln \frac{1 + m \exp(\kappa h \eta)}{1 - m \exp(\kappa h \eta)} \right] \quad (16)$$

$$\rho_e^*(\eta) = \frac{d^2 \psi^*}{d\eta^2} =$$

$$4m\beta \frac{[1 + m^2 \exp(2\kappa h \eta)] \exp(\kappa h \eta)}{[1 - m^2 \exp(2\kappa h \eta)]^2} \quad (17)$$

其中,  $m = \tanh\left(\frac{\alpha}{4}\right) \exp(-\kappa h)$ .

从边界条件 (13), 可以看出, 解析解 (16), (17) 要求  $kh$  值不太小的条件成立. 一般微米量级宽的通道满足这个条件. 通道流动方程 (14) 改写为

$$\frac{d^2 u_0^*}{d\eta^2} - B^2 u_0^* = \rho_e^*(\eta) \quad (18)$$

其中,  $B^2 = i Re$ .

方程 (18) 有如下形式的解

$$u_0^* = u_{0c}^* + u_{0p}^* \quad (19)$$

其中, 对应齐次方程的通解为

$$u_{0c}^* = C_1 \exp(B\eta) + C_2 \exp(-B\eta) \quad (20)$$

根据常数变易法, 方程 (19) 的特解  $u_{0p}^*$  表示为

$$u_{0p}^* = D_1(\eta) \exp(B\eta) + D_2(\eta) \exp(-B\eta) \quad (21)$$

这里,  $D_1(\eta), D_2(\eta)$  是待求函数, 满足条件

$$\frac{dD_1(\eta)}{d\eta} \exp(B\eta) + \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} \exp(-B\eta) = 0 \quad (22)$$

从式 (21), 式 (22) 得到

$$\frac{du_{0p}^*}{d\eta} = B \exp(B\eta) D_1(\eta) - B \exp(-B\eta) D_2(\eta) \quad (23)$$

$$\frac{d^2 u_{0p}^*}{d\eta^2} = B^2 u_{0p}^* +$$

$$B \left[ \frac{dD_1(\eta)}{d\eta} \exp(B\eta) - \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} \exp(-B\eta) \right] \quad (24)$$

把方程 (23), (24) 代入方程 (18), 得到

$$\frac{dD_1(\eta)}{d\eta} \exp(B\eta) - \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} \exp(-B\eta) = \frac{\rho_e^*(\eta)}{B} \quad (25)$$

从方程 (22) 和 (25) 解得

$$\left. \begin{aligned} \frac{dD_1(\eta)}{d\eta} &= \frac{\rho_e^*(\eta)}{2B} \exp(-B\eta) \\ \frac{dD_2(\eta)}{d\eta} &= -\frac{\rho_e^*(\eta)}{2B} \exp(B\eta) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

故有

$$\left. \begin{aligned} D_1(\eta) &= \frac{1}{2B} \int_0^\eta \rho_e^*(t) \exp(-Bt) dt \\ D_2(\eta) &= -\frac{1}{2B} \int_0^\eta \rho_e^*(t) \exp(Bt) dt \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

方程 (27) 的解可以通过数值积分计算. 电渗流速度 (19) 的解, 以及一阶导数可以表示为

$$u_0^* = C_1 \exp(B\eta) + C_2 \exp(-B\eta) + D_1(\eta) \exp(B\eta) + D_2(\eta) \exp(-B\eta) \quad (28)$$

$$\frac{du_0^*}{d\eta} = C_1 B \exp(B\eta) - C_2 B \exp(-B\eta) + B \exp(B\eta) D_1(\eta) - B \exp(-B\eta) D_2(\eta) \quad (29)$$

