

# 失谐叶片 - 轮盘结构系统振动局部化问题的研究进展\*

王建军 李其汉 朱梓根

北京航空航天大学动力系, 北京 100083

**摘要** 对近20年来国内外关于失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题研究的进展进行了较为详细的评述和讨论。文中首先说明了振动局部化问题的基本概念, 然后对失谐叶片-轮盘结构系统模态局部化和动态响应局部化在分析模型、求解方法及其基本性质和规律等方面的研究进展进行了较为全面的评述, 最后提出了今后应深入研究的问题。

**关键词** 失谐叶片-轮盘, 振动局部化

## 1 引言

叶片-轮盘结构系统(the bladed-disk assemblies)是一种圆周的循环对称结构, 其动态特性的分析研究对航空涡轮发动机振动设计、故障诊断和提高其可靠性均有重要意义。

从理论上讲, 由于圆周循环对称, 由单一叶片和相应的轮盘部分构成的扇区子结构(简称片-盘扇区)在物理性质和几何条件等方面是完全相同的, 结构系统的模态振型会均匀地沿圆周方向传递至整个结构, 这种模态振型称为“广延”模态振型(the extended, global or periodic mode)。而作用在系统叶片上的振动激励在一定的频率范围内也会沿圆周方向均匀地传递至整个结构。因此, 在结构动力学中, 具有上述特性的叶片-轮盘结构系统是一种谐调周期结构系统(a tuned periodic structural system)。

但是在实际上, 由于制造误差、材料和使用中磨损的不均匀等因素, 往往导致各片-盘扇区间会有小量的差别(一般小于5%)。在结构动力学中, 这种小量称为失谐量(mistune), 而具有这种失谐因素的叶片-轮盘结构系统便是一种失谐周期结构系统(a mistuned periodic structural system)。

理论分析和实验结果均表明, 一般失谐周期系统的动态特性与相应的谐调周期系统在一定的条件下会有很大的不同。这主要反映在两方面, 一是模态局部化(modal localization); 二是振动传递的局部化(vibration transmission localization)。模态局部化包含模态振型局部化(mode localization)和模态频率转向(frequency veering)两种物理现象。振型的局部化是指系统的模态振型不是“广延”至整个结构, 而是集中在较少的子结构上, 这时绝大多数子结构的振幅很小,

收稿日期: 1999-06-25, 修回日期: 2000-05-12

\* 中国博士后科学基金资助项目

而被“局部化”了的少数子结构的振幅大大超过相应“广延”模态的值，从而将模态振型“局部化”在了少量的子结构上。而振动传递的局部化则是指作用在系统上的激励被限制在局部区域，而不易于传递到其他部位。一般说来，在结构动力学中，上述的两种局部化便称为失谐周期结构的振动局部化问题。

对于叶片-轮盘系统，上述的振动局部化往往表现为一个或几个片-盘扇区产生较大振动而其余扇区则不出现明显振动，从而引起少数叶片振动过大并有较高的疲劳应力，继而导致断裂。例如 Basu 和 Griffin<sup>[1]</sup> 的研究就表明，某些叶片的稳态幅值会因局部化而增大 2.43 倍，这种现象与常见的因振动能量聚集少数叶片疲劳断裂的现象是吻合的。

正是由于上述原因，长期以来国内外学者对失谐叶片-轮盘结构系统的振动局部化问题进行了大量深入的研究，取得了许多重要的研究成果。早期的评述文献可见文献 [2, 3]。

本文首先说明了失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题的基本概念，然后对这方面的研究方法和进展进行较为全面的评述和讨论，最后提出了今后应深入研究的问题。

## 2 失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化的基本概念

### 2.1 振动局部化的机理

过去 30 年的许多研究已经表明，叶片-轮盘结构系统固有特性和振动响应对于叶片固有性质（如质量、刚度和固有频率）的失谐改变（即对公称值的小量变化）具有极高的灵敏度，这实际上是由振动局部化引起的。

现在利用波的传递来说明振动局部化的机理。假设给定叶片的受迫响应可以看成是以不同速度在叶片-轮盘结构系统周向传递的波的迭加，若系统是线性的，则完全可以仅分析单波的传播来讨论产生局部化的机理。如图 1 所示，设某振动波通过轮盘由一个叶片向另一叶片的传播（图 1(a)）模拟为通过“多层介质”（layer medium）时由一层至另一层的传播（图 1(b)），其中在介质中的波速  $c$  相应于叶片的物理特性  $H(\omega)$ （传递函数），这是因为，由于沿圆盘的振动波的传递由频率  $\omega$  确定，它对波的影响可以较好地由相应的传递函数  $H(\omega)$  来定义，因此有相对应的关系  $H(\omega) \leftrightarrow c$ 。

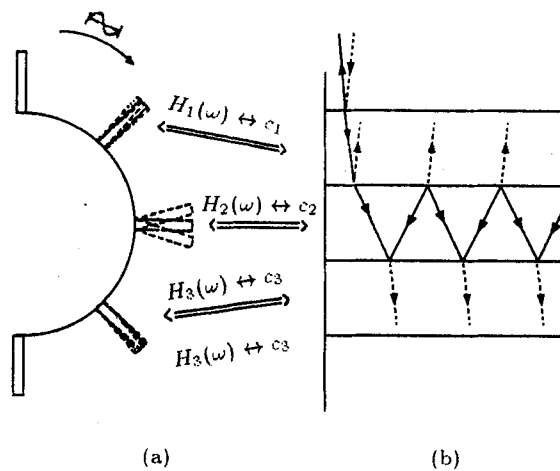


图 1

假如系统是谐调的，所有叶片（相应于所有 layer）是相同的，振动波的传播便不受 layer 间的界面（interface）的影响；假如系统是失谐的，叶片（相应于 layer）是不一致的，则振动波在界面上便部分被传递，部分被反射。对于其中的反射分量，其幅值一般随形成界面的两 layer 的性质（也即两叶片的频响函数）的不一致（the dissimilarity）而增大，假如它是在高反射界面上（也

即等价于频响函数相差较大的两相邻叶片), 则可能该振动波会被抑制在几个 layer(叶片) 中, 显然, 与该被抑制的振动波相应的便是某些叶片的振动响应幅值很大. 这便是振动局部化的机理.

