

金属材料疲劳损伤的宏细观理论*

马 骏 孙 燕

哈尔滨工业大学航天工程与力学系，哈尔滨 150001

摘要 工程结构的疲劳损伤发展过程经历了由初始缺陷的形成、裂纹的稳态扩展直到最后失效的不同发展阶段，通常疲劳损伤的演化可以概括为以下几个阶段：(1) 亚结构和微观结构的变化引起永久损伤的形成，产生微观裂纹；(2) 微观缺陷的长大会合形成主裂纹；(3) 主裂纹稳态扩展；(4) 结构失稳或完全失效。首先论述了疲劳裂纹扩展的物理机制，并从细观和宏观两个方面总结了处理疲劳裂纹问题的最新研究成果，对位错力学在处理短裂纹扩展问题中的应用，以及无位错区 (DFZ) 在疲劳裂纹扩展中的作用进行了较详细讨论。

关键词 损伤，疲劳裂纹，裂纹扩展，疲劳寿命，短裂纹

1 引 言

疲劳失效是发生在机械工程领域中的一类十分普遍的物理现象，它的基本特征表现为材料在低于其静强度极限的交变应力或应变的持续作用下，萌生多种类型的内部缺陷（如位错、滑移带、孔洞、微裂纹等），并逐渐演化成为宏观裂纹，以及由于裂纹扩展而最终导致结构破坏的过程。进入高科技时代以来，由于现代工业生产日益向高速、高温与高强度载荷的方向发展，疲劳问题也越来越突出。工程应用中的许多关键设备，如压力容器、管道、各种旋转机械以及一些核燃烧元件等，都不同程度地受到疲劳失效的威胁。疲劳失效问题已成为许多工程领域中关系到结构的使用安全性与经济性的一个重要因素，而疲劳分析也就成了人们所关注的一个重要课题。

2 疲劳破坏的物理过程

大量的实验观察表明^[1]，对于名义上无缺陷（无缺口）的金属和合金等工业材料，疲劳微裂纹总是在自由表面处形成。对于工程材料，直接的实验观察表明有三类形核位置：

- (1) 驻留滑移带：这是最普遍的一种形核方式，它的特点是晶粒内部滑移的集中。
- (2) 晶界：对于高应变疲劳，尤其是高温条件下。
- (3) 表面夹杂：对于含有足够大的夹杂颗粒的合金材料。

它们的共同特点是表面或近表面处局部塑性应变的集中。而在驻留滑移带 (PSB) 处形成微裂纹则是最普遍，也是最基本的一种疲劳裂纹的形核方式。这是由于循环滑移过程同样可以在

收稿日期：2000-06-18，修回日期：2002-06-24

* 国家重点基础研究专项经费 (G1998020321)、黑龙江省自然科学基金及哈尔滨工业大学校基金资助项目

晶界^[2]或表面夹杂处形成驻留滑移带并引起疲劳裂纹形核。PSB 和基体间的界面是一个不连续面，在此面的两侧位错密度和分布会有个突变。PSB 中的应变分布也是极不均匀的，局部集中在 PSB 基体界面部位上。因此可以想象，这些界面可能成为疲劳裂纹萌生的有利地点。典型的驻留滑移带形成初期的位错结构与宏观循环硬化或软化达到饱和阶段的位错结构相同，可以在 PSBs 内检测到最初形成的微裂纹。绝大部分的疲劳微裂纹通常是在疲劳总寿命最初的 20%~40% 阶段形成的。进一步的发展过程具有高度的选择性，只有一部分微裂纹继续长大，而且，实际上不再有新的微裂纹形核。整个形核阶段是在整体力学性能达到饱和后发生的，在这一阶段，材料内部的位错运动是可逆的，而疲劳滑移带的强化和微裂纹的形成表明在表面层的位错运动是不可逆的。对于工程结构的疲劳破坏，由于各种表面缺陷的存在，疲劳微裂纹的形核阶段可以忽略不计，而疲劳裂纹的扩展大致可以划分为 3 个阶段^[1,3]，即第 I 阶段的晶体学扩展，第 II 阶段非晶体学扩展，在这之间还有一个转变阶段。

在第 I 阶段扩展，材料的滑移特性和显微组织特征尺度、应力水平及近尖端塑性区尺寸对疲劳裂纹扩展的微观模式有强烈影响。对于延性固体，可以把循环载荷引起的裂纹扩展想象为在裂纹尖端近旁的滑移带内发生急剧局部变形的过程，该过程可通过剪切脱粘而形成新裂纹面。当裂纹和裂纹尖端塑性变形区只局限在几个晶粒直径范围内时，裂纹主要沿主滑移系方向以纯剪切方式扩展^[4]。在这一阶段，微裂纹可以弥散地分布和发展，单位面积上的裂纹数随循环周次增加而增加，当微裂纹密度达到一临界值时将发生裂纹的汇合扩展^[5~7]。

当应力强度范围较高时，裂纹尖端塑性区跨越多个晶粒，这时裂纹扩展沿两个滑移系统同时或交替进行。第 II 阶段扩展导致形成垂直于远场拉伸轴方向的平面（I 型）裂纹路径。单晶从第 I 阶段扩展转变为第 II 阶段扩展时，形成位错胞结构，同时裂纹尖端的 PSB 消失。第 I 阶段疲劳断口为锯齿形，或呈现解理小平面，而许多工程合金的第 II 阶段裂纹扩展产生疲劳辉纹。此外，在高 ΔK 的条件下可以看到“静断裂模式”中微孔洞聚集和晶间破坏等现象，在低 ΔK 的条件下可以看到解理小平面或裂纹的晶体学扩展^[4]。第 I 阶段裂纹沿滑移带扩展是由剪切应力分量控制的，而第 II 阶段的非晶体学扩展是由正应力分量控制的。对于尖锐缺口或预制裂纹的试样，第 I 阶段扩展可以忽略，整个疲劳裂纹扩展都是第 II 阶段阶段型的。在高应力低周疲劳条件下，II 阶段扩展占主导地位；在低应力高周疲劳的情况下，I 阶段扩展占主导地位^[8]。