根据边界条件 (15) 确定常数  $C_1$  和  $C_2$ , 得到

$$\left. \begin{aligned} C_1 \exp(B) + C_2 \exp(-B) + D_1(1) \exp(B) + D_2(1) \exp(-B) &= 0 \\ C_1 B - C_2 B + B D_1(0) - B D_2(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中,  $D_1(0) = D_2(0) = 0$ , 由方程 (30) 解得

$$C_1 = C_2 = -\frac{D_1(1) \exp(B) + D_2(1) \exp(-B)}{2 \cosh(B)} \quad (31)$$

把方程 (31) 代入式 (28) 得

$$u_0^* = -[D_1(1) \exp(B) + D_2(1) \exp(-B)] \frac{\cosh(B\eta)}{\cosh(B)} + D_1(\eta) \exp(B\eta) + D_2(\eta) \exp(-B\eta) \quad (32)$$

定义

$$F(\eta) = D_1(\eta) \exp(B\eta) + D_2(\eta) \exp(-B\eta) = \frac{1}{2B} \int_0^\eta \rho_e^*(t) \{ \exp[B(\eta-t)] - \exp[-B(\eta-t)] \} dt = \frac{1}{B} \int_0^\eta \rho_e^*(t) \sinh[B(\eta-t)] dt \quad (33)$$

最后, 微通道周期电渗流解的复振幅表示为

$$u_0^* = F(\eta) - F(1) \frac{\cosh(B\eta)}{\cosh(B)} \quad (34)$$

### 3 微通道周期电渗流特性分析

采用水为流体介质. 生物芯片微通道双电层典型数据和液体性质大致范围<sup>[9]</sup>列在表 1 中. 根据表中数据, 取双电层能量数  $\alpha = 1 \sim 10$ ,  $\kappa h = 10 \sim 50$ ,  $Re = 1 \sim 100$ . 为了验证解析解, 本文还给出对应的数值解进行比较. 本文采用局部加密非均匀网格的有限差分-迭代法求解双电层方程 (11), (12). 在微通道中心, 满足对称条件  $[\partial\psi^*/\partial\eta]_{\eta=0} = 0$ , 而不是  $\psi^*|_{\eta=0} \rightarrow 0$  条件. 得出双电层电荷密度后, 再求解 Navier-Stokes 方程 (14) 和 (15). 数值解适合于任意

表 1  
Table 1

Dielectric constant of liquid $\epsilon/C^2 \cdot (J \cdot m^{-1})$	Zeta potential of EDL $\zeta / mV$	Half of channel width $h/\mu m$	External electric field $E/(V \cdot m)^{-1}$	Frequency of the electric field $\omega/Hz$	Density of the liquid $\rho/(kg \cdot m^{-3})$	Dynamic viscosity of the liquid $\mu/(N \cdot s \cdot m^{-2})$
$6.95 \times 10^{-10}$	$-100 \sim -200$	$10 \sim 100$	$(1 \sim 2) \times 10^5$	$500 \sim 20\,000$	$10^3$	$10^{-3}$

大小的雷诺数  $Re$ , 双电层能量数  $\alpha$  以及  $\kappa h$  值. 数值计算过程不在此描述. 周期电渗流速度振幅沿微通道宽度的分布和相位差表示在图 2, 图 3 中.

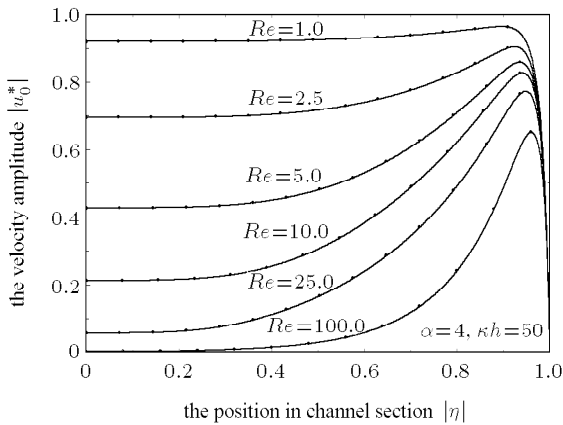


图 2 周期电渗流速度振幅沿微通道截面的分布.  
— 解析解, - - - 数值解

Fig.2 Velocity amplitude of periodical electroosmosis across channel. — analytic solutions, - - - numerical solutions