## 2.2 失谐度和耦合度

设将每个叶片及其所对应的轮盘部分看成是整个叶片 - 轮盘结构的子结构, 称为叶片 - 轮盘扇区子结构, 整个叶片 - 轮盘结构则是由这些扇区子结构构成的圆周循环对称结构. 大量的理论分析和实验研究表明, 影响失谐周期结构系统振动局部化的关键因素是失谐改变的大小、结构中各叶片 - 轮盘扇区子结构间的耦合程度以及它们两者间的相对大小. 在失谐叶片 - 轮盘结构系统的分析中, 一般可用失谐度来度量失谐量的改变程度, 用耦合度来度量子结构间的耦合程度. 所以现在给出失谐叶片 - 轮盘结构系统失谐度和耦合度的定义.

若由于制造、磨损等原因, 各叶片 - 轮盘扇区子结构质量、刚度的微小变化导致它们各自的固有频率与其理论值有微小的差别, 则可定义  $i$  扇区子结构的失谐度为

$$d_i = \frac{|\lambda_i - \lambda'_i|}{\lambda_i} \quad (1)$$

式中,  $\lambda_i$  和  $\lambda'_i$  分别为  $i$  扇区子结构失谐前后的固有频率.

此外, 对于整体的叶片 - 轮盘结构系统, 失谐后各子结构的每阶固有频率  $\lambda_j$  都分解整个结构的  $N$  个固有频率 ( $N$  为叶片数). 当轮盘为绝对刚性时, 子结构之间的耦合度为零, 子结构每阶频率都形成  $N$  重根. 可以设想, 子结构间的耦合度越大, 第  $j$  组特征值的分散度  $M = \max |\lambda_{jr} - \lambda_{js}|$  ( $1 \leq r, s \leq N$ ) 也越大, 当耦合度趋于零时, 这些特征值便汇合为一个  $N$  重特征值, 从而可定义系统第  $j$  组模态的耦合度为

$$c_j = \frac{\max |\lambda_{jr} - \lambda_{js}|}{\lambda_j} \quad (r, s = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

## 2.3 问题的类型

由以上分析及对失谐叶片 - 轮盘结构系统失谐度和耦合度定义过程可以看出, 可以用系统中叶片和轮盘刚度的相对关系确定系统的性能, 由此可将叶片 - 轮盘结构系统分为三类:

(1) 叶片刚度比轮盘刚度小的多, 叶片的运动仅能激起轮盘的微弱振动, 从而, 各叶片通过轮盘的相互耦合很小, 这是弱耦合系统;

(2) 叶片刚度比轮盘刚度小的不多, 叶片和轮盘的运动相互影响很大, 这是一般性耦合的系统;

(3) 叶片刚度与轮盘刚度相当, 叶片的运动将激起轮盘的强烈振动, 这时各叶片通过轮盘产生强烈的相互耦合, 这是强耦合系统;

对于上述的三种耦合程度不同的失谐系统, 目前大多数研究均认为仅有弱耦合系统可能产生强局部化. 按照系统耦合度和失谐度的相互关系, 弱耦合系统又表现有三种状态, 相应的模态局部化问题应采用不同的方法求解:

(1) 耦合度远大于失谐度, 这时振动模态并不出现局部化, 模态振型是“广延”的, 因此, 失谐量可看成是相应协调系统的摄动, 可以采用下面将要讨论的正规摄动法和文献 [4] 建议的孤立本征值小参数法求解;

(2) 耦合度和失谐度相当, 这种情况一般难以用简便方法求解, 必须采用整体结构的计算来求解系统的主模态;

(3) 失谐度远大于耦合度时, 振动模态将产生局部化. 这时子结构间的耦合可看成是失谐解耦系统的微小变化 (摄动). 由于此时系统各群特征值包含在一个狭小的频带内, 应采用修正摄

动法或用本征值组小参数法求解。

### 3 初期的研究

实际上人们很早就已认识到失谐因素对叶片 - 轮盘结构系统动态特性有极重要的影响, 因此从 60 年代开始, 国内外学者采用许多不同的理论分析方法和实验技术对此进行了研究, 对失谐因素的影响有了广泛的认识。

有些研究表明, 失谐因素有利于改善叶片的颤振状态 (a flutter situation)。这方面的文献有文 [5~8]。而文献 [9~21] 的分析表明, 若干叶片的最大振幅会因失谐量的存在而增大, 对结构系统的动态响应产生不良影响。还有一些文献比较了协调系统和相应失谐系统的振动模态性质, 而且说明了谐调系统的重特征值会因失谐调分离, 导致频率响应中产生多个峰值, 这些文献有文 [12, 22, 23]。而文献 [24] 还讨论了叶片 - 轮盘结构系统在叶片间具有摩擦阻尼器和带冠叶片在叶冠间具有摩擦时失谐因素对系统受迫振动响应的影响。

但上述的这些研究结果出现了许多矛盾的地方。如研究得到的因失谐导致的最大幅值的增加量有较大差别, 而且具有最大幅值的叶片位置也不尽相同。例如, Afolabi<sup>[21]</sup> 的研究认为, 具有最大幅值的叶片是具有最大失谐量的叶片, 而 Griffin 等<sup>[20]</sup> 的文章则没有得到这样的结论; 对于失谐量的标准偏差对转子最大幅值的影响, Griffin 等的结果也与 El-bayoumy 等<sup>[16]</sup> 的不一致。

这些研究结果不同的主要原因是研究中采用的分析模型、求解方法和对失谐引入的方式等方面的不同所致, 因此促使人们自 80 年代末期以来在这些方面进行了更广泛的研究。

### 4 分析模型和求解方法

#### 4.1 分析模型

迄今为止, 人们已经采用了多种形式的力学模型进行叶片 - 轮盘结构系统的分析, 主要有以下几种。

##### (1) 集中参数模型

这是分析叶片 - 轮盘结构系统最常用的一种模型。这种模型将每一叶片 - 轮盘扇段用与基础相连的单自由度或多自由度的弹簧 - 质量集中参数振子表示, 各振子间用无质量的弹簧相连接, 以模拟叶片间的相互耦合。

在这类模型中, 振子间的耦合大多是单自由度的, 而振子本身则有单自由度的<sup>[25,26]</sup>、两自由度的<sup>[27,8]</sup>和多自由度的<sup>[20,28]</sup>等多种形式。