发生第 I - 第 II 阶段转变时的裂纹长度主要取决于材料性质和应力幅值，但很少超过十分之几毫米^[1]。一般来说，较低的应力幅对应较高的裂纹转变长度，在单晶体中可以通过增加和降低应力幅控制裂纹在任意长度时发生转变^[9]。这一阶段裂纹同时沿径向和切向扩展跨过多个具有不同尺寸和晶体学取向的晶粒，因而具有三维形貌^[3]。裂纹通常是沿着相邻晶粒中不同取向的滑移带向前扩展，同时发生裂纹之间的相互汇合而形成若干条“主裂纹”（dominant crack），“主裂纹”的进一步扩展进入第 II 阶段。这一阶段连同第 I 阶段扩展以往通常被称为“裂纹形成阶段”（initiation）。这两个阶段合起来消耗了疲劳寿命的大部分，因而也是裂纹扩展问题的关键所在。Miller^[3,10] 将疲劳裂纹分为三类：微结构短裂纹（第 I 阶段）；物理短裂纹（第 II 阶段）；长裂纹（第 II 阶段）。

关于疲劳裂纹的扩展机理，有一点是十分重要的，就是裂纹近尖端小范围屈服区在交变应力作用下的硬化现象，这种局部的硬化过程实际上是局部材料性能劣化的过程，将最终导致断裂的发生。关于疲劳硬化、硬化饱和现象及 PSB 形成的定性解释如下^[11]：从疲劳开始便有松散的位错偶环堆形成，随后逐渐出现位错纹理结构，直到纹理结构的明显细化，这种疲劳硬化现象的加剧，除了象 P-N 力、割阶拖拽力、点缺陷硬化力以及杂质阻力等这些不受形变方向影响的力外，还有所谓的反向阻力，这种反向阻力可能产生于位错偶环堆的理想 Taylor 点阵结构经

过局部滑移产生的极化现象。反向阻力每半周循环改变符号，因此与 Bauschinger 效应有关。关于纹理结构细化的定量估计可参见 K-W-L 模型^[12] 以及后来 Brown^[13,14] 提出的一种具体的细化机制。

3 疲劳损伤的宏细观描述方法

由于疲劳破坏过程实际上是疲劳裂纹萌生发展，最终导致结构失效的过程，本节内容着重在疲劳裂纹问题。对这一问题的研究是疲劳破坏分析中的首要问题，这方面的研究成果也是极为丰富的，每种方法处理问题的角度各不相同，各有特点，各有不同的适用范围，本节只总结了一些有代表性的工作。目前，处理疲劳损伤问题的方法大致可以分成两大类：(1) 从疲劳裂纹发展的物理机制入手，抽象出力学模型，直接求解疲劳裂纹的扩展速率，通过对裂纹扩展速率进行积分便可得到疲劳寿命；(2) 忽略疲劳裂纹发展过程中的细节，用相应的宏观物理量与形成宏观裂纹（对应于结构失效的裂纹尺寸）时的载荷循环次数建立关系。

从裂纹的角度研究疲劳损伤演化过程，主要依赖于对疲劳裂纹扩展速率的描述。对于长裂纹，Paris 公式已经取得了一定的成功，由于公式形式简洁，应用方便，在工程领域取得了比较广泛的应用。Paris 公式经过修正可以考虑平均应力的影响。而对于长度相当于材料细观组织单元尺度的小裂纹或者长度虽然大于细观组织尺度但其受力条件仍超出线弹性力学 (LEFM) 所适用的限度时，疲劳裂纹扩展行为不再遵循 Paris 律。短裂纹问题实质上是由于不能唯一地用断裂力学参数来描述具有各种不同尺寸的疲劳裂纹的扩展而出现的。文献 [4] 归纳了使线弹性断裂力学相似性概念失效的几种机制。目前，这方面的理论模型大致有以下几种。

3.1 微结构断裂力学 (MFM) 方法^[10]

在短裂纹的初始扩展阶段（第 I 阶段），裂纹扩展速率往往随裂纹长度增长而降低，这一特点显然与材料细观组织单元对裂纹扩展的障碍作用有关。其次，裂纹扩展速率也受到周期性载荷条件和材料基本力学性能的影响。鉴于此，Hobson 等^[15] 提出

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dN} = f \left(\frac{\Delta\sigma}{k}, \frac{E}{k}, n, \frac{\sigma_y}{k}, \frac{d-a}{k} \right) \quad (1)$$

其中 $\Delta\sigma = k\Delta\varepsilon_p^n$ ，对于确定的材料和载荷条件，裂纹扩展速率只是裂纹长度和材料细观组织单元尺度 d 的函数，上式可写为

$$\frac{da}{dN} = C a^\alpha (d-a)^{1-\alpha} \quad (2)$$

式中

$$C = C \left(\frac{\Delta\sigma}{k}, \frac{E}{k}, n, \frac{\sigma_y}{k} \right) \quad (3)$$

E 是杨氏模量， σ_y 是屈服应力，对于给定的材料和载荷条件， C 和 α 是常数。对于结构钢， d 为铁素体的平均长度或铁素体晶粒的平均直径。实际工作中， d 由短裂纹扩展速率的最低点确定。

另一个描述微结构短裂纹扩展特性的关系式是由 Miller 等^[16] 提出的，即

$$\frac{da}{dN} = A (\Delta\gamma)^\alpha (d-a) \quad (4)$$

式中 $\Delta\gamma$ 是剪应变幅， A 和 α 是材料常数。与前式略有不同的是式 (4) 中将载荷因素 $\Delta\gamma$ 作为变量，而不是常数。

在 $0 < a < d$ 范围内, 疲劳短裂纹的扩展速率随裂纹长度的增加而降低. 当 $a = d$ 时, $\frac{da}{dN} = 0$, 即为疲劳极限条件.

