# 分形在油气田开发中的应用

# 李凡华 刘慈群 宋付权

中国科学院渗流流体力学研究所,河北廊坊 065007

摘 要 分形用于测井资料分析,为油藏描述提供了新的工具,使得利用油藏数值模拟来模拟复杂 结构的油气藏变得更加便利;分形油藏上的试井分析解决了一些以前难以解释的问题;用分形来描 述裂缝和孔洞结构,提高了酸化压裂的设计水平;用分形理论来描述两相流,揭示了部分粘性指进的 触发机理.总之,分形理论在油气田开发中的应用,促进了渗流力学基础理论的发展.

关键词 分形油藏,数值模拟,试井分析,酸化压裂,粘性指进,多重分形

## 1 引 言

自 80 年代, B.B. Mandelbrot 用分形采描述非均质的多孔介质以来,分形理论在石油工业中的很多方面有了广泛的应用.首先,用分形描述油藏的孔隙度和渗透率的分布,为油藏描述提供了新方法,促进了油藏数值模拟技术的提高.这种孔隙度和渗透率具有分形分布的油藏称之为分形油藏,于是基于分形油藏的试井分析就有了许多新的研究内容.用分形来描述酸化后的孔洞结构和压裂后的裂缝,可更真实地描述地下油藏的复杂状况,促进酸化压裂技术的提高,其他诸如用分形来描述粘性指进、钻井液中的絮状物等等足以让我们认识到分形在石油工业中的影响.本文拟回顾一下近十几年来这方面的应用成果,以便对此有一个概括的认识,并在此基础上做进一步的理论研究.

2 油藏数值模拟<sup>[1~11]</sup>

油藏数值模拟就是用油藏数学模型来模拟研究油藏的各种物理性质和流体在其中的流动 规律,以便更好地认识油层,作出正确的评价,确定合理的开发方案和提高采收率的措施.油藏 数值模拟包括资料输入、灵敏度试验、历史拟合、动态预测四部分,要输入的资料包括生产井和 注入井的数据以及油藏描述数据,油藏描述数据的一部分是孔隙度和渗透率在网格块上的分布 值.具体的数值模拟过程中,由于一般的实际油藏为复杂的非均质油藏,必须首先给出每个网格 块上的预测值,在历史拟合时,不断地调整孔、渗数值,以使计算结果和实测结果一致,如果一开 始输入的数据比较准确,能真实地反映地下油藏的实际状况,则能大大节省数模的工作量,因此 寻找一种能准确描述油层状况的方法就十分必要.最近的研究表明一些非均质油藏的孔隙度和 渗透率的分布具有分形分布,这样可以根据少数几口井的测井数据或岩芯资料确定分维,利用

收稿日期: 1995-10-06,修回日期: 1997-05-20

分形插值的方法,得到较准确的油藏描述,然后结合流管模型或拟相对渗透率模型进行数值模 拟,这种方法与传统的数值模拟方法(黑油模型和组分模型)相比,省掉了历史拟合这个复杂费 时的过程,也可以处理部分生产数据缺失问题,因此具有耗时少、方法简单等优点,这对模拟经 过长时间开发的油藏更是方便、有效,值得推广使用.

## 2.1 分维的计算

随着分形理论的发展,测算多孔介质的分维的方法已有很多,如盒维数法,驱替曲线法,弦 长度度量法,小角度散射法等. Sahimi M.<sup>[29]</sup>已有很好的论述,这里只介绍根据测井资料计算 孔隙度和渗透率分维的三种方法.

(1) R/S分析

R()定义为偏离平均值的累积值:

$$R() = \min_{0 < u <} \left\{ z(t \not \Rightarrow H) f = \frac{u}{2} [z(t + 1) - z(t)] - \min_{0 < u <} \left\{ z(t + u) - z(t) - \frac{u}{2} [z(t + 1) - z(t)] \right\} \right\}$$

S()定义为标准偏差:

做进

$$S() = \int_{u=1}^{1} Z^{2}(t+u) - \left[ \frac{1}{u=1} z t + u \right]^{2} \qquad \text{Lit} = 2$$

z(t)是测井数据. 首先计算  $R(\cdot)$ 和  $S(\cdot)$ 的值, 然后绘制  $R(\cdot)/S(\cdot)$ 与 的双对数曲线图, 图 中直线段的斜率为 H,称为 Hurst 指数, 与分维 D 的关系为: D = d - H, d 为欧氏空间维数.