最近的研究在振子和耦合中也开始考虑了阻尼的影响, 如文献 [29, 30]。

##### (2) 连续参数模型

为了提高力学模型的模拟精度, 不少研究采用梁和板等连续参数描述的结构元件模拟叶片和轮盘, 因此这类模型称为连续参数模型。在这类模型中, 叶片间的耦合仍主要用集中参数的弹簧模拟。

早在 1973 年, Ewins<sup>[12]</sup> 便利用梁模拟叶片进行叶片 - 轮盘结构系统的分析, 但梁中没有考虑阻尼; 后来, Kaza 和 Kielb<sup>[7]</sup> 的研究中, 轮盘由等厚圆形板模拟, 叶片由弹性梁模拟; 1994 年, Rzadkowski<sup>[31,32]</sup> 用梁模拟叶片, 其中考虑了剪切变形、旋转惯性、叶片的预扭 (pretwist)、离心效应 (centrifugal effect) 和翘曲 (warping) 的影响, 并将它们处理成弯曲和扭转变形的函数。最近, Turcotte 等<sup>[33]</sup> 利用具有结构阻尼的 Euler-Bernoulli 梁来模拟叶片, 并在其根部用弹簧连接来考虑叶片间的耦合。

在这类模型中, Xie 和 Ariaratnam<sup>[34,35]</sup> 的研究也具有类似的特点, 其中利用模态组合法分别研究了相应于叶片在单模态和多模态时的求解方法, 并给出了相应的模态局部化系数的计

算方法.

### (3) 有限元模型

早在 1982 年, Irretier 和 Schmidt<sup>[36]</sup> 最先给出了分析失谐叶片 - 轮盘结构自由振动的有限元模型, 但其模型较为简单, 模拟精度较低.

1992 年, 章永强等<sup>[37]</sup> 和李延辉<sup>[4]</sup> 提出利用有限元法建立“真实盘 - 片系统”分析模型. 在他们的模型中, 将各叶片 - 轮盘扇区处理成二维有限元子结构模型, 利用模态综合法建立整体结构的有限元模型, 并在此基础上由本征值组的小参数方法<sup>[38]</sup> 进行其振动模态局部化问题的分析.

### (4) 动态子结构模型

为了克服有限元模型规模大、计算繁复的弱点, 最近 Yang 和 Griffen<sup>[28]</sup>、Castanier 等<sup>[39,40]</sup> 提出了类似的动态子结构模型, 分别求解了失谐叶片 - 轮盘结构系统的固有特性和稳态响应. 他们共同的思路是, 先把整个叶片 - 轮盘结构分解成叶片部分和轮盘部分两个子结构, 将叶片的振动看成是由根部轮盘振动引起的刚体振动和叶片作为根部固定悬臂梁振动这两个振动之和, 通过动态子结构原理进行模型减缩, 从而达到既降低模型规模又具有较高模拟精度的目的. 其中前者是利用传递函数法<sup>[41]</sup> 分别描述叶片子结构和轮盘子结构的动态特性, 而后者是利用三维有限元模型计算叶片的振动模态的.

在上述各种模型中, 目前应用最多的仍是集中参数模型, 主要是这种模型便于进行求解方法、参数影响以及局部化规律等方面的研究.

## 4.2 求解方法

在上述模型的基础上进行问题求解, 确定性问题可以直接用各种数值方法; 对于具有随机参数的问题则可采用 Monte Carlo 模拟技术. 但是由于这样的求解不仅计算繁复, 而且难以研究系统参数 (尤其是失谐参数) 对振动局部化问题的影响规律, 因此, 在考虑各种失谐叶片 - 轮盘结构系统具体情况的基础上, 人们提出了若干近似的求解方法.

### (1) 正规摄动法

正规摄动解法是直接利用传统的矩阵摄动方法将失谐参数作为摄动参数进行摄动展开. 但这种方法用于弱耦合系统时, 由于相应的协调系统具有多重特征根, 会产生奇异点, 导致摄动展开失效. 因此正规矩阵摄动解法不能用于弱耦合系统.

### (2) 修正摄动方法

为解决正规摄动方法不能解弱耦合的问题, 1988 年, Wei 和 Pierre<sup>[25]</sup> 将一般失谐周期结构模态局部化问题求解的修正摄动方法<sup>[42]</sup> (Modified perturbation method) 用于失谐叶片 - 轮盘结构固有频率和振型的求解, 研究了相应的振型局部化问题和频率转向问题, 同时他们<sup>[26]</sup> 也用这种方法结合模态迭加法求解了叶片 - 轮盘结构的稳态响应. 他们所推出的近似求解公式可以方便地分析失谐因素对振动局部化问题所产生的影响和物理意义, 从而可以较为深刻地认识产生振动局部化的机理.

修正摄动方法与正规摄动方法的主要区别在于, 这种方法不是将失谐量处理成摄动量, 而是将各振子 (即各叶片 - 轮盘扇区) 间的耦合量处理成摄动, 将失谐量保留在非摄动矩阵中, 将耦合量放在摄动矩阵中, 然后再利用矩阵摄动理论进行求解.

1996 年, Ottarsson 和 Pierre<sup>[43]</sup> 将传递矩阵法分别与正规摄动法和修正摄动法相结合, 分析了在强耦合和弱耦合情况下叶片 - 轮盘结构的自由振动问题.

### (3) 奇异摄动法

最近, Happawana 等<sup>[44~46]</sup> 提出了利用复合展开来避免正规摄动奇异性的奇异摄动法, 可以用来求解弱耦合失谐圆周循环周期结构的固有频率转向和振型的局部化问题. 这种方法的基本做法是, 首先利用正规摄动法以失谐量作为摄动量进行正规的幂级数展开, 并设该摄动量是

一个新的参数的函数, 在远离奇异点的区域, 正规摄动展开是收敛的, 而在奇异点附近, 用新的参数重新构成展开函数来消除奇异性, 从而形成了以这种复合展开为特征的奇异摄动解法.

#### (4) 自适应摄动法

这是 Lin 等<sup>[30]</sup>提出的方法. 这种方法以模态分析和摄动展开为基础, 用来求解失谐叶片 - 轮盘结构系统中叶片振幅稳态响应的概率密度函数.