3.2 线弹性断裂力学修正方法

线弹性断裂力学方法以单一的载荷因素确定疲劳裂纹的扩展速率, 这显然不能准确描述交变载荷下的疲劳裂纹扩展行为, 有效应力强度因子概念的提出使这一方法能够处理诸如闭合效应、过载效应等许多影响裂纹扩展行为的问题. Lang 和 Huang^[17] 提出的 ΔK_{eff} 计算公式如下

$$\Delta K_{\text{eff}} = (K_{\max} - K_{\text{PR}}) - \Delta K_{\text{th,eff}} \quad (5)$$

K_{PR} 为裂纹扩展所需的应力强度因子

$$K_{\text{PR}} = f(R_{\text{tip}})K_{\max} \quad (6)$$

$$R_{\text{tip}} = \frac{K_w}{K_{\max}} \quad (7)$$

如果没有闭合效应, R_{tip} 就是外加应力的应力比 R ; K_w 是由于裂尖尾区楔子作用而修正的应力强度因子的最小值^[18]; $K_w \geq K_{\min}$; 关于 ΔK_{eff} 的详细论述可参见文献 [18]. $\Delta K_{\text{th,eff}}$ 是描述在任意载荷下使裂纹不能持续扩展的最大应力强度因子幅值的材料性质参数^[18]. 统一的裂纹扩展速率表达式如下

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{\text{eff}})^m \quad (8)$$

有效应力强度因子的概念发展了线弹性断裂力学方法, 使这一方法得以广泛应用, 至今这一方法仍是工程领域应用最广泛的方法之一. 但是, 这类方法采用的参数基本上是远场整体量, 用来描述疲劳裂纹近顶端狭小范围内损伤演化行为仍然缺乏物理基础. 而且, 用单一的断裂力学参数也难以考虑多轴载荷的作用.

3.3 弹塑性断裂力学的方法

Dowling^[19] 最早提出用循环 J 积分来度量弹塑性疲劳裂纹扩展的驱动力. 基于低周疲劳与塑性变形能的关系, 用循环 J 积分 ΔJ 来表征疲劳短裂纹扩展速率

$$\frac{da}{dN} = C_J (\Delta J)^{m_J} \quad (9)$$

式中 C_J 和 m_J 是可通过中心穿透裂纹试验获得的材料常数. 后来, Hoshide 等^[20,21] 进行了修正, 考虑了裂纹形状、载荷类型及闭合效应等. 采用这种方法进行处理, 疲劳长短裂纹扩展速率之间有着较好的一致性, 然而循环 J 积分的概念违背了 J 积分的基本假设.

3.4 位错模型

在过去的几十年中, 断裂力学方法在描述疲劳裂纹扩展中得到了比较广泛的应用. 然而, 对裂纹尖端附近的应力场和应变场的断裂力学描述过于简化, 不能真实地反映裂纹扩展的物理过程, 难以得到进一步的结果, 这也正是人们为什么对扩展裂纹尖端附近微结构变化的研究产生浓厚兴趣的原因. 由于疲劳裂纹扩展过程中, 裂尖附近的变形和损伤具有高度局部化的特征, 显然断裂力学方法此时是完全不适用的, 而弹塑性断裂力学由于其均匀连续性假设, 也与实际情况相差甚远. 这使得位错力学成为处理短裂纹问题的一个非常有效的工具. 位错模型(包括连续位错模型和离散位错的计算模型)可以更精细地描述疲劳裂纹尖端附近材料在交变载荷作用

下损伤演化行为，随着实验观察和计算手段的加强，位错模型（尤其是离散位错的计算模型）最近几年发展很快。

疲劳裂纹第Ⅰ阶段扩展的细观机制还不十分清楚，这方面的实验结果也相对较少。现有理论一般认为裂纹尖端的损伤累积达到临界值时裂纹扩展，并且累积损伤与裂尖累积塑性应变成正比。

Rios 等^[22]曾提出，短裂纹的扩展速率与其裂尖的塑性位移成正比，得到

$$\frac{da}{dN} = f \cdot (2\pi ad)^{1/2} \left[1 - \frac{B(d-x)}{d} \right]^3 \frac{\tau}{\mu} \quad (10)$$

式中 f 是滑移带中对裂纹延伸起作用的位错比例， a 是裂纹长度， d 是起障碍作用的细观组织特征尺度， x 是裂尖至障碍物的距离 ($0 < x < d$)， τ 是作用于滑移带的剪应力， μ 是剪切模量， B 是依赖于相邻晶粒取向的参数。