(2) 变异函数法

变异函数定义为

$$() = \frac{1}{2} E\{ [z(t) - z(t + )]^2 \}$$
(2.3)

E 为数学期望,计算出 ()的值,然后绘制 ()与 的双对数曲线,直线部分斜率为2H,然 后计算出分维 D.文献[9]给出了判别此方法可靠性程度的判据.

(3) 谱分析

$$F(f) = \frac{1}{N} \int_{0}^{t} z(t) \exp(2 i f t) dt$$
(2.4)

F为付氏变换,N为数据集的长度. 谱密度定义为

$$S_z(f) = N / F(f) / ^2$$
 (2.5)

fBm 和 fGn 是两个常见的随机分形模型, fBm (fractional Brownian motion) 是分数布朗运动, fGn (fractional Gaussian noise) 是分数高斯噪声. 它们的  $S_z \subseteq f$  之间关系如下:

$$S_z(f) = \frac{1}{f^{2H+1}} (fBm) \ \vec{x} \ S_z(f) = \frac{1}{f^{2H-1}} (fGn)$$
 (2.6)

求出 Hurst 指数 H 后即可得 D.

这三种方法的详细对比可参见文献[8].

· 102 ·

# 2.2 分形插值

分形插值可以近似地描述一些传统插值方法 不能很好地描述的复杂物像,如山脉的轮廓,森林 的顶部起伏曲线等,因此十分复杂的多孔介质分 布可用此方法准确地求得.有了测井数据后,用前 面的方法求出 Hurst 指数 H,再用分形插值求得两 口井所形成的断面上的孔、渗分布.具体的方法如 图 1 所示,其中的两条曲线为测井数据曲线.第一 步:确定  $Z_1$ 和  $Z_2$ 的新值,然后由  $Z_1$ 和  $Z_2$ 的新值 计算  $Z_3$ ;第二步:先确定  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ 的新值,然后 由  $Z_1$ 和  $Z_3$ 的新值计算  $Z_4$ ,由  $Z_3$ 和  $Z_2$ 的新值计 算  $Z_5$ .如此进行下去,求得所需要的全部网格点的 数据.



## 2.3 基于分形插值的油藏数值模拟

下面介绍一下基于分形插值的油藏数值模拟新方法,这两种方法都有实际的应用,效果比 较理想.

(1) 流管模型

基本的流函数方程为

$$\frac{\partial \left( \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial y} \right)}{\partial y} = 0$$
(2.7)

为流度, 为流函数.

7

对于有源和汇的情况,在式(2.7)的右边加上源汇项,然后加上相应的边界条件方程组成完整的流函数方程组.首先利用分形插值所得的断面上的数据分布进行驱替计算,求得分流和流度,然后代入流管模型,算出流管,再利用分流和流度在流管内进行驱替计算.图2是 Emanuel A. S.<sup>(1)</sup>实算的一块 CO<sub>2</sub> 驱试验区的流管.



## (2) 拟相对渗透率模型

这种方法是根据分形插值所得油藏断面上的数据分布,用传统的数值模拟器在断面上进行 驱替计算,然后计算拟相对渗透率曲线,再在面积网格上利用拟相对渗透率曲线用面积有限差 分模型进行驱替计算.以上方法都是利用二维的分形插值,形成油藏断面上的数据分

布. Yang A. P. 指出,可以利用三口井的数据求出孔隙度、渗透率在空间上的分布. 三维分形插值方法比二维方法在处理一些重要的物理机理方面要方便得多.

#### 3 分形油藏的试井分析

油气田试井是油气田开发工程中分析和研究工作的关键手段,通过对油、气、水井生产动态 的测试来研究油、气、水层和测试井的各种物理参数、生产能力,以及油、气、水层之间的连通关 系等,得到更准确的油藏描述.试井分析的具体方法是利用理论模型,根据计算结果绘制曲线图 版,把实际的生产数据绘制成曲线后和理论图版拟合,进而确定油藏的各种物性参数.