这种方法根据激励频率与叶片 - 轮盘结构固有频率的状态, 确定求解方程中所包含的模态及其数量, 并在强耦合和弱耦合的不同状态分别退化为相应的正规摄动法和修正摄动法.

但是由于该方法在选择模态时依然是按正规摄动和修正摄动的原理, 选取了以无失谐的协调结构系统和无耦合的解耦结构系统为基本构形的, 因此这种方法也只能自适应地在强耦合和弱耦合两种极端情况进行调整.

#### (5) 组合型摄动法 (the combined closed formed-perturbation method)

近年来, Lin 和 Mignolet<sup>[29,47]</sup>提出了这种组合型摄动方法. 这种方法可以用来近似计算具有阻尼的失谐叶片 - 轮盘结构叶片振动幅值的概率密度函数. 在计算中, 首先将结构系统的随机变量由失谐量改为与其响应幅值有关的中间随机变量, 并由此推出了叶片响应幅值概率密度函数所满足的积分表达式, 然后用摄动法求解该积分表达式的近似值.

#### (6) 修正的 Neumann 展开法

前面讨论的近似摄动解法均是仅能求解强耦合和 / 或弱耦合两种极端耦合情况的失谐叶片 - 轮盘结构系统的动态特性. 然而, Ottarsson 和 Pierre<sup>[48]</sup>的分析表明, 失谐因素最有害的影响可能会出现在中等耦合的情况下, 因此, Mignolet 和 Hu<sup>[49]</sup>于 1998 年提出了以 Neumann 展开为基础的方法, 用来直接求解在任意耦合情况下, 失谐叶片 - 轮盘结构系统稳态响应的若干统计特性. 他们称之为“在全耦合程度上精确计算随机失谐量对叶片 - 轮盘结构动态特性影响的关键一步”. 而且, 这种方法可以分析叶片和耦合具有阻尼的情况.

## 5 研究的进展

振动局部化问题的研究可以追溯到 Anderson 和 Mott<sup>[50,51]</sup> 50 年代对固体物理学中无序性对导电性影响的研究. 由于这方面的研究他们二人分享了 1977 年的诺贝尔物理学奖. 80 年代初期, Hodges 等<sup>[52~54]</sup>基于相似性将振动局部化的概念引入结构动力学领域. 此后人们在一般的失谐周期结构振动局部化的研究方面进行了多方面的研究<sup>[55~60]</sup>. 正是由于这些丰富的研究推动了失谐叶片 - 轮盘结构系统振动局部化问题的研究. 现在我们从振动模态局部化和振动传递局部化等方面讨论自 80 年代末期以来失谐叶片 - 轮盘结构系统振动局部化的研究进展.

### 5.1 振动模态局部化

1988 年, Wei 和 Pierre<sup>[25]</sup>利用一般失谐周期结构模态局部化的修正摄动方法研究了叶片 - 轮盘结构系统的振动模态局部化问题, 给出了含有失谐参数的模态频率和振型的近似计算公式, 并由此较为合理地解释了失谐引起振动模态局部化现象的机理. 文中所引入的失谐量是各叶片固有频率的确定性小变动, 讨论了耦合度和失谐度的不同分布对模态局部化的影响.

1992 年, Pierre 和 Murthy<sup>[61]</sup>利用连续参数模型和摄动解法, 研究了失谐叶片 - 轮盘结构系统叶片间为气弹耦合时的振动模态局部化问题. 1993 年, 李延辉<sup>[4]</sup>采用二维有限元模型和特征值小参数法研究了同样的问题. 他们的研究得到了与文献 [25] 类似的结论.

1993 年, Ottarsson 和 Pierre<sup>[27]</sup>利用传递矩阵法和摄动法相结合, 研究了具有随机失谐因素时叶片 - 轮盘结构系统自由振动的局部化问题. 文中首先由传递矩阵法推导了随机传递矩阵表示的振动方程, 以小量的失谐参数将随机传递矩阵展开, 由此得到了对失谐灵敏度的定义, 并由摄动方法得到了在高、低灵敏度两种极限情况下局部化系数的近似计算公式. 研究表明, 与一般周期结构类似<sup>[62,63]</sup>, 叶片 - 轮盘结构系统的频率域也是由通过频带 (passbands) 和截止

频带 (stopbands) 组成的, 而且通过频带的数量与每个叶盘扇区的自由度数相同, 系统的固有频率均位于通过频带.

值得注意的是, 最近由 Happawana 和 Nwokah 等<sup>[64]</sup> 的研究表明, 在某些情况下, 对于强耦合的失谐叶片 - 轮盘结构系统, 虽然不会出现较强的模态局部化, 但某些叶片的振幅会比结构完全协调时的振幅大得多. 他们认为这是失谐量引起了结构重特征值分裂 (the splitting) 和振型突变的原因. 此外, 该文的研究表明, 叶片振幅的变化与阻尼和激励的形式有很大的关系.

## 5.2 动态响应的局部化

振动响应局部化含有稳态响应局部化和瞬态响应局部化两部分, 其中研究较多的是稳态响应的局部化.

### 5.2.1 稳态响应的局部化

叶片 - 轮盘结构系统进行稳态响应计算时的激励, 多数文献均采用系统在平稳流场的作用下旋转时叶片上所受的激励, 这方面的文献有 [1, 10, 13, 18, 20, 26, 28] 等.

1988 年, Wei 和 Pierre<sup>[26]</sup> 利用模态综合技术和修正摄动法, 求解了在叶片自振频率具有确定性失谐量时叶片 - 轮盘结构系统的稳态响应. 文中主要讨论的问题包括, 在叶片受到周期激励时叶片自振频率失谐量对系统受迫稳态响应的影响; 在不同激励频率时, 协调和失谐时叶片振动幅值分布状态等. 主要目的是研究确定最易破坏叶片的方法. 他们的研究还表明, 失谐的叶片 - 轮盘结构系统稳态响应的局部化具有与一般失谐周期结构相同的规律和性质.

1998 年, Mignolet 等<sup>[35]</sup> 研究了在简谐激励作用下, 叶片 - 轮盘结构系统在叶片本身刚度的失谐量沿圆周方向按简谐规律变化时的受迫振动响应.