Tanaka 等^[23]在 BCS(bilby-cottrell-swinden) 连续位错模型^[24]的基础上，提出了一个裂纹扩展与晶界相互作用的模型 (BSB 模型)。第Ⅰ、Ⅱ阶段型扩展裂纹尖端发射位错滑移，并与晶界交互作用，随着载荷的增加，滑移带的状态随之改变。Tanaka^[23]假定裂纹扩展速率是由裂尖发射位错的数量控制的，即裂尖滑移位移幅值 $\Delta CTSD$ 。对于小范围屈服 (SSY) 情况，Otsuka 等^[25]给出了下述一般关系式

$$\frac{da}{dN} = B(\Delta CTSD)^m \quad (11)$$

式中 $m \geq 1$ 。可见裂纹扩展速率是 $\Delta CTSD$ 的单调递增函数。BSB 模型没有反映出交变载荷的作用及裂纹尖端损伤逐渐发展的过程。

Navarro 和 Rios 等^[26~29]在 BCS 模型的基础上发展了描述短裂纹行为的模型 (N-R 模型)。他们采用了与 BCS 模型相似的分析方法，以连续分布的位错来代替裂纹和塑性区。他们针对短裂纹初始扩展在晶界处受阻的物理背景，认为在塑性区端点即晶界处位错运动受阻而塞积，通过求解系统平衡的积分方程可得塑性区位错密度分布函数 $f(x)$ 。认为裂纹的扩展速率与裂尖的塑性位移 ϕ 成正比，即

$$\frac{da}{dN} \propto F(\phi) \quad (12)$$

其中

$$\phi = b \int f(x) dx \quad (13)$$

这一模型描述了短裂纹扩展速率振荡式的发展过程，即短裂纹扩展随长度增加而减速，当裂尖接近晶界时，其扩展速率达到一极小值，当裂纹进入下一个晶粒时，扩展速率又陡增，然后再减速。N-R 模型所描述的疲劳裂纹扩展机制，即在裂尖前方开动一个位错源，由这一位错源向外发射位错，而实际情况是在裂纹尖端狭小的塑性区内开动一个这样的位错源的可能性很小，因此 N-R 模型虽然也能描述疲劳裂纹间歇性扩展的性质，但它所描述的扩展机制不能说明疲劳裂纹扩展的真实情况。

另一种可能的塑性变形机制就是裂尖发射位错，这种机制不需要裂尖前方必须存在一个可开动的位错源。Ohr 等^[30~32]在实验中观察到了这种裂尖发射位错的塑性变形机制。裂尖发射位错的物理条件由 Rice 等^[33,34]进行了研究。值得注意的是 Ohr 等人的实验观察到了无位错区 (DFZ) 的存在，将无位错区引入位错模型可以解释一些重要的物理现象。目前，用位错模型研究裂纹扩展行为的方法可以分为两类，一类研究的是单调加载条件下的裂纹，而另一类研究的是疲劳裂纹。虽然表面上看，第一类问题与疲劳无关，但是他们获得了对裂纹尖端发射位错机

制以及 DFZ 在裂纹扩展中的作用的深刻认识。这方面的工作主要有 DFZ 模型, 王自强的连续位错模型, Qian 等的离散位错计算模型, 以及 Tvergaard 和 Cleveringa 等^[35~41]的有限元模拟等。这类研究中的两个重要发现是: 裂纹尖端存在 DFZ, DFZ 具有线弹性性质。这二者结合起来形成了一个新的裂纹扩展理论, 即解理断裂——这种解理断裂是发生在无位错区内微观裂纹的形核并与宏观主裂纹汇合的连续过程^[42,43]。根据连续统理论所得到的塑性裂纹尖端附近应力场的最大值一般不超过流动应力的 5 倍, 在这样的应力水平下, 由微孔洞的生长、汇合而导致的延性裂纹扩展是可以发生的, 但是当裂纹是由原子键分裂引起时, 这样的应力水平是不够的。而无位错区理论中, 弹性核区域内的应力场具有类似弹性裂纹的奇异性, 这就解释了为什么裂纹尖端应力场远高于连续统塑性裂纹的解。晶态金属的塑性是由许多离散位错的运动造成的, 当裂尖塑性区范围较大时, 由于位错组态和运动具有三维特征而使这种离散性质消失了, 这样的系统可以很好的用经典的连续统理论来描述。但是, 当塑性变形范围很小, 局限在裂纹尖端的狭小区域内时, 位错的各向异性和离散特征变得明显了。因此, 无位错区解理断裂理论能够很好的描述疲劳裂纹的扩展行为。这一观点的实验研究基础可以参见 Choi 等^[44]的实验工作, Choi 等人用原子力显微镜 (AFM) 对 2017 铝合金的疲劳断口进行了观测, 观察到了几十 nm 至几百 nm 宽的平行排列的疲劳条纹, 这表明了疲劳裂纹向前扩展之前经历了一个孕育期, 这个孕育期实际上就是在交变载荷作用下, 材料性能逐渐劣化的过程, 也就是说, 疲劳裂纹的扩展是间歇性的发展过程^[46], 无位错区模型恰好可以用来描述这一过程。

利用上述位错理论分析疲劳裂纹扩展规律的模型还有以下一些工作。

(1) Chang 的 DFZ 模型^[46]

Chang 利用 DFZ 模型求解了沿裂尖前方一倾斜平面内的螺位错分布。位于 $z_k (k = 1, 2, \dots)$ 处的螺位错在 $z (z = x + iy)$ 处产生的应力场为^[47]

$$\sigma = \sigma_y + i\sigma_x = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi z}} - \frac{\mu b}{4\pi} \left[\frac{1}{2z} + \frac{1}{z + |z|} \right] + \sum_k \frac{\mu b_k}{4\pi \sqrt{z}} \left[\frac{1}{\sqrt{z} - \sqrt{z_k}} - \frac{1}{\sqrt{z} - \sqrt{\bar{z}_k}} \right] \quad (14)$$