图 3 不同分维的三维裂缝网络图

所谓分形油藏指的是渗透率和孔隙度在空间中具有分形分布的油藏,由于分形油藏的这一 特点,基于分形油藏的试井分析就会有新的特征.因此,近几年分形油藏上的试井分析研究非常

活跃,一方面分形油藏的试井分析本身在理论上 有许多新的内容可做,另一方面用这一新的模型 来解释传统的方法无法解释的一些实际问题,以 便对油藏有更深入的认识.另外,Acuna J. A.<sup>(187</sup> 利用数值重构的方法可以根据需要构造出不同分 维的分形油藏模型,图 3 为其构造的分维分别为 2.78(a),2.65(b),2.47(c)的自然裂缝油藏.无疑 此方法为研究油气藏的特征提供了新的工具.下 面综述一下基于分形油藏的试井分析的新结果.

# 3.1 分形油藏上的试井分析<sup>[15~17]</sup>

Chang J. 开创了分形油藏上的试井分析研究 (单井). 图 4 是一自然裂缝分形油藏示意图. 根据 O shaughnessy B. et al.<sup>(13,14)</sup>的分形上的扩散理



图 4 自然裂缝分形油藏示意图

· 104 ·

维

再透率 
$$\phi($$
在面  $\phi_0 \begin{pmatrix} r & * \\ r_0 \end{pmatrix}$  (3.1)  
分形油藏中的渗透率分布<sup>/16/</sup>

 $k(r) = k_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^k$ 

其中孔隙度谱指数  $\phi = D - d$ ,渗透率谱指数 k = D - d - D, D 是分维, d 是分形所嵌入的 基质的欧氏维数,谱指数 =  $\phi - k$ .

根据分形油藏的特征,可以导出分形油藏的广义对流扩散方程

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{k+1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = r_D e^{-k} \frac{\partial P_D}{\partial t_D}$$
(3.3)

其中

$$P_{D} = \frac{(P_{i} - P) A V_{s} m r_{w}^{k}}{Q \mu} \qquad t_{D} = \frac{tm}{c_{t} \mu r_{w}^{\phi^{-} k^{+}2}} \qquad r_{D} = \frac{r}{r_{w}}$$

式中, A 为密度参数,  $c_t$  为压缩系数, m 为裂缝网络参数, P 为油藏压力,  $P_i$  为油藏初始压力, Q 为体积流率,  $r_w$  为某点到井中心的距离, r 为井半径, t 为时间,  $V_s$  为某一点处的孔体积,  $\mu$ 为粘度.

初始条件:

$$P_D / t_p = 0 \tag{3.4}$$

再根据不同的外边界条件和内边界条件,可以讨论方程(3.3)的解的性质,研究分形油藏的 压力动态特征.这个模型是分形油藏上的试井分析的基本模型,在此基础上,作者最近分别求得 了无限大外边界条件和有限外边界条件下,考虑井筒存储和表皮效应的内边界条件时的解,并 讨论了其性质.结果表明,在时间比较大时,分维对无因次井底压力 *PW<sub>D</sub>*的影响很大.无限大 油藏的无因次井底压力 *PW<sub>D</sub>*和 *t<sub>D</sub>*的双对数曲线上出现的直线段斜率为 1 - (2 + *q*)/(*q* - *k* +2),对封闭边界的油藏,无因次井底压力曲线出现上翘后的直线段的斜率为 1.另外还研究了 双层分形油藏的双孔(裂缝和基质)分形油藏的压力动态特征.

# 3.2 分形油藏上的干扰试井分析

Salis Aprilian<sup>(19)</sup>等人推广了 Chang J. 的模型,用井间距代替其中的 r<sub>D</sub>,用于 Kamojang (Indonesia) 地热矿的干扰试井的解释工作,通过拟合的办法,利用所得的图版曲线,求得了地层的 传导率,储存系数等,并反求了矿藏的分维. Acuna J. A. <sup>(18)</sup>用分形油藏的试井分析模型研究了 实际油藏中的一口井和 Geysers 地热矿的两口井,分别求得了矿藏的分维,这些成功的实际应 用,说明了分形油藏上的试井分析研究是很有意义的.