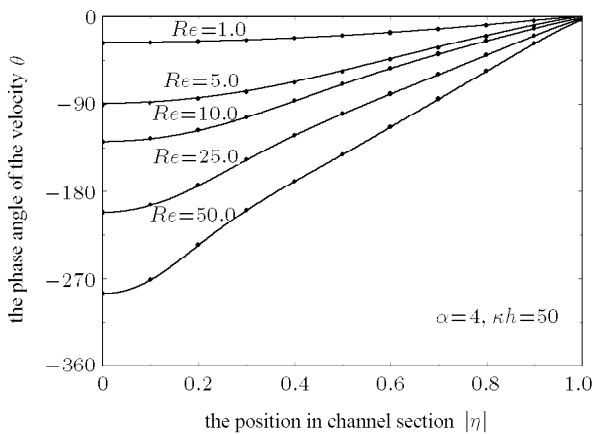


图 3 周期电渗流速度沿微通道宽度的相位差.  
— 解析解, - - - 数值解

Fig.3 The lag phase angles of periodical electroosmosis across channel. — analytic solutions, - - - numerical solutions

可以看出, 解析解与数值解完全一致. 双电层内带电液体的运动, 通过黏性摩擦力拖动微通道内部液体流动. 在双电层与内部区域交界处速度达到最

大. 这个最大速度定义为双电层滑移速度. 微通道内部流动就是这个滑移速度的黏性拖动产生的. 双电层滑移速度不仅与双电层特性、外电场强度有关, 而且与外电场频率有关. 由于流体黏性作用, 流体运动总是滞后于外电场的变化. 外电场频率越高, 流体运动反应越加迟钝. 从图 2, 图 4 可以看出, 频率越高 (雷诺数大), 双电层滑移速度越低, 微通道内部的电渗流速度也随之减小, 而且随着离开固壁的距离速度衰减越加严重. 这就是“高频阻尼”现象.

双电层滑移速度与雷诺数的关系表示在图 4 中. 尤其在雷诺数  $Re > 1$  时, 滑移速度快速下降. 周期电渗流的另外一个特点是在微通道内部速度滞后于双电层的流动速度, 表现出明显的相位差. 从图 3 的结果可以看出, 雷诺数越高, 速度相位差越大, 而且相位差随离开边壁的距离而增加, 在通道中心处, 速度相位差最大. 综合周期电渗流大小和相位差的特性, 在某时刻, 电渗流在微通道宽度的速度分布剖面形态表示在图 5 中. 在低雷诺数时 (如  $Re = 0.1$ ), 周期电渗流在微通道截面上没有相位差, 内部速度均匀, 速度振幅大小与定常电渗流相同, 速度剖面为柱栓式的流动形态. 随雷诺数的增加 (频率增加), 微通道内部速度下降, 相位差明显. 在微通道中心处速度最小, 相位差最大, 速度剖面类似波浪状. 雷诺数越高, 波浪形状越明显. 在高雷诺数时 (如  $Re = 100$ ),