沿倾角 $\varphi = a\pi$ 的 z 点处的位错上的作用力为 $\sigma e^{i\varphi}$ 的实部, 这个力与材料的内摩擦力 σ_f 平衡, 得到积分方程

$$\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\varphi}{2} - \sigma_f = \frac{\mu b}{4\pi \sqrt{r}} \int_a^l f(r') \left[\frac{1}{\sqrt{r'} - \sqrt{r}} + \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{r} + \sqrt{r'} e^{i\varphi}} \right] dr' \quad (15)$$

式中 $f(r)$ 是位错分布函数, a 为 DFZ 的长度, l 表示塑性区长度。利用 Mellin 变换化为无量纲形式得到推广的 Wiener-Hopf 方程, 求解方法见文献 [46]。通过数值计算, Chang 得到了疲劳裂纹的近门槛扩展规律。

(2) 离散位错模型

最近的成果主要有 Pipan 等人的工作和 Wilkinson 等人的工作^[48~54]。Wilkinson 等人计算了 I 阶段疲劳裂纹扩展的门槛条件。Pipan^[48]用离散位错模型研究了 III 型疲劳裂纹的循环塑性条件及疲劳门槛条件, 后来又把这种方法应用于 I 型裂纹^[49~52], 并且可以考虑卸载时裂纹尾区残余压应力使裂纹面接触的情况。在离散位错模型中, 裂尖塑性是用离散刃位错的运动来模拟的, 在平面应变条件下, 疲劳塑性区局限在裂尖附近狭小的范围内, 这样小的范围内, 不太可能通过激活 Frank-Read 源发射位错。假设位错是由裂纹尖端发射的, 发射位错的条件由 Rice^[34]提出。当裂尖局部应力强度因子大于临界发射条件, 裂尖开始发射位错, 通过位错平衡条件(作用在位错线上的应力等于滑移摩擦阻力), 可以确定每根位错的平衡位置, 卸载时, 作用在位错

上的反向应力满足滑移条件，位错开始反向运动，卸载到一定程度时，开始有部分靠近裂尖的位错返回裂尖，具体计算方法和计算结果可参见上述文献。他们认为位错循环运动引起的不可逆塑性变形是裂纹扩展必要条件，裂纹扩展是裂尖钝化和锐化不断反复的过程。事实上，这并没有从根本上说明疲劳裂纹是如何扩展的，裂尖反复钝化、锐化只是疲劳裂纹扩展过程中产生的一种现象。尽管他们的模型中也体现出无位错区的存在，但是，裂纹的扩展不是由 DFZ 解理断裂导致的间歇性发展过程。马骏等认为，疲劳裂纹的扩展是由于塑性区内循环硬化引起弹性无位错区内应力水平逐渐升高（无位错区内应力场为有限值），当达到无位错区弹性分离所需应力时，无位错区发生解理断裂导致裂纹扩展，这不仅能反映出交变载荷的作用，多轴载荷的作用也可以体现在对塑性区疲劳硬化的影晌中，而且能与前面提到的无位错区解理断裂理论取得很好的一致。这方面的工作正在进行。

疲劳裂纹的形核和短裂纹的扩展是十分复杂的物理过程，而且受载荷、材料性质及环境等众多因素的影响，显然，对这一极为复杂的细观过程进行定量描述也是非常困难的。另一类方法则回避了这一困难，通过宏观唯象的方法，建立循环加载的宏观物理量与形成宏观疲劳裂纹时（对应于结构失效）的载荷循环次数的关系。由于高周疲劳的影响因素太多，其破坏机理更为复杂，因此，本文只关注低周疲劳方面的研究成果。目前这类分析方法主要有：连续损伤力学方法、临界面法、等效应变法和能量法。这些方法多为经验性或半经验性的，还没有形成一种对各种材料和载荷普适的理论。

3.5 损伤力学模型

Lemaitre 和 Chaboche^[55] 的连续介质力学模型在处理单轴疲劳时取得了一些成功，但对于多轴疲劳不能给出满意的结果。这是由于疲劳损伤具有局部化的特征，使连续介质力学在处理疲劳损伤问题时遇到困难。

Lemaitre 等^[56,57] 把局部耦合的损伤分析方法应用于处理疲劳问题，即所谓的双尺度疲劳损伤分析。对于低周疲劳，微裂纹的长大是由交变载荷引起的代表性体积单元（RVE）尺度的塑性变形造成的，损伤的发展局限在局部应力集中部位，导致局部刚度的丧失，这时仍可以在 RVE 尺度上用通常的损伤力学方法进行处理。以表面微裂纹密度作为损伤变量 D ，认为损伤是由塑性控制的，即损伤率是应变能释放率 Y 和累积塑性应变 p 的函数

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S} \right)^s \dot{p}, \quad p \geq p_D \quad (16)$$

$$Y = \frac{\sigma_{eq}^2 R_\nu}{2E(1-D)^2}, \quad R_\nu = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \quad (17)$$

式中 σ_{eq} 是 Mises 等效应力， σ_H 是静水应力， R_ν 是三轴度函数。 E 是杨氏模量， ν 是泊松比， S 和 s 分别是损伤强度和损伤指数， D_c 是对应于裂纹形成的临界损伤值。 p_D 是由能量控制的，与单轴拉伸损伤门槛值 ε_{pD} ，极限应力 σ_u 和疲劳极限 σ_f 有关的损伤门槛值，

$$p_D = \varepsilon_{pD} \frac{\sigma_u - \sigma_f}{\sigma_{eq} - \sigma_f} \quad (18)$$