# 3.3 垂直裂缝井的试井分析<sup>[17]</sup>

Beier R. A. 的模型基于一个无限大非均质的分形油藏,具有一口无限导流垂直裂缝井,它 很好地解释了均质油藏垂直裂缝井无法拟合试井资料的问题,结论认为等流量解是无限导流解 的很好的近似.在早期和晚期,等流量解的结果是正确的,在转型期则很好地逼近无限导流解, 另外结论认为等效井筒半径为裂缝半长,不同于均质油藏中为裂缝半长的一半.

# 3.4 分形油藏上的非牛顿幂律流试井分析<sup>[20]</sup>

作者在 Chang J. 模型基础上,根据非牛顿幂律流的特性,得幂律流指数为 n 的非牛顿弱压 缩液体的粘度公式: 代入(3.3)式结合初始条件和边界条件可得分形油藏上的非牛顿幂律流的试井分析模型, 进而可以分析其压力动态特征,这些新内容极大地丰富了试井分析理论.

4 酸化压裂<sup>[21~24]</sup>

随着水平井在低渗透油气藏中的利用,酸化压裂这一增采技术在石油工业中又出现了新的 热潮,能够更准确地描述地下的实际状况,这对了解孔结构和裂缝的形成机理和进一步改善设 计方案都有着实际意义.

4.1 酸化

4.1.1 描述酸化后的孔结构的 PDF 模型 (Permeability Driven FingeringModel)<sup>[23]</sup>

酸化增产处理是为了解除井底附近地层的堵塞,为了改善酸化效果,必须准确地描述酸化 后的复杂的孔结构,为此在 DBM 模型(Dielectric Breakdown Model)的基础上提出了 PDF 模型. DBM 与 DLA 的不同之处在于它的分形生长是由分形体表面的梯度决定的,在 PDF 模型中,不 稳定生长是由于酸化后的孔结构(分形体)与基质中不同的渗透率引起的.假定分形体表面上的 势函数  $\phi=1$ ,外边界上  $\phi=0$ ,则势函数满足:

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = (k \cdot \nabla \phi)$$

对上式离散化后,可用 SOR 算法求解,然后构造出孔结构.图 5 是一个根据 PDF 模型构造的多孔结构示意图.



图 5 根据 PDF 模型构造的分形孔结构

4.1.2 酸化技术参数的分形描述

(1)等效水力半径和表皮系数

井底酸化处理后,相当于井筒半径增大了, Kurmayr M.<sup>[22]</sup>利用分形理论求得的等效水力 半径为

$$r_{eq} = \left( r_{w}^{D} + \frac{v c M}{cL (1 - \phi)} \right)^{1/D} \hbar$$
 (4.2)

反映地层伤害程度的表皮系数为

· 106 ·

2

(4.1)

$$S = \frac{k}{k_s} \ln \frac{r_s}{r_{eq}} - \ln \frac{r_s}{r_w}$$
(4.3)

其中,c为常量,c为酸浓度,D为分维,k,为酸化影响带的渗透率,L为酸化处理的地层厚度, M为溶解的岩石分子重,v为注入的酸液体积,r、为酸化影响带的半径, $r_{e}$ 为井筒半径,为 反应效率, $\phi$ 为孔隙度,为溶解的岩石矿物密度,

对于水平井.受酸化影响的是一个被水平和垂直方向上的渗透率影响的椭圆体,类似的结 果可见文献[22].

(2)影响最优注入量的参数

Frick T. P. <sup>[24]</sup>通过室内(岩芯)实验,分别求得了酸液浓度、温度、渗透率与等效水力半径 之间的数学关系式,结论表明在给定的实验条件下,存在一个最有效的酸液注入速率,另外还给 出了径向酸化实验和线性实验的注入速率关系式:

$$I_{\rm rad} = I_{\rm lin} \frac{2 r_w L}{R_{\rm lin}^2}$$

$$(4.4)$$

其中,I为酸液注入速率,L为径向实验岩芯的长度, $R_{in}$ 为线性实验岩芯的半径.