另一方面, 对于失谐叶片 - 轮盘结构系统来说, 失谐因素往往是随机分布的, 因此采用随机分析理论进行这种问题的动态响应分析受到人们的重视. 到目前为止, 进行这种稳态响应分析的主要方法有 Monte Carlo 方法、摄动方法和若干综合方法等.

最初, Soglier 等<sup>[19]</sup> 应用 Monte Carlo 方法估算了失谐叶片的疲劳寿命; 后来, Griffin 和 Hoosac<sup>[20]</sup> 也应用这种方法研究了在系统叶片较多时叶片 - 轮盘系统受迫振动响应的统计特性, 完成了利用 Monte Carlo 方法对叶片 - 轮盘结构系统振动响应统计特性的初步研究.

Monte Carlo 方法的优点是计算结果精度较高且算法简单, 但是计算太费时. 为了在保证一定精度的情况下节省计算时间, 人们寻求近似的摄动方法来进行求解.

1982 年, Huany<sup>[53]</sup> 以叶片的失谐量作为随机变量, 推出了一种可得到叶片振幅期望值 (the expectation) 和方差 (the variance) 的摄动解法. 但这种方法仅用于叶片间相距很近的叶片 - 轮盘结构系统.

1986 年, Sinha<sup>[66]</sup> 假设失谐量为高斯分布, 结合一阶摄动法和概率分析理论, 求得了具有任意叶片数时系统叶片振动幅值的概率密度函数; 1988 年他们<sup>[67]</sup> 又把这种方法推广用于失谐量为非高斯分布的情况; 1989 年在文献 [68] 中, 他们又研究了相应的高阶方法.

上述这些早期摄动解法的计算精度与系统的阻尼和失谐量的大小关系密切, 在阻尼比较小、失谐量较大时往往会产生较大误差, 而且利用这些方法也不能求得如最大幅值的均值和方差这类较为重要的统计量, 因此在应用中限制较多.

1990 年, Wei 和 Pierre<sup>[69]</sup> 将叶片的模态性质处理为随机变量进行了受迫振动响应的统计分析, 他们采用的是单 - 单自由度的集中参数模型, 研究了振动幅值的均值和方差. 特别是该文研究了已有的各种常用方法 (如 Monte Carlo 方法, 摄动法等) 的特点, 对它们的  $N$  自由度系统的分析结果进行了比较, 并讨论了这些方法的局限性、精度和计算机费用等. 此外, 文中还讨论了系统参数对较为简单的叶片 - 轮盘结构系统模型的振动响应概率特性的影响.

近年来, Mignolet 等<sup>[29,47,70]</sup> 又利用组合解析型摄动方法研究了叶片振动幅值概率密度函数.

1998年, Mignolet 等<sup>[71]</sup>研究了在简谐激励作用下, 叶片-轮盘结构系统的叶片刚度失谐量沿圆周方向分段出现(即仅部分相邻叶片存在有随机变化的刚度失谐量)时的受迫振动稳态响应. 研究表明, 尽管只有部分叶片失谐, 但其响应特性与失谐量一般随机分布时的具有相同的规律和性质, 而且在从弱耦合至强耦合的较宽的耦合范围上, 轮盘的最大响应幅值均符合 Weibull 型分布状态.

### 5.2.2 瞬态响应的局部化

为了预防有害的共振, 保证系统的可靠性, 预测在瞬态工况(如加速(run up)、减速(run down)和通过共振区)时的最大应力, 进行叶片-轮盘结构系统的瞬态响应分析是十分重要的, 但这方面的研究相对较少.

1989年, Omprakash 和 Ramamurti<sup>[72]</sup>提出了在部分喷气(partial admission)过程中, 协调的叶片-轮盘结构系统的瞬态响应分析模型. 1991年, Irretier 和 Omprakash<sup>[73]</sup>研究了叶片数等于喷嘴(nozzles)数时, 协调的叶片-轮盘结构系统的瞬态响应特性. 1993年, Rzadkowski<sup>[74]</sup>分析了叶片数与喷嘴数相同时失谐的叶片-轮盘结构的瞬态响应. 1994年, Rzadkowski<sup>[32]</sup>利用连续参数模型, 由 Hamilton 原理, 结合 Ritz 法推出了相应的动力学方程, 并由模态迭加法进行求解, 得到了瞬态响应特性. 研究表明, 在部分喷气时(这时的喷嘴数与叶片数不等)叶片的应力响应谱(the stress spectra)比叶片数与喷嘴数相等时更复杂得多, 虽然应力值要小一些. 文中解释了局部区域应力增大的原因以及失谐和协调两种情况下瞬态的叶片根部应力的差别.

## 5.3 局部化系数和振幅放大因子

### 5.3.1 局部化因子

在一般失谐周期结构振动局部化问题的研究中, 一般采用局部化系数来衡量模态局部化和响应局部化的程度<sup>[57]</sup>, 但在失谐叶片-轮盘结构系统的研究中还不多见.

1996年, Ottarsson 和 Pierre<sup>[43]</sup>利用研究一般失谐周期结构振动局部化问题中波的传播的传递矩阵方法, 在研究了失谐对波传播特性影响的基础上, 给出了相应失谐叶片-轮盘结构振动局部化因子的计算方法.

### 5.3.2 振幅放大系数

另一方面, 伦敦帝国学院的 Whitehead 几十年来坚持研究失谐使叶片振幅增大的放大因子, 其研究成果主要发表于三篇文章<sup>[9,75,76]</sup>中. 1966年, 他分析了叶片由尾流(Wake)激励时叶片的失谐使其振幅增大的放大系数. 分析中考虑了叶片间可能存在的气动耦合或机械耦合. 其中假设所有叶片均有相同的阻尼, 而且仅有一个叶片失谐. 他推出的放大系数为  $\frac{1}{2}(1+\sqrt{N})$  ( $N$ 是轮盘上的叶片数)<sup>[9]</sup>. 1976年, Whitehead 按同样的思路, 给出了叶片间仅有机械耦合时的放大系数<sup>[75]</sup>. 最近他又对该系数的适用范围进行了较为详细的分析与说明<sup>[76]</sup>.