Dufailly 和 Lemaitre^[58] 的有限元分析表明，上述损伤演化方程能够较好的描述疲劳寿命较低的机械和热耦合复杂载荷作用下的低周疲劳。

Lemaitre 和 Sermage^[59] 认为，当采用机动硬化和黏塑性本构关系时，上述损伤演化方程能

够描述疲劳和蠕变的非线性交互作用。当采用 Ladeveze 和 Lemaitre^[60] 修正的能量密度释放率

$$Y = \frac{1+\nu}{2E} \left[\frac{\sum_J \langle \sigma_J \rangle^2}{(1-D)^2} + \frac{h \sum_J \langle -\sigma_J \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{E} \left[\frac{\langle 3\sigma_H \rangle^2}{(1-D)^2} + \frac{h \langle -3\sigma_H \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] \quad (19)$$

就可以考虑裂纹闭合引起的拉压行为的不同。

对于高周疲劳(或准脆性材料),损伤和塑性是在微观尺度下发生的,对宏观弹性行为几乎没有影响,在这种情况下可用局部损伤耦合的分析方法。考虑一个中等尺度的弹性RVE中有一微观夹杂,夹杂处发生微观塑性变形引起局部损伤,损伤演化方程(16)可以用微观场的量表示如下

$$dD = \left(\frac{Y^\mu}{S} \right)^S dp^\mu \quad p^\mu \geq p_D \quad (20)$$

上角标 μ 表示微观场的物理量。当 $D = D_c$ 时, RVE失效。

连续损伤力学模型中普遍存在的问题是对于疲劳损伤发展的物理机制考虑不够充分,上述模型虽然在一定程度上反映了疲劳损伤局部化的特点,但它所定义的损伤变量仍不能反映疲劳裂纹扩展的物理机制。

Jiang^[61]在临界面概念的基础上,结合能量概念和材料的记忆性质,提出了一个增量型的多轴疲劳损伤模型,模型中考虑了平均应力和材料的循环塑性记忆性质即加载顺序对疲劳损伤的影响。由于模型采用了增量型的形式,就不必再考虑对变幅循环载荷进行准确计数的问题。表达式如下

$$dD = (\sigma_{mr} - \sigma_0)^m \left(1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right) dY \quad (21)$$

$$dY = a\sigma d\varepsilon^p + \frac{1-a}{2} \tau d\gamma^p \quad (22)$$

式中 σ 、 τ 和 ε 、 γ 分别为正应力,剪应力和正应变,剪应变,角标 p 代表塑性分量, a 和 m 是材料常数,符号 $\langle \rangle$ 为MacCauley括号, σ_f 为材料的真实断裂应力, σ_{mr} 是材料的记忆参数, Y 是某一材料平面上的塑性应变能密度, σ_0 为持久极限, D 代表疲劳损伤。临界面定义为疲劳损伤积累首先达到临界值的材料平面。该模型认为临界面上的应变能密度 Y 控制疲劳损伤。式(21)右端第一项用来考虑加载顺序的影响,第二项用来考虑平均应力的影响,该模型的一个重要特点是引入了材料记忆参数 σ_{mr} ,用记忆面说明材料的瞬时应力-应变关系。Jiang的模型是临界面概念和能量概念的结合。一般认为,能量概念能够反映循环塑性变形及疲劳损伤对应力-应变历史的依赖关系,能量法可以用来处理复杂多轴载荷作用下的疲劳问题^[62~64]。而临界面法也是一种较为有效的疲劳分析方法,这是由于这种方法在某种程度上考虑了破坏模式或裂纹形成机制。临界面法要求确定破坏面及破坏面上的应力和应变,因此具有一定的物理意义,但是,难以考虑疲劳损伤对加载历史的依赖关系,一些学者提出了基于临界面概念的能量准则^[61,65,66]。关于能量法和临界面法的更多论述可以参见文献[67]。

4 结语

疲劳问题的研究历史已经历了150多年,在这期间经过材料学家和力学家的不懈努力,人们对疲劳破坏的机理有了逐渐深刻的认识,发展了各种各样的疲劳损伤理论。宏观唯象的理论

一般形式简洁、应用方便，并且已经发展来处理多轴非比例载荷的疲劳问题，在工程实际中得到了比较广泛的应用。在这类模型中，经验成份居多，对实验数据的依赖性较大。这类模型存在的普遍问题是缺乏物理基础，对疲劳破坏的物理机制考虑不够充分，其中有些模型则纯粹是经验性的公式。随着实验手段和显微观察技术的提高，人们对疲劳裂纹尖端狭小范围内材料的裂化过程有了更深刻的认识，在此基础上发展起来的位错模型能够更精确的描述疲劳短裂纹的发展过程，目前，这类模型所得到的结果可以很好地解释疲劳短裂纹扩展过程的一些物理现象，但是难以体现复杂交变载荷的作用，这也是亟待解决的问题。