 $F = 2 V_s \left( \begin{array}{c} 1 & D - 1 \\ r & 1 \end{array} \right)$ 

 $K^2 = \frac{E}{1 - 2} F$ 

 $P = i \cdot + j \cdot K$ 

4.2 压裂

水力压裂裂缝的精确描述至关重要 、它影响着压裂方案的设计 、这种复杂的极不规则的裂 缝可用分形来很好地描述. 设其分维为 D, 屈展<sup>[21]</sup>得到了分形效下的裂缝临界扩展力

$$F = 2V_s \left( \frac{1}{r} \right)^{D-1}$$
(4.5)  
其中, V\_s 是单位宏观量变的面积表面能, r 为相似比.  
推广后的断裂韧度为  
 $K^2 = \frac{E}{1 - 2}F$ (4.6)  
其中, E 为材料的杨氏模量,为材料的波松比.  
推广后的地层破裂压力为:  
 $P = i \cdot + j \cdot K$ (4.7)  
其中, i, j 分别为井眼影响系数和压裂液影响系数,为地

图 6 水力压裂地层破裂模型

有了准确的地层破裂压力,才有可能更好地进行下一步的压裂设计.

5 两相流模型和粘性指进<sup>[25~29]</sup>

层的最小有效水平主应力.

推广后的断裂韧度为

推广后的地层破裂压力为:

两相流中,达西定律为

$$V = -\frac{k}{\mu} P \tag{5.1}$$

对不可压缩流体有  $\cdot V = 0$ .即

$$\nabla^2 P = 0 \tag{5.2}$$

在 DLA 模型中,P 用来表示粒子在 t 时刻 r 处的概率,P(r,t) 满足上述两个方程,并可有 与两相流中相同的初始条件和边界条件 ,故可用 DLA 模型来描述两相流. 我们知道毛管数在两 相流中是个重要的概念 .在大毛管数时可用 DLA 模型来描述多孔介质中的两相流 .在小毛管数 时用渗滤模型来描述,近几年这两类模型分别有所发展,描述混相驱(大毛管数时)的不连续模 型有: (1)有限扩散聚集模型(DLA), (2)电介质击穿模型, (3)梯度控制生长模型, (4)两行走

· 107 ·

者模型,(5)含弥散效应的确定性模型,(6)含弥散效应的概率模型.描述非混相驱(小毛管数 时)的模型有:(1)随机渗滤模型,(2)随机键渗滤模型,(3)侵入渗滤模型,(4)含捕集效应的渗滤 模型.

虽然这些模型可以解释一些微观的物理现象,揭示微观模型中的粘性指进的触发机制,但 尚不能准确地阐明油藏级粘性指进的形成过程.最近朱九成<sup>(41)</sup>利用分形理论和重整化群的方 法对这一问题进行研究,认为油藏级的粘性指进具有分形特征,岩石孔隙结构(孔隙级尺度、沉 积微相尺度、沉积相尺度)的非均质性是触发指进的最基本因素.另外,流体性质、驱替速度及随 机因素也有一定的作用.由于宏观渗流的复杂性,如何利用描述两相流的模型来揭示油藏级的 粘性指进的规律尚待进一步的探索.

6 多重分形及其它<sup>[33~39]</sup>

#### 6.1 多重分形

对于油藏的非均质性或许用多重分形来描述更合适一些,因为多重分形的构造过程是一个 增殖过程,和随机行走模型相比,可以通过调整不同方向上的参数,得到所要求的非均质性,而 随机行走模型调参不容易.

下面介绍一下多重分形理论中几个参数间的关系

$$f() = q \cdot (q) - D_q \cdot (q - 1), \quad (q) = \frac{d(q)}{dq} D(q) = \frac{(q)}{q - 1}$$
 (7.1)

其中,f()为谱指数, (q)为 q阶矩的标度指数,q为指数, $D_q$ 为维数.