## 6 应进一步研究的问题

### (1) “真实”叶片-轮盘结构系统的建模和求解方法

多年来, 人们对失谐叶片-轮盘结构系统的振动局部化大多采用较为简单的集中参数模型, 研究的重点是求解方法、参数影响的规律等方面. 但由于模型简单, 而叶片-轮盘结构本身又非常复杂, 因此这些研究很难得出实用的计算结果. 正是基于这种认识, 我国学者章永强、王文亮<sup>[37]</sup>和李延辉<sup>[4]</sup>早在1992年就已经提出利用有限元法建立“真实”叶片-轮盘结构模型, 以期提高模拟的精度. 但是由于这种模型往往自由度较多, 计算繁复, 因此必须综合研究有限元模型与相应的简化降阶解法, 同时由于引入的失谐量往往是随机的, 因此应重视研究这种随机量的离散化、“真实”叶片-轮盘结构有限元建模和相应简化解法的合理组合, 从而达到提高模拟精度的同时又降低计算复杂性的目的.



## (2) 非线性问题

到目前为止,失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题的研究仅限于线性问题。但实际上,在该结构系统中存在许多非线性因素,如带冠叶片-轮盘系统中叶冠间的摩擦<sup>[77,78]</sup>、长叶片的大变形等,因此应进一步应用非线性振动理论研究失谐叶片-轮盘结构系统的非线性模态局部化和非线性响应局部化问题。

## (3) 反问题和振动设计

反问题和振动设计是结构动力学中最活跃的研究领域,在一般失谐周期结构振动局部化问题的研究中,最近也已开始这方面的研究<sup>[79,80]</sup>,因此应重视失谐叶片-轮盘结构振动局部化反问题和振动设计方面的研究<sup>[81]</sup>,以利于发动机叶片-轮盘系统的动态设计和故障诊断。

## (4) 多种耦合形式和性质时的求解方法

在目前的研究中,叶片-轮盘扇区间的耦合大多是单自由度线性耦合,而且主要考虑的是弱耦合。但实际结构的这种耦合是非常复杂的,既有流体动力耦合,又有通过轮盘的耦合,还可能有叶冠间的间隙和摩擦耦合,而且这些复杂的耦合形式可能不再是完全的弱耦合。因此今后应注重在多种耦合形式和不同耦合程度的情况下,失谐叶片-轮盘结构系统振动局部化问题的建模和解法的研究。

## 参 考 文 献

- 1 Basu P, Griffin J H. The effect of limiting aerodynamic and structural coupling in models of mistuned bladed disk vibration. *ASME Vib Acous Stress Reliab Des*, 1986, 108: 132~139
- 2 Srinivasan A V. Vibration of bladed disk assemblies—a selected survey. *ASME Vib Acous Stress Reli Des*, 1984, 106: 165~168
- 3 Pannalker A S, et al. Turbomachinery blade dynamics—a review. *Shock and Vibration Digest*, 1990, 22: 3~9
- 4 李延辉. 叶片-轮盘耦合系统主模态局部化的分析研究. [硕士论文]. 北京: 北京航空航天大学动力系, 1993
- 5 Whitehead D S. Torsional flutter of unstalled cascade blade at zero deflection. *Aeromautical Research Council R&M*, No3429, 1964
- 6 Kaza K R V, Kielb R E. Flutter and response of a mistuned cascade in incompressible flow. *AIAA*, 1982, 20(8): 1120~1127
- 7 Kielb R E, Kaza K R V. Effects of structural coupling on mistuned cascade flutter and response. *ASME Eng Gas Turbines Power*, 1984, 106(1): 17~24
- 8 Bendiksen O O. Flutter of mistuned turbomachinery rotors. *ASME Eng Gas Turbines Power*, 1984, 106: 25~33
- 9 Whitehead D S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes. *J Mech Eng Sci*, 1966, 8(1): 15~21
- 10 Dye R C F, Henry T A. Vibration amplitudes of compressor blades resulting from scatter in natural frequencies. *ASME Eng Power*, 1969, 91: 182~188
- 11 Ewins D J. The effects of detuning upon the forced vibration of bladed discs. *J Sound Vib*, 1969, 9(1)
- 12 Ewins D J. Vibration characteristics of bladed disk assemblies. *J Mech Eng Sci*, 1973, 15(3): 165~186
- 13 Ewins D J. An experimental investigation of the forced vibration of bladed disc due to aerodynamic excitation. In: *Proc ASME Winter Annual Meeting*. New York, 1976
- 14 Ewins D J. A theoretical study of the damped forced vibration response of bladed disks. In: *Proc ASME Winter Annual Meeting*. New York, 1976
- 15 Ewins D J. Vibration modes of mistuned bladed disks. *ASME Eng Power*, 1976, 98(7): 349~355
- 16 El-Bayoumy L E, Srinivasan A V. The effect of mistuning on rotor blade vibration. *AIAA*, 1975, 13: 460~464
- 17 Srinivasan A V, Frye H M. Effect of mistuning on resonant stresses of turbine blades. In: *Proc ASME Winter Annual Meeting*. New York, 1976
- 18 Fabunmi J A. Forced vibration of a single stage axial compressor rotor. *ASME Eng Power*, 1980, 102(2): 322-329
- 19 Soglier G, Srinivasan A V. Fatigue life estimates of mistuned blades via a stochastic approach. *AIAA*, 1980, 18(1): 318~323
- 20 Griffin J H, Hoosac T M. Model development and statistical investigation of turbin blade mistuning. *ASME Vib Acous Stress Rel Des*, 1984, 106: 204~210
- 21 Afolabi D. The frequency response of mistuned bladed disk assemblies. In: *Proc of the Tenth Biennial Conf on Mech Vib and Noise*. Cincinnati, Ohio, 1985