参 考 文 献

- 1 Klesnil M, Lukas P, Polak J. Cyclic Deformation and Fatigue of Metals. Amsterdam, 1993. 40~45
- 2 Kaneshiro H, Katagiri K, Makabe C, et al. Dislocation structure in the strain localized region in fatigued 70/30 brass and the interaction with grain boundary. *Met Trans*, 1990, 21A: 667~671
- 3 Miller K J. Materials science perspective of metal fatigue resistance. *Mat Sci Tech*, 1993, 9: 453~462
- 4 Suresh S. Fatigue of Materials. London: Cambridge University Press, 1991
- 5 Hong Youshi, Lu Yonghua, Zheng Zhemin. Initiation and propagation of short fatigue cracks in a weld metal. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1989, 12: 323~331
- 6 Hong Youshi, Lu Yonghua, Zheng Zhemin. Short fatigue crack behaviour in iso-stress specimens. *Acta Metall Sinica (English Edition)*, Ser A, 1990, 3: 276~281
- 7 洪友士, 方懿. 疲劳短裂纹萌生及发展的细观过程和理论. 力学进展, 1993, 23(25): 468~485
- 8 Laird C, Smith G C. Crack propagation in high stress fatigue. *Phil Mag*, 1962, 8: 847~857
- 9 Wang R, Mughrabi H. Fatigue of copper single crystals in vacuum and in air II: Fatigue crack propagation. *Sci Eng*, 1984, 65: 235~243
- 10 Miller K J. The two thresholds of fatigue behavior. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1993, 16(9): 931~939
- 11 哈宽富. 断裂物理基础. 北京: 科学出版社, 2000. 302~303
- 12 Kuhlmann-Wilsdorf D and Laird C. Dislocation behavior in fatigue em dash 2. friction stress and back stress as inferred from an analysis of hysteresis loops. *Mat Sci Eng*, 1979, 37: 111~120
- 13 Brown L M. Dislocations and the fatigue strength of metals. In: Ashby M F, et al. eds. Dislocation Modeling of Physical Systems. Oxford: Pergamon Press, 1981. 51
- 14 Brown L M. Dislocation plasticity in persistent slip bands. *Mat Sci Eng*, 2000, A285: 35~42
- 15 Hobson P D, Brown M W, de los Rios E R. The Behavior of Short Fatigue Cracks. London: Mechanical Engineering Publications Ltd, 1986. 441~459
- 16 Miller K J, Mohamed H J, de los Rios E R. The Behavior of Short Fatigue Cracks. London: Mechanical Engineering Publications Ltd, 1986. 491~511
- 17 Long M, Huang X. The influence of compressive loads on fatigue crack propagation in metals. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1998, 21: 65~83
- 18 Marci G. The ΔK_{eff} - concept: a unique and complete description of fatigue crack propagation. *Eng Fract Mech*, 1996, 55: 95~114
- 19 Dowling N E. Crack growth during low-cycle fatigue of smooth axial specimens. ASME STP 637, 1977. 97~121
- 20 Hoshida T, Tanaka K. Analysis of fatigue crack propagation from surface flaws by elastic-plastic fracture mechanics. *Trans JSME Ser A*, 1982, 48: 1102~1110
- 21 Tanaka K, Hoshida T, Maekawa O. Surface-crack propagation in plan-bending fatigue of smooth specimen of low carbon steel. *Eng Fract Mech*, 1982, 16(7): 207~220
- 22 de los Rios E R, Mohamed H J, Miller K J. A micro-mechanics analysis for short fatigue crack growth. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1985, 8(1): 49~63
- 23 Tanaka K, Akinawa Y, Nakai Y, et al. Modeling of small fatigue crack growth interaction with grain boundary. *Eng Fract Mech*, 1986, 24(6): 803~819
- 24 Bilby B A, Cottrell A H and Swinden K H. The spread of plastic yield from a notch. *Proc Royal Society London Ser A*, 1963, 272: 304~314

- 25 Otsuka A, Mori K, Tohgo K. Mode II fatigue crack growth in aluminum alloys. In: Tanaka T, Jono M, Komai K, eds. Current Research on Fatigue Cracks. The Soc Mat Sci Japan, 1985. 127~156
- 26 Navarro A, de los Rios E R. A model for short fatigue crack propagation with an interpretation of the short-long crack transition. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1987, 10(2): 169~186
- 27 Navarro A, de los Rios E R. Short and long fatigue crack growth: a unified model. *Phil Mag*, 1988, 57: 15~36
- 28 Navarro A, de los Rios E R. An alternative model of the blocking of dislocations at grain boundaries. *Phil Mag*, 1988, 57: 37~42
- 29 Navarro A, de los Rios E R. Compact solution for a multizone BCS crack model with bounded or unbounded end conditions. *Phil Mag*, 1988, 57: 43~50
- 30 Ohr S M, Narayan J. Electron microscope observation of shear cracks in stainless steel single crystals. *Phil Mag*, 1980, 41: 81~89
- 31 Kobayashi S, Ohr S M. Dislocation arrangement in the plastic zone of propagating cracks in nickel. *J Mat Sci*, 1984, 19: 2273~2277
- 32 Ohr S M. An electron microscopic study of crack tip deformation and its impact on the dislocation theory of fracture. *Mat Sci Eng*, 1985, 72: 1~35
- 33 Rice J R, Thomson R. Ductile versus brittle behavior of crystals. *Phil Mag*, 1974, 29: 73~80
- 34 Rice J R. Dislocation nucleation from a crack tip: an analysis based on the Peierls Concept. *J Mech Phys Solids*, 1992, 40(2): 239~271
- 35 Chang S J, Ohr S M. Dislocation-free zone model of fracture. *J Appl Phys*, 1981, 52: 7174~7181
- 36 Ohr S M, Chang S J. Dislocation-free zone model of fracture comparison with experiments. *J Appl Phys*, 1982, 53: 5645~5651
- 37 Wang T C. Dislocation nucleation and emission from crack tip. *Int J Pract*, 1995, 69: 295~306
- 38 Wang T C. Dislocation behaviors ahead of crack tip. *Int J Solids Struct*, 1998, 35(36): 5033~5050
- 39 Qian C F, Li J C M. The multifarious plastic zones in front of a crack. *Scr Mat*, 1998, 39(4/5): 509~517
- 40 Tvergaard V. Cleavage crack growth resistance due to plastic flow around a near-tip dislocation-free region. *J Mech Phys Solids*, 1997, 45(6): 1007~1023
- 41 Cleveringa H H M, Van der Giessen E, Needleman A. A discrete dislocation analysis of mode I crack growth. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48: 1133~1157
- 42 Lii M J, Chen X F, Katz Y, Gerberich W W. Dislocation modeling and acoustic emission observation of alternating ductile/brittle events in Fe-3wt pct. Si crystals. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1990, 38: 2435~2453
- 43 Zhu T, Yang W, Guo T. Quasicleavage processes driven by dislocation pileups. *Acta Materialia*, 1996, 44: 3049~3058
- 44 Choi S J, Ishii H, Kwon J D. Nano-fractographic estimation on the profiles and dimensions of fatigue striation. *Key Eng Mater*, 2000, 183-187: 827~832
- 45 Davidson D L, Lankford J. Fatigue crack growth in metals and alloys: mechanisms and micromechanisms. *Int Mat Reviews*, 1992, 37: 45~76
- 46 Chang S J. Near threshold fatigue curve based on the dislocation free zone model of fracture. *Int J Eng Sci*, 1999, 37: 1289~1298
- 47 Chang S J, Mura T. Inclined pileup of screw dislocations at the crack tip with a dislocation-free zone. *Int J Eng Sci*, 1987, 25(5): 561~576
- 48 Pippan R. Dislocation emission and fatigue crack growth threshold. *Acta Met Mat*, 1991, 39(3): 255~262
- 49 Riemelmoser F O, Pippan R, Stuwe H P. A comparison of a discrete dislocation model and a continuous description of cyclic crack tip plasticity. *Int J Fract*, 1997, 85: 157~168
- 50 Riemelmoser F O, Pippan R. Investigation of a growing fatigue crack by means of a discrete dislocation model. *Mat Sci Eng*, 1997, A234-236: 135~137
- 51 Riemelmoser F O, Pippan R, Kolednik O. Cyclic crack growth in elastic plastic solids: a description in terms of dislocation theory. *J Compt Mech*, 1997, 20: 139~146
- 52 Riemelmoser F O, Pippan R, Stuwe H P. An argument for a cycle-by-cycle propagation of fatigue cracks at small stress intensity ranges. *Acta Mat*, 1998, 46(5): 1793~1799
- 53 Wilkinson A J, Roberts S G. A dislocation model for the two critical stress intensities required for threshold fatigue crack propagation. *Scr Mat*, 1996, 35: 1363~1371

- 54 Wilkinson A J, Roberts S G, Hirsch P B. Modeling the threshold conditions for propagation of stage I fatigue cracks. *Acta Mat*, 1998, 46(2): 379~390
- 55 Lemaitre J, Chaboche J L. Mecanique des Materiaux Solides. Paris: Dunod, 1990. 396~405
- 56 Lemaitre J, Sermage J P, Desmorat R. A two scale damage concept applied to fatigue. *Int J Fract*, 1999, 97: 67~81
- 57 Lemaitre J. Micro-mechanics of crack initiation. *Int J Fract*, 1990, 42: 87~99
- 58 Dufailly J, Lemaitre J. Modeling very low cycle fatigue. *Int J Damage Mech*, 1995, 4: 153~170
- 59 Lemaitre J, Sermage J P. One damage law for different mechanisms. *Computational Mechanics*, 1997, 20: 84~88
- 60 Ladeveze P, Lemaitre J. Damage effective stress in quasi unilateral conditions. In: Niordson F I, Olhoff N eds. The Proceedings of 16th International Congress on Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM), Lyngby (Denmark), August 1984. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1985. 178~186
- 61 Jiang Y. A fatigue criterion for general multiaxial loading. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 2000, 23: 19~32
- 62 Ellyin F, Golos K. Multiaxial fatigue damage criterion. *J Eng Mat Tech*, 1988, 110: 63~68
- 63 Ellyin F, Golos K, Xia Z. In-phase and out-of-phase multiaxial fatigue. *J Eng Mat Tech*, 1991, 113: 112~118
- 64 Ellyin F, Xia Z. A general fatigue theory and its application to out-of-phase cyclic loading. *J Eng Mat Tech*, 1993, 115: 411~416
- 65 Glinka G, Shen G, Plumtree A. A multiaxial fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1995, 18(1): 37~46
- 66 Glinka G, Wang G, Plumtree A. Mean stress effects in multiaxial fatigue. *Fatigue Fract Eng Mat Struct*, 1995, 18(7/8): 755~764
- 67 陈旭, 高庆, 孙训方, 何国球. 非比例载荷下多轴低周疲劳研究最新进展. 力学进展, 1997, 27(3): 313~325

MICROSCOPIC AND MACROSCOPIC THEORY OF THE FATIGUE DAMAGE OF METAL*

Ma Jun Sun Yi

Dep. of Astronautic Engineering & Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

Abstract There are different stages of the fatigue damage in an engineering component where defects may nucleate in an initially undamaged section and propagate in a stable manner until catastrophic fracture ensues. For this most general situation, the progression of the fatigue damage can be broadly classified into the following stages: (1) substructural and microstructural changes which cause the nucleation of permanent damage, and the creation of microscopic cracks; (2) the growth and coalescence of microscopic flaws to form ‘dominant’ cracks; (3) stable propagation of the dominant macrocrack; (4) structural instability or complete fracture. A review of the microscopic and macroscopic theory of the fatigue damage of metal is given in the present paper. The mechanism of the evolution of the fatigue damage is discussed firstly, and the recent advances of the research of the fatigue damage are then presented. Emphasis is given on the application of dislocation mechanics to evaluating the propagation of the fatigue cracks, and the role of dislocation-free zone in the process of the fatigue crack propagation.

Keywords damage, fatigue crack, crack propagation, fatigue life, short crack

*The project supported by the Special Funds for Major State Basic Research Projects (G1998020321), the Natural Science Foundation of HeiLongJiang province and Foundation of Harbin Engineering University