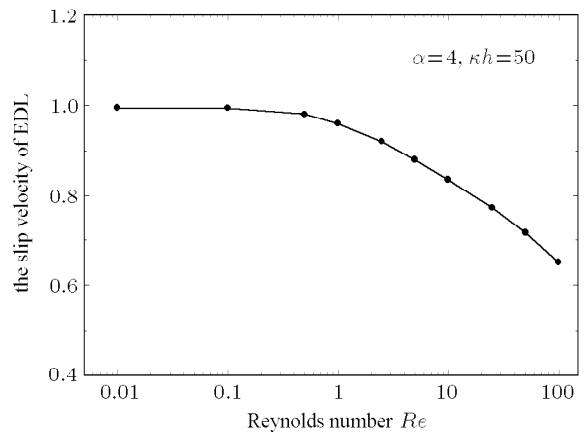


图 4 双电层滑移速度与雷诺数的关系

Fig.4 Slip velocity of EDL versus Reynolds number

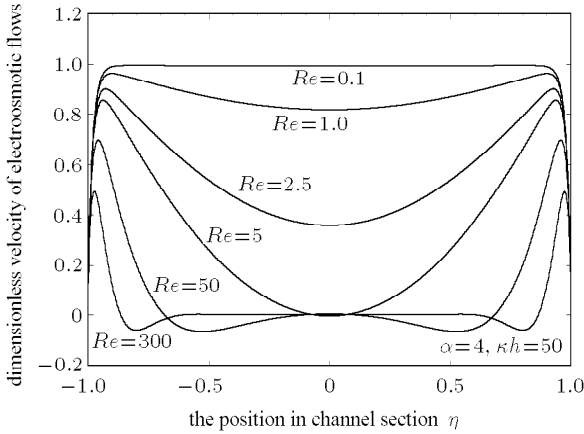


图 5 周期电渗流沿通道宽度的速度分布剖面形态

Fig.5 Velocity profiles of periodical electroosmosis across microchannel

双电层的滑移速度明显下降。在离开双电层区域，电渗流速度快速衰减，在微通道内部流动速度几乎为零，而且在双电层附近区域出现回流现象。

#### 4 关于双电层小 $\kappa h$ 数的讨论

$\kappa h$  值表示微通道半宽与双电层厚度之比。当双电层能量数  $\alpha = ze\zeta/(k_bT)$  值很小时，双电层厚度增加。这时如果微通道宽度也很小，有可能使得双电层厚度与微通道宽度同数量级  $\kappa h \sim O(1)$ 。由于微通道两边壁双电层的相互作用，在微通道中心处的电位势和电荷密度可以不为零，但要求对称条件  $(d\psi^*/d\eta)_{\eta=0} = 0$  和  $(d\rho_e^*/d\eta)_{\eta=0} = 0$ 。这时双电层电位势和电荷密度的解 (16) 和 (17) 不严格满足通道中心对称性，需要进一步分析。对于小  $\alpha$  值，采用 Debye-Hückel<sup>[8]</sup> 近似，双电层电位势方程 (11) 简化为

$$\frac{d^2\psi^*}{d\eta^2} = \lambda^2\psi^*, \quad \lambda = \sqrt{\alpha\beta} = \kappa h \quad (35)$$

方程 (35) 的通解表达如下

$$\psi^* = c_1 \exp(\lambda\eta) + c_2 \exp(-\lambda\eta) \quad (36)$$

边界条件为

$$\psi^*|_{\eta=1} = 1 \quad (37)$$

$$\frac{\partial\psi^*}{\partial\eta}\Big|_{\eta=0} = 0 \quad (38)$$

根据边界条件 (35) 和 (36) 解得待定系数  $c_1, c_2$ ，双电层电位势和电荷密度表示为

$$\psi^*(\eta) = \frac{\cosh(\lambda\eta)}{\cosh(\lambda)} \quad (39)$$

$$\rho^*(\eta) = \frac{\lambda^2 \cosh(\lambda\eta)}{\cosh(\lambda)} \quad (40)$$

把方程 (40) 代入式 (33)，式 (34)，积分即可得到小  $\kappa h$  值的周期电渗流的速度解。Debye - Hückel 近似的速度解，解析解 (34) 和数值解的比较表示在图 6 和图 7 中。从图 6 ( $\kappa h = 1, \alpha = 1, Re = 5$ ) 看出，解析解与数值解有一定的误差。因为解析解 (34) 不适合  $\kappa h \sim O(1)$  的条件，而 Debye-Hückel 近似解很接近数值解。一般的生物芯片微通道双电层的  $\kappa h$  值都很大。从图 7 ( $\kappa h = 10, \alpha = 4, Re = 5$ ) 看出，对较大的  $\alpha$  值，解析解与数值解一致。Debye-Hückel 近似解与数值解有一定误差。因为 Debye-Hückel 近似要求较小的双电层能量数  $\alpha$ 。