- 22 Afolabi D. The eigenvalue spectrum of a mistuned bladed disk. In: Proc of the Tenth Biennial Conf on Mech Vib and Noise. Cincinnati, Ohio, 1985
- 23 Ewins D J, Han Z S. Resonant vibration levels of a mistuned bladed disk. *ASME Vib Acous Stress Rel Des*, 1984, 106: 211~217
- 24 Griffin J H, Sinha A. The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk assemblies. *ASME Eng Gas Turbine Power*, 1985, 107(1): 205~211
- 25 Wei S T, Pierre C. Localization phenomena in mistuned assemblies with cyclic symmetry, Part1: free vibrations. *ASME Vib Acous Stress Rel Des*, 1988, 110: 429~430
- 26 Wei S T, Pierre C. Localization phenomena in mistuned assemblies with cyclic symmetry, Part2: forced vibrations. *ASME Vib Acous Stress Rel Des*, 1988, 110: 431~449
- 27 Ottarsson G S, Pierre C. Vibration localization in mono-and bi-coupled bladed disks—a transfer matrix approach. In: Proc 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Struct Struct Dyn Mater Conf, 1993, 6: 3683~3693
- 28 Yang M T, Griffin J H. A reduced order approach for the vibration of mistuned bladed disk assemblies. *AIAA*, 1997, 119(1): 161~167
- 29 Lin C C, Mignolet M P. Effects of damping and damping mistuning on the forced vibration response of bladed disk. *J Sound Vib*, 1996, 13(2): 525~543
- 30 Lin C C, Mignolet M P. An adaptive perturbation scheme for the analysis of mistuned bladed disks. *ASME Eng Gas Turbine Power*, 1997, 119: 153~160
- 31 Rzadkowski R. The general model of free vibrations of mistuned bladed disks, part 1: theory. *J Sound Vib*, 1994, 173(3): 377~393
- 32 Rzadkowski R. The general model of free vibrations of mistuned bladed disks, part 2: numerical results. *J Sound Vib*, 1994, 173(3): 395~413
- 33 Turcotte J S, Holkamp J J, Gordon R W. Vibration of a mistuned bladed-disk assembly using structurally damped beams. *AIAA*, 1998, 36(12): 2225~2228
- 34 Xie W C, Ariaratnam S T. Vibration mode localization in disordered cyclic structures I. *J Sound Vib*, 1996, 189(5): 625~648
- 35 Xie W C, Ariaratnam S T. Vibration mode localization in disordered cyclic structures II. *J Sound Vib*, 1996, 189(5): 649~660
- 36 Irretier H, Schmidt. Mistuned bladed disks, dynamical behavior and computation. In: Proc IFToMM Int Conf on Rotordynamic Problems in Power Plants, Rome, 1982. 215~226
- 37 章永强, 王文亮. 真实盘片系统主模态局部化的分析. 复旦大学学报, 1992
- 38 胡海昌. 多自由度结构固有振动理论. 北京: 科学出版社, 1987
- 39 Castanier M P, Ottarsson G, Pierre C. A reduced order modeling technique for mistuned bladed disks. *ASME Vib Acous*, 1997, 119: 439~447
- 40 Bladh R, Castanier M P, Peirre C. Reduced order modeling and vibration analysis of mistuned bladed disk assemblies with shrouds. *ASME Eng Gas Turbine Power*, 1999, 121: 515~522
- 41 Menq C H, Griffin J H, Bielak J. The forced response of shrouded fan stages. *ASME Vib Acoustics Stress Rel Des*, 1986, 108(1): 50~55
- 42 Pierre C, Dowell E H. Localization of vibrations by structural irregularity. *J Sound Vib*, 1987, 114(3): 549~564
- 43 Ottarsson G S, Pierre C. A transfer matrix approach to free vibration localization in mistuned blade assemblies. *J Sound Vib*, 1996, 197(5): 589~618
- 44 Happawana G S, Bajaj A K, Nwokah O D I. A singular perturbation perspective on mode localization. *J Sound Vib*, 1991, 147: 361~365
- 45 Happawana G S, Bajaj A K, Nwokah O D I. On the dynamics of perturbed symmetric systems. In: Proc 13th ASME Conf Mech Vibr Noise, Miami, FL, 1991
- 46 Happawana G S, Bajaj A K, Nwokah O D I. A singular perturbation analysis of eigenvalue veering and modal sensitivity in perturbed linear periodic systems. *J Sound Vib*, 1993, 160: 225~242
- 47 Mignolet M P, Lin C C. The combined closed form-perturbation approach to the analysis of mistuned bladed disks. *J Turbomachinery*, 1993, 115: 771~780
- 48 Ottarsson G S, Pierre C. On the effects of interblade coupling on the statistics of maximum forced response amplitudes in mistuning bladed disks. In: Proc Struct Struct Dyn Mater Conf, 1995, AIAA-95-1494-CP, 3070~3080
- 49 Mignolet M P, Hu W. Direct prediction of the effects of mistuning on the forced response of bladed disks. *ASME Eng Gas Turbine Power*, 1998, 120: 626-634
- 50 Anderson P W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys Rev*, 1958, 109(5): 1492~1505
- 51 Mott N, Anderson P W. Nobel lectures in physics for 1977. *Review of Modern Physics*, 1978, 50(1): 191~208
- 52 Hodges C H. Confinement of vibration by structural irregularity. *J Sound Vib*, 1982, 82: 411~424
- 53 Huany W. Vibration of some structures with periodic random parameters. *AIAA*, 1982, 20(7): 1001~1008