Antoine Saucier 等人用多重分形来处理测井数据(微电阻率分布),来鉴别用常规方法无法 分辨的地层. Belfield W. C.等人认为油藏中的断层分布是一种分形,并利用多重分形的方法, 根据已知的断层来模拟出整个油藏的断层分布,这对水平井钻井很有意义.

#### 6.2 其它方面的应用

分形理论在油气田开发工程中的其它方面应用也很多,如 Huang Hening 用分形来描述钻 井液中的絮状物,给出了一个絮状物形成的速度模型. Brett J. F. 等人认为美国的油气藏分布 是一个分形结构,并得到一个很有意思的结论:如果其分维大于1的话,则小油田的油藏储量 大于大油田的储量;分维小于1,则结论相反.

### 7 结论与展望

(1)由于分形插值对许多经典插值方法难以准确、有效描述的自然物体可以近似地描述,故可用少数几口井的岩芯资料和测井 数据得出较准确的井井断面或油藏空间上的孔隙度、渗透率分布,结合流管模型和相对渗透率模型,组成新的油藏数值模拟模型.

(2)常规试井分析模型有时难以解释比较复杂的油藏试井结果,基于用分形来描述复杂的 非均质或裂缝油藏,提出了分形油藏上的试井分析方法,解决了一些实际问题,并得出了许多有 意义的结果.

(3)用分形来精确地描述酸化压裂后的孔洞和裂缝结构,为提高酸化压裂的设计水平打下了基础.

(4)从理论上说明了 DLA 与两相流中粘性指进的相似性,这为用计算机描述粘性指进,进 行数字实验提供了保障.另外,利用多重分形的数值重构来构造复杂的多孔介质,开辟了计算机 在油气田开发工程中应用的新方向.从用分形来研究大分子的聚合物到描述钻井液中的絮状物

· 108 ·

等,分形几何为石油工业的发展提供了一个强有力的数学工具.

我们认为除了以上的专题有待深入的研究外,分形油藏上的水平井试井分析、有限导流的 垂直裂缝井试井分析,油藏级的粘性指进的分形描述都将是进一步的研究热点,渗流力学的基 础理论研究会有新的突破.