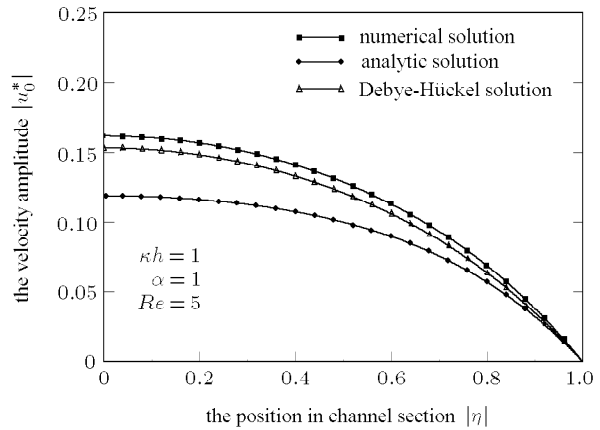


图 6 双电层小  $\kappa h$  值时，数值解、解析解和 Debye-Hückel 近似解的比较

Fig.6 Comparison of numerical solution, analytic solution and Debye-Hückel approximate solution in cases of small  $\kappa h$

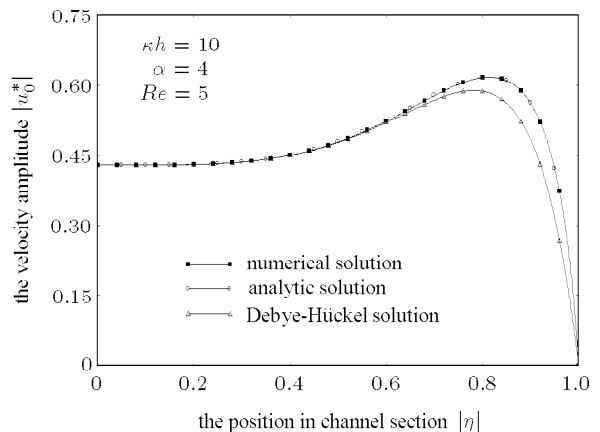


图 7 双电层大  $\alpha$  值时，数值解、解析解和 Debye-Hückel 解的比较

Fig.7 Comparison of numerical solution, analytic solution and Debye-Hückel approximate solution in cases of large  $\alpha$

## 5 关于微通道小雷诺数 $Re$ 的讨论

本文雷诺数的定义为

$$Re = \frac{\omega h^2}{\nu}$$

其中,  $\omega, h, \nu$  分别为频率, 微通道半宽和液体运动黏性系数. 一般说, 微通道宽度在几十到数百微米量级, 黏性系数在  $10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$  左右 (如, 水). 微通道的周期电渗流中, 流动惯性力主要来源于外电场频率, 范围大约在  $(10^1 \sim 10^5) \text{Hz}$ . 在低频率时, 流动惯性力很小, 周期电渗流在微通道截面的速度分布剖面与定常电渗流柱栓式流动极为相似. 为了考察低频电渗流特性. 我们需要分析在小雷诺数时速度解的渐进特性. 当  $\omega \rightarrow 0, Re \rightarrow 0$  时,  $|B| = \sqrt{Re} \rightarrow 0$ , 方程 (33) 变为

$$F(\eta) = \frac{1}{B} \int_0^\eta \rho_e^*(t)[B(\eta-t)]dt = \int_0^\eta \rho_e^*(t)(\eta-t)dt$$

根据电荷密度方程 (12), 得到

$$F(\eta) = \left[ (\eta-t) \frac{d\psi^*(t)}{dt} \right]_0^\eta - \int_0^\eta \frac{d\psi^*(t)}{dt} d(\eta-t)$$

根据微通道中心对称条件  $\frac{d\psi^*}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = 0$ , 上式进一步简化为

$$F(\eta) = \int_0^\eta \frac{d\psi^*(t)}{dt} dt = \psi^*(\eta) - \psi^*(0)$$

根据式 (34), 在  $|B| \rightarrow 0$  时, 电渗流速度振幅简化为

$$u_0^* = F(\eta) - F(1) = \psi^*(\eta) - 1$$

这与定常电渗流速度完全一致. 低雷诺数周期电渗流速度表示为

$$u^* = u_0^* \cos(\omega t)$$

对于低雷诺数 (低频) 电渗流, 在微通道截面上速度没有相位差. 在双电层以外区域, 电渗流速度振幅均匀, 大小与定常电渗流速度相同, 见图 2, 图 4.