- 54 Hodges C H, Woodhouse J. Vibration isolation from irregularity in a nearly periodic structure: theory and measurements. *J Acoust Society of Amer*, 1983, 74(3): 894~905
- 55 Ibrahim R A. Structural dynamics with parameter uncertainties. *AMR*, 1987, 40(3): 309~328
- 56 Li D, Benaroya H. Dynamics of periodic and near-periodic structures. *AMR*, 1992, 45(11): 447~459
- 57 Pierre C, Castanier M P, Chen W J. Wave localization in multi-coupled periodic structures: application to truss beams. *AMR*, 1996, 49(2): 65~86
- 58 Vakakis A F. Nonlinear mode localization in systems governed by partial differential equations. *AMR*, 1996, 49(2): 87~99
- 59 Photiadis D M. Fluid loaded structures with one-dimensional disorder. *AMR*, 1996, 49(2): 100~125
- 60 Weaver R. Localization, scaling, and diffuse transport of wave energy in disordered media. *AMR*, 1996, 49(2): 125~135
- 61 Pierre C, Murthy D V. Aeroelastic modal characteristics of mistuned blade assemblies: mode localization and loss of eigenstructure. *AIAA*, 1992, 30(10): 2483~2496
- 62 Mead D J. Wave propagational and natural modes in periodic system I Mono-coupled systems. *J Sound Vib*, 1975, 40(1): 1~18
- 63 Mead D J. Wave propagational and natural modes in periodic system II multi-coupled systems. *J Sound Vib*, 1975, 40(1): 19~30
- 64 Happawana G S, Nwokah O D I, Bajaj A K, Azene M. Free and forced response of mistuned linear cyclic systems: A singular perturbation approach. *J Sound Vib*, 1998, 211(5): 761~789
- 65 Mignolet M P, Hu W, Jadic I. On the forced response of harmonically and partially mistuned bladed disks, part1: harmonic mistuning. In: Proc ISROMAC-7, Hawaii USA, 1998, A: 591~601
- 66 Sinha A. Calculating the statistical of forced response of a mistuned bladed assembly. *AIAA*, 1986, 24(11): 1797~1801
- 67 Sinha A, Chen S. Probabilistic analysis of forced response of a bladed disk assembly with various mistuning distributions. *AIAA Paper 88-2399*, 1988
- 68 Sinha A, Chen S. A higher order techniques to compute the statistic of forced response of a mistuned bladed disk assembly. *J Sound Vib*, 1989, 130(2): 207~221
- 69 Wei S T, Pierre C. Statistical analysis of the forced response of mistuned cyclic assembles. *AIAA*, 1990, 28(5): 861~868
- 70 Mignolet M P, Christensen K R. Probabilistic analysis of mistuned bladed disks: a combined close form-perturbation approach. *ASME Paper 90-GT-191*, 1990
- 71 Mignolet M P, Hu W, Jadic I. On the forced response of harmonically and partially mistuned bladed disks, part2: partial mistuning and applications. In: Proc ISROMAC-7, Hawaii USA, 1998, A: 602~613
- 72 Omprakash V, Ramamurti V. Transient characteristics of a bladed disk during run up. In: 12th Biennial Conf on Mechanical Vibration and Noise, Montreal, Quebec, 1989, 249~254
- 73 Irretier H, Omprakash V. Numerical analysis of the transient response of bladed disks. In: 13th ASME Conf Mechanical Vibration and Noise, Miami, 1991
- 74 Rzadkowski R. Transient nozzle excitation of mistuned bladed disk. *J Sound Vib*, 1996, 190: 629~643
- 75 Whitehead D S. Effect of mistuning on forced vibration of blades with mechanical coupling. *J Mech Eng Sci*, 1976, 18: 306~307
- 76 Whitehead D S. The mixmum factor by which forced vibration of blades can increase due to mistuning. *ASME Eng Gas Turbines Power*, 1998, 120: 115~119
- 77 李琳. 带冠叶盘的二维子结构循环非线性力学模型及其响应特性. *航空学报*, 1999, 20(1): 58~61
- 78 Wei S T. Effect of dry friction damping on the occurrence of localized forced vibration in nearly cyclic structures. *J Sound Vib*, 1989, 129: 397~416
- 79 Langley R S. Wave transmission through one-dimensional near periodic structures: optimum and random disorder. *J Sound Vib*, 1995, 188(5): 717~743
- 80 Langley R S, et al. The optimal design of near-periodic structures to minimize vibration transmission and stress levels. *J Sound Vib*, 1997, 207(5): 627~646
- 81 Mignolet M P, Lin C C. Identification of structural parameters in mistuned bladed disks. *ASME Vib Acoustics*, 1997, 119(3): 428~438
- 82 Lin Y K. Dynamics of disordered periodic structures. *AMR*, 1996, 49(2): 57~64
- 83 Mignolet M P, Lin C C. A novel limit distribution for the analysis of randomly mistuned bladed disks. *ASME Paper 96-GT-414*, 1996

# VIBRATORY LOCALIZATION OF MISTUNED BLADED DISK ASSEMBLIES ——A REVIEW

Wang Jianjun    Li Qihan    Zhu Zigen

Dept. of Jet Propulsion, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China

**Abstract** This paper reviews the state of the art in the vibratory localization of mistuned bladed disks in the past three decades with regard to modal localization and response localization.

Blade-to-blade variations (called as mistunings) in their geometry and structural properties occur during the manufacturing process and/or as a consequence of in-service wear. Although small under certain conditions they may localize the vibratory mode and confine the response to a region near the source. Since mistunings can result in large blade-to-blade variations in the vibratory response and the high response blade may fail from high cycle fatigue, numerous studies have been published on this topic, which have provided a good insight into the effects of mistunings.

In this paper, after explaining the basic concept of vibratory localization, we review in detail the research progress in modal and response localizations of mistuned bladed-disk assemblies with regard to system models, analytical approaches and properties of localization. The paper concludes with a discussion of critical issues for the further research in the area of vibratory localization of mistuned bladed disks.

**Keywords** mistuned bladed disk, vibratory localization

## 《工程材料与结构的疲劳与断裂》杂志征文

《Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures》(FFEMS) 是疲劳与断裂领域里很有特色的国际期刊。她为科研人员和工程技术人员提供疲劳与断裂领域里最新的研究结果、设计方法和案例分析。目前,在这份国际期刊的编委会里有4位中国编委:洪友士(中科院力学所),杨卫(清华大学),吴学仁(北京航空材料研究院),高桦(上海工程技术大学)。经中国编委与FFEMS现任主编K.J. Miller教授(英国Sheffield大学)的友好协商,确定从2000年3月起,中国编委组成一个小组,负责受理中国方面的稿件。第一年度由洪友士负责,并任该刊副主编。我们欢迎在疲劳与断裂领域的科技人员向FFEMS投稿,来稿请寄:北京中关村中国科学院力学研究所洪友士(邮编100080)。

此前,杨卫和洪友士作为FFEMS的“Guess Editors”编辑出版了一期“Special Issue”(FFEMS, 1998, Vol.21, No.11)。近期,我们与FFEMS主编商议,确定再编辑一期中国作者的“Special Issue”。我们将向部分作者约稿,同时,在2000年10月1日~2001年1月31日期间内投给FFEMS的稿件也将作为“Special Issue”的候选稿件。此期“Special Issue”预期将于2002年初刊出。“Special Issue”稿件的审稿程序与往常相同。撰写稿件时,请按照FFEMS的“Instructions to authors”的要求编排,特别注意行距,图表,参考文献的规范。

(洪友士 杨 卫 吴学仁 高 桦 供稿)