# 参考文献

- 1 Emanuel A S, et al. Reservoir performance prediction methods based on fractal geostatistics. SPE16971, 1989
- 2 Sanker V, et al. A simplified modeling study of Vickers East waterflood project in Inglewood field. SPE17428, 1988
- 3 Hewett T A, et al. Conditional simulation of reservoir heterogeneity with fractals. SPE18326, 1990
- 4 Mathews J L, et al. Fractal methods improved Mitsue miscible predictions. SPE18327, 1989
- 5 DIJullo S S. North Vickers East waterflood performance prediction with fractal geostatistics. SPE21897, 1993
- 6 Yang A P. A geostatistical interpolation method from only two or three wells. SPE22346, 1992
- 7 Beier R A, et al. Comparison of 2D and 3D fractal distributions in reservoir simulations. SPE25236, 1993
- 8 Gray T A, et al. Pitfalls in the fractal analysis of reservoir property data. SPE26421, 1993
- 9 Impey M D, Grindrod P. Application of fractal geometry to geological site characterization. Fractals, 1995
- 10 Aharony A, et al. Effective renormalization group algorithm for transport in oil reservoirs. Phys. A, 1991, 177
- Poon D C, et al. The application of fractal geostatistics to oil gas property evaluation and reserve estimates. JCPT. 1985, 32 (10)
- 12 Heber CL, et al. Transient pressure analysis for fractured wells. SPE7490, 1978
- 13 O'shaughnessy B, et al. Analytical solutions for diffusion on fractal objects. Phys. Rev. Lett. 1985, 54(5)
- 14 O'shaughnessy B, et al. Diffusion on fractals. Phys. Rev. A. 1985, 32(5)
- 15 Chang J, et al. Pressure-transient analysis of fractal reservoirs. SPE18170, 1990
- 16 刘慈群.分形油藏压力动态特征.第五届全国流体力学会议论文集.北京:1995
- 17 Beier R A. Pressure transient model of a vertically fractured well in a fractal reservoir. SPE20582, 1990
- 18 Acuna J A, et al. Practical application of naturally fractured reservoirs. SPE24705, 1992
- 19 Aprilian S, et al. Application of fractal reservoir model for interference test analysis in Kamojang geothermal field (Indonesia). SPE26465, 1993
- 20 李凡华,刘慈群.分形油藏的试井分析.石油勘探与开发,1997
- 21 屈展.水力压裂裂缝的分形描述.石油学报,1993,14(4)
- 22 Kurmayr M, et al. An improved modeling of fractal patterns in matrix acidizing and their impact on well performance. SPE23789, 1992
- 23 Pichler T, et al. Stochastic modeling of wormhole growth in carbonate acidizing with biased randomness. SPE25004, 1994
- 24 Frick T P, et al. Analysis of radial core experiments for hydrochloric acid interaction with limestones. SPE27402. 1994
- 25 Nittmann J, et al. fractal qrowth of viscous fingers: quantitive characterization of a fluid instability phenomemon. *Nature*. 1985, 314(14)
- 26 Malay KJ, et al. Viscous fingering fractal in porous media. Phys. Rev. Lett. 1985, 55(24)
- 27 Peters EJ, et al. The fractal nature of viscous fingering in porous media. SPE20491, 1990
- 28 Ferer M V, et al. The fractal of viscous fingering: saturation profiles and fractional flow from modeling of miscible, two-component flows in two-dimensional pore level models. SPE25270, 1993.
- 29 Sahimi M. Flow phenomena in rocks: from continuum models to fractals, percolation, cellular automata and simulated-annealing. Rev. of Modern Phys, 1993, 65(4)
- 30 Wolfram S. Theory and applications of cellular automata. World Scientific. Singapore, 1986
- 31 Doolen G. Poceedings of NATO advanced research workshop on lattice gas method for PDE s: theory, application and hardware. *Phys. D*, 1991, 47
- 32 Boon J P. Proceedings of advanced research workshop on lattice gas automata theory, implemention and simulation. J. Stat. Phys., 1992, 68(3/4)
- 33 Lenormand R, et al. Use of multifractal approach for multiphase flow in heterogeneous porous media: coparsion with CT-Scan-

· 109 ·

ning experiment, SPE204751, 1990

- 34 Belfield W C. Simulation of subseismic fault using fractal and multifractal geometry. SPE24751, 1992
- 35 Saucier A, et al. Characterization of porous media with geometrical multifractals. Fractal, 1993, 1(4)
- 36 Saucier A, et al. Use of multifractal analysis in the characterization of geological formations. Fractal, 1993, 1 (3)
- 37 Brett J F, et al. The evidence for and implication of a fractal distribution of petroleum reserves. SPE25826, 1993
- 38 何光明,高如增.分形理论在裂缝预测中的尝试.石油物探,1993,32(2)
- 39 Huang H. Porosity-size relationship of drilling mud flocs: fractal structure. Clays and Clay Minerals. 1993, 41(3)
- 40 曾文曲,王向阳.分形理论与分形的计算机模拟.沈阳:东北大学出版社.1993
- 41 朱九成等.油藏非混相指进发育机理与分形特征.石油科技进展.石油大学出版社,1995

# APPLICATION OF FRACTAL IN PETROLEUM ENGINEERING

Li Fanhua Liu Ciqun Song Fuquan Institute of Porous Flow and Fluid Mechanics , Langfang , Hebei 065007

**Abstract** The fractal used in analysis of well test data has provided a new tool of reservoir description, which makes it easy to simulate complex reservoir by numerical simulator; fractal can be used to solved some difficult questions in transient-pressure analysis; when used to describe fracture and pore it can improve the technique of matrix acidizing and hydraulic fracturing; more information about fingering may be revealed by using fractal to describe multiphase flow. In brief, the development of the basic theory of porous and fluid mechanics has been much helped by using fractal.

**Keywords** fractal reservoirs, numerical simulation, transient-pressure analysis, matrix acidizing and hydraulic fracturing, fingering, multifractal