## 6 结 论

本文得到的二维均匀微通道周期电渗流的解析解适合于任意大小的流动雷诺数, 但在小  $\kappa h$  数时有一定误差. 结论总结如下:

(1) 微通道周期电渗流速度不但与双电层特性和外电场强度有关, 而且随雷诺数的增加而下降. 双电层以外区域电渗流速度振幅随离开通道边壁的距离快速衰减. 雷诺数越高, 速度衰减越明显.

(2) 微通道横截面上周期电渗流速度有相位差, 表现出波浪状速度剖面. 雷诺数越高, 速度相位差越明显.

(3) 低雷诺数的周期电渗流速度振幅与定常电渗流速度相同, 并具有柱栓式速度分布剖面.

(4) 对小  $\kappa h$  数的微通道, Debye-Hückel 近似的周期电渗流解与数值解基本一致.

## 参 考 文 献

- 1 Repper PM, Morgan FD. Frequency-dependent electroosmosis. *J Colloid and Interface Sci*, 2002, 254: 372~383
- 2 Oddy MH, Santiago JG, Mikkelsen JC. Electrokinetic instability micromixing. *Anal Chem*, 2001, 73: 5822~5832
- 3 Reppert PM, Lesmes DP, Jouniaux L, et al. Frequency-dependent streaming potentials. *J Colloid and Interface Sci*, 2001, 234: 194~203
- 4 Li SK, Ghanem AH, Higuchi WI. Pore charge distribution considerations in human epidermal membrane electroosmosis. *J Pharm Sci*, 1999, 88: 1044~1049
- 5 Tsuda T, Yamauchi N, Kitagawa S. Separation of red blood cells at the single cell level by capillary zone electrophoresis. *Anal Sci*, 2000, 16: 847~850
- 6 Pengra DB, Li SL, Wong P. Determination of rock properties by low frequency AC electrokinetics. *J Geophys Res*, 1999, 104: 29485~29508
- 7 Minor M, van der Linde AJ, Leeuwen HP, et al. Dynamic aspects of electrophoresis and electroosmosis: A new fast method for measuring particle mobilities. *J Colloid and Interface Sci*, 1997, 189: 370~375
- 8 Prashanta Dutta, Ali Beskok, Timothy C Warburton. Numerical simulation of mixed electroosmotic/pressure driven microflows. *Numeri Heat Transfer, Part A*, 2002, 41: 131~148
- 9 Patankar NA, Hu HH. Numerical simulation of electroosmotic flow. *Anal Chem*, 1998, 70: 1870~1881

## FLOW BEHAVIOR OF PERIODICAL ELECTROOSMOSIS IN MICROCHANNEL FOR BIOCHIPS<sup>1)</sup>

Wu Jiankang<sup>2)</sup> Wang Xianming

(*Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Department of Mechanics, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China*)

**Abstract** This paper presents an analytical solution for periodical electroosmotic flows in a two-dimensional uniform microchannel based on Poisson-Boltzmann equations for electric double layer (EDL) and Navier-Stokes equation for incompressible viscous fluid. Analytical results indicate that the velocities of periodical electroosmosis strongly depend on Reynolds number  $Re = \omega h^2 / \nu$ , as well as on EDL properties and the applied electric field. The slip velocity of EDL decreases as the Reynolds number increases. The electroosmosis velocity outside the EDL rapidly decreases, and the lag phase angle of the velocity increases as the distance away from the channel wall increases. A wave-like velocity profile across the microchannel is found. An asymptotic solution for low Reynolds number is also given in this paper. Periodical electroosmosis with low Reynolds has the same velocity amplitude and a plug-like velocity profile as that of the steady electroosmosis. Debye-Hückel approximate solution of the periodical electroosmosis in cases of small  $\kappa h$ , the ratio of the microchannel width to EDL thickness, is obtained and compared with the analytical solution.

**Key words** electric double layer, periodical electroosmosis, microchannel, Reynolds number

---

Received 24 February 2005, revised 21 March 2006.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10472036).

2) E-mail: wujkang@hust.edu